

УТВЕРЖДЕНА

Решением Ученого совета
АНО ВО «Центральный университет»
«24» июня 2025 г.
Протокол №2

**Рабочая программа дисциплины (модуля)
«Основы математического анализа и линейной алгебры. Часть 2»**

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) подготовки: Искусственный интеллект

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Срок освоения программы: 4 года

Год набора: 2025

**Москва
2025**

Содержание

| | |
|--|-----------|
| 1. Краткая характеристика дисциплины (модуля) | 3 |
| 2. Перечень планируемых результатов обучения | 5 |
| 3. Тематический план | 7 |
| 4. Содержание дисциплины (модуля) | 7 |
| 5. Учебно-методическое обеспечение | 8 |
| 6. Материально-техническое обеспечение | 9 |
| 7. Методические и оценочные материалы | 10 |

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Основы математического анализа и линейной алгебры. Часть 2» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по специальности 02.03.01 Математика и компьютерные науки, профиль Искусственный интеллект, утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 807 от 23.08.2017 года.

Изучение дисциплины (модуля) «Основы математического анализа и линейной алгебры. Часть 2» является основой для многих других математических дисциплин и научных направлений, включая физику, экономику и инженерные науки. Дисциплина развивает аналитическое и критическое мышление, что является важным навыком для решения сложных задач в различных сферах.

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина (модуль) включена учебный план по программе подготовки бакалавриата по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки, профиль Искусственный интеллект и входит в обязательную часть Блока 1, как дисциплина по выбору.

Дисциплина (модуль) изучается на 1 курсе во 2 семестре. Доступна после успешного освоения дисциплины (модуля) «Основы математического анализа и линейной алгебры. Часть 1»

Цель изучения дисциплины (модуля): в формировании глубокого понимания пределов, непрерывности, производных и интегралов, а также их применения в различных областях науки и техники.

Задачи изучения дисциплины (модуля):

- формирование понимание терминов, основных теорем, связанных с исследованием функции на экстремум и выпуклость, построение графиков функции и их анализ с помощью производной;
- обучение навыкам вычисления предела последовательности и функции, исследования функции на непрерывность и дифференцируемость;
- применение производных к исследованию функций и построение график функций, применение формулы Тейлора к нахождению пределов и другое.

В результате освоения дисциплины (модуля) в 1 семестре обучающийся должен: *знать:*

- основные понятия анализа функций многих переменных: определения и свойства предела, непрерывности, дифференцируемости в пространстве R^n .
- основы матричного исчисления: основные операции над матрицами, свойства определителей, методы нахождения ранга и обратной матрицы.
- методы исследования функций на экстремум: алгоритмы нахождения частных производных, градиента, необходимые и достаточные условия безусловного экстремума, метод множителей Лагранжа для условной оптимизации.
- теоретические основы интегрального исчисления: определения, свойства и смысл определенного, неопределенного и кратного интегралов (двойных, тройных).
- математический аппарат для замены переменных: теорию и применение матрицы Якоби для вычисления кратных интегралов;

уметь:

- выполнять дифференциальные операции: находить частные производные, градиент, производную по направлению и применять их для приближенных вычислений.

— работать с матрицами и СЛАУ: выполнять операции с матрицами, решать системы линейных уравнений методами Гаусса и с помощью обратной матрицы.

— исследовать функции на безусловный и условный экстремум: применять изученные алгоритмы для нахождения экстремумов функций многих переменных.

— вычислять интегралы: находить неопределенные, определенные и кратные интегралы в декартовых координатах.

— применять интегралы к прикладным задачам: использовать интегральное исчисление для вычисления площадей, объемов, массы, статических моментов и других геометрических и физических величин;

владеть:

— математическим аппаратом для анализа многопараметрических моделей: использовать дифференциальное исчисление функций многих переменных для анализа и описания моделей, зависящих от нескольких факторов.

— матричным исчислением как инструментом: применять методы матричного анализа для работы с линейными преобразованиями и системами уравнений.

— навыками решения оптимизационных задач: владеть методикой решения типовых задач безусловной и условной оптимизации, возникающих в экономике, менеджменте и технических науках.

— методикой вычисления кратных интегралов: уверенно применять технику интегрирования для вычисления двойных и тройных интегралов.

— комплексным подходом к решению прикладных задач: интегрировать знания из дифференциального, интегрального и матричного исчисления для решения практических проблем.

2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

| Компетенция | Содержание компетенции | Индикатор компетенции | Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю) |
|-------------|---|-----------------------|--|
| ОПК-1. | Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности | ОПК-1.1. | Знает основные концепции и теории в области математического анализа и смежных дисциплин; методы и подходы, используемые в различных областях математики |
| | | ОПК-1.2. | Умеет применять математические методы для решения профессиональных задач |
| | | ОПК-1.3. | Имеет практический опыт разработки и реализации математических моделей в профессиональной деятельности |
| ОПК-4. | Способен находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем | ОПК-4.1. | Знает базовые основы современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности. |
| | | ОПК-4.2. | Умеет использовать этот математический аппарат в профессиональной деятельности. |
| | | ОПК-4.3. | Имеет практический опыт применения современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности. |
| ПК-1. | Способен формулировать задачи с математической точностью, обосновывать утверждения строго и анализировать полученные результаты в области | ПК-1.1. | Знает методы и подходы к формулированию задач, а также основные принципы математического доказательства и анализа результатов. |

| | | | |
|--|--------------------------------|---------|---|
| | математики и компьютерных наук | ПК-1.2. | Умеет корректно ставить и формулировать математические задачи, применять строгие методы доказательства и анализировать полученные результаты. |
| | | ПК-1.3. | Имеет опыт работы с задачами в области математики и компьютерных наук, включая применение математических методов для решения практических задач |

3. Тематический план

| №п/п | Наименование раздела дисциплины (модуля) | Трудоемкость, академические часы | | | | ТКУ (текущий контроль успеваемости) |
|------------------|---|----------------------------------|------------|----------|------------------------|---|
| | | <i>Очная форма</i> | | | | |
| | | Контактная работа | | Контроль | Самостоятельная работа | |
| Лекции | Семинары (практические занятия) | | | | | |
| 2 семестр | | | | | | |
| 1 | Многомерный анализ: функции в пространстве R^n | | 22 | | 48 | Домашнее задание Проект Подготовка к семинару |
| 2 | Матричный анализ | | 24 | | 50 | Домашнее задание Контрольная работа Подготовка к семинару |
| 3 | Условная и безусловная оптимизация. Функции многих переменных | | 22 | | 48 | Домашнее задание Контрольная работа Подготовка к семинару |
| 4 | Интегралы. Применение интегралов | | 22 | | 48 | Домашнее задание Проект Констест |
| | Экзамен | | | 6 | | |
| | Итого за 2 семестр: | 60 | 120 | 6 | 194 | |
| | Объем дисциплины (модуля) (в ак. ч.) | 380 | | | | |
| | Объем дисциплины (модуля) (в зач. ед.) | 10 | | | | |

4. Содержание дисциплины (модуля)

| №п/п | Наименование раздела дисциплины (модуля) | Содержание дисциплины (модуля) по темам |
|------------------|---|--|
| 2 семестр | | |
| 1 | Многомерный анализ: функции в пространстве R^n | Функция нескольких переменных. График функции нескольких переменных. Линии уровня. Экстремумы функции нескольких переменных. Градиент. Условная оптимизация |
| 2 | Матричный анализ | Матрицы. Производная матрицы. Линейные преобразование и Алгебра матриц. Линейная независимость и метод Грама-Шмидта. Транспонирование матриц, квадратичные формы |
| 3 | Условная и безусловная оптимизация. Функции многих переменных | Собственные значения и собственные вектора. Спектральная теорема, квадратичная форма. Гессиан, квадратичное приближение. Достаточное условие экстремума функции нескольких переменных. |
| 4 | Интегралы. Применение интегралов | Неопределенный интеграл; методы интегрирования. Методы интегрирования. Определенный итеграл. Определенный интеграл; геометрический смысл определенного интеграла. |

5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Основная литература:

1. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 1 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 324 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07067-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/562115>.

2. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 2 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 315 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07069-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/562116>.

3. Математический анализ. Сборник заданий : учебник для вузов / под общей редакцией Е. Г. Плотниковой. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 206 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-11516-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/563920>.

4. Никитин, А. А. Математический анализ. Сборник задач : учебное пособие для вузов / А. А. Никитин. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 353 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8585-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/560413>.

5. Бурмистрова, Е. Б. Линейная алгебра : учебник и практикум для вузов / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 421 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-15839-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/560017>.

Дополнительная литература:

1. Капкаева, Л. С. Математический анализ: теория пределов, дифференциальное исчисление : учебник для вузов / Л. С. Капкаева. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 246 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04898-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/563592>.

2. Никитин, А. А. Математический анализ. Углубленный курс : учебник и практикум для вузов / А. А. Никитин, В. В. Фомичев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 456 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19274-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/560461>.

3. Малугин, В. А. Линейная алгебра: практический курс для экономистов : учебник и практикум для вузов / В. А. Малугин, Я. А. Рощина. — Москва : Издательство Юрайт, 2025.

6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- механическими калькуляторами;
- специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

| № | Наименование портала (издания, курса, документа) | Ссылка |
|----|--|---|
| 1. | Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека | https://elibrary.ru/defaultx.asp |
| 2. | База данных для IT-специалистов | https://habr.com |
| 3. | База данных ScienceDirect | https://www.sciencedirect.com |
| 4. | Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации | https://minobrnauki.gov.ru/ |
| 5. | Федеральный портал «Российское образование» | https://www.edu.ru/ |
| 6. | Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" | http://window.edu.ru/ |
| 7. | Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов | http://school-collection.edu.ru/ |
| 8. | Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов | http://fcior.edu.ru/ |

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

| Наименование ПО | Производство | Лицензионное / свободно распространяемое |
|---|---------------|--|
| Операционные системы: | | |
| Microsoft Imagine (Windows Client, Server) | зарубежное | лицензионное |
| Браузеры: | | |
| Яндекс.Браузер | отечественное | свободно распространяемое |
| Google Chrome | зарубежное | свободно распространяемое |
| Офисные приложения: | | |
| Microsoft Imagine (Visio, OneNote) | зарубежное | лицензионное |
| TeXstudio | зарубежное | свободно распространяемое |
| Adobe Acrobat Reader | зарубежное | свободно распространяемое |
| Программное обеспечение для планирования и учета времени: | | |
| Toggle app | зарубежное | свободно распространяемое |
| Системы управления проектами: | | |
| Microsoft Imagine (Project) | зарубежное | лицензионное |
| Системы управления базами данных: | | |
| Microsoft Imagine (SQL Server) | зарубежное | лицензионное |
| Системы резервного копирования (backup): | | |
| Acronis Backup Advanced for HyperV | зарубежное | лицензионное |
| Справочно-правовые системы: | | |
| КонсультантПлюс: справочно-правовая система | отечественное | лицензионное |
| Средства антивирусной защиты: | | |
| Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition | отечественное | лицензионное |
| Среды разработки: | | |
| Visual Studio Code | зарубежное | свободно распространяемое |
| Bash (Unix shell) | зарубежное | свободно распространяемое |
| Anaconda | зарубежное | свободно распространяемое |
| Robotic Operating System | зарубежное | свободно распространяемое |
| CopelliaSim | зарубежное | свободно распространяемое |
| Google Colaboratory | зарубежное | свободно распространяемое |
| Пакеты программных средств и библиотек: | | |
| AutoPsy | зарубежное | свободно распространяемое |
| Interactive Disassembler (IDA) | зарубежное | свободно распространяемое |
| Системы управления библиографической информацией: | | |
| Zotero | зарубежное | свободно распространяемое |
| Сервисы и службы: | | |
| Bind | зарубежное | свободно распространяемое |
| Docker | зарубежное | свободно распространяемое |

7. Методические и оценочные материалы

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Основы математического анализа и линейной алгебры. Часть 2» в рамках текущего контроля успеваемости в каждом семестре используются такие виды учебной работы, как лекция, семинары, контесты, контрольные работы и домашние задания, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

Лекция – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удастся, следует сформулировать вопрос и задать его преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

Семинар — это форма учебной деятельности, проводимая в учебном заведении под руководством преподавателя, где студенты активно участвуют в обсуждениях, практических заданиях и других формах взаимодействия.

Для успешной подготовки к семинару рекомендуется заранее ознакомиться с темой занятия и основными материалами, чтобы иметь возможность активно участвовать в обсуждении. Также полезно подготовить вопросы и идеи для обсуждения, что поможет глубже понять материал и продемонстрировать заинтересованность.

Проект – исследовательская работа по курсу и презентация результатов.

Для успешной подготовки к проекту рекомендуется: четко определить цели и задачи проекта; составить план работы, разбив проект на этапы с указанием сроков выполнения каждого из них; использовать разнообразные источники информации и инструменты для исследования темы; регулярно проверять прогресс и вносить коррективы в план, если это необходимо.

Контрольная работа – письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время.

Цель контрольной работы - получить специальные знания по одной или нескольким темам дисциплины (модуля) и продемонстрировать навыки их практического применения.

Контекст – интерактивная платформа с заданиями разного уровня сложности и автоматической проверкой результатов.

Контекст позволяет оперативно оценивать усвоение материала и выявлять пробелы в знаниях через тесты и практические задачи. Такой формат способствует регулярной самопроверке и повышает мотивацию к изучению дисциплины.

Домашнее задание – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал. Использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

Самостоятельная работа – работа студентов, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине (модулю) «Основы математического анализа и линейной алгебры. Часть 2»

Оценивание уровня учебных достижений, обучающихся по дисциплине (модулю), осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации в каждом семестре.

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) в каждом семестре осуществляется в форме *экзамена*, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом:

| Десятибалльная оценка | Пятибалльная оценка | Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю) |
|-----------------------|---------------------|--|
| 10 | Отлично | Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину. Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами. |
| 9 | Отлично | |
| 8 | Отлично | |
| 7 | Хорошо | Студент обладает знаниями предмета почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами. |
| 6 | Хорошо | |
| 5 | Удовлетворительно | Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине, но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Студент способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования. |
| 4 | Удовлетворительно | |

| Десятибалльная оценка | Пятибалльная оценка | Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю) |
|-----------------------|---------------------|---|
| 3 | Не сдан | Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы. |
| 2 | Не сдан | |
| 1 | Не сдан | |

Дисциплина (модуль) «Основы математического анализа и линейной алгебры. Часть 2» в каждом семестре оценивается следующим образом:

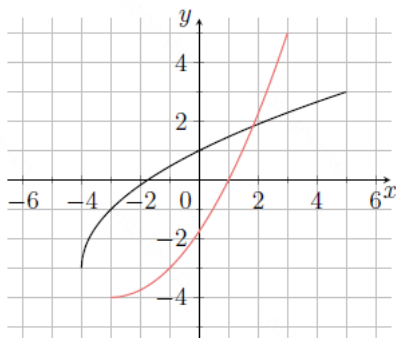
| Активность | Вес | Описание |
|--------------------|-----|--|
| Домашние задания | 15% | Набор задач по темам недели |
| Контест | 20% | Решение заданий на интерактивной платформе с заданиями разного уровня сложности и автоматической проверкой результатов |
| Контрольные работы | 25% | Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время |
| Проект | 10% | Исследовательская работа по дисциплине (модулю) и презентация результатов |
| Экзамен | 30% | Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время |

Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модулю) «Основы математического анализа и линейной алгебры. Часть 2»: « $0,15 \times$ среднее за домашние задания + $0,2 \times$ среднее за контест + $0,25 \times$ среднее за контрольные работы + $0,1 \times$ среднее за проект + $0,3 \times$ за экзамен».

Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

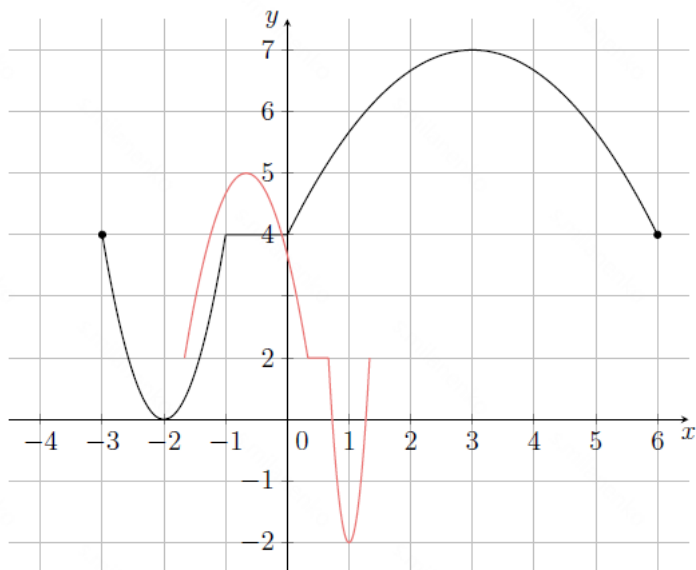
Контрольная работа №1

- Пусть $f(x) = (x - 5)^3$, $x \in \mathbb{R}$.
 - Найди f^{-1} .
 - Пусть функция g такова, что $(f \circ g)(x) = 8x^6$. Найди g .
- Дан график функции $y = f(x)$. Функция определена при $-4 \leq x \leq 5$.



- Запиши область определения и множество значений обратной функции f^{-1} .
 - Нарисуй эскиз графика f^{-1} .
- Дан график функции $y = f(x)$. Рассмотрим функцию $h(x) = f(1 - 2x) + 3$.

3. Дан график функции $y = f(x)$. Рассмотрим функцию $h(x) = f(1 - 3x) - 2$.



- а) Словами опиши последовательность преобразований для построения $y = h(x)$.
 б) Нарисуй эскиз графика функции $h(x)$.
4. Нарисуй эскиз графика функции $y(x) = \arcsin\left(\frac{1}{x^2 + 2x + 2}\right)$

на основе анализа интервалов монотонности.

5. Следующее утверждение верно для функции $f(x)$:

$$\forall C > 0 \exists a \in \mathbb{R}: \exists x > a: |f(x)| < C$$

Следует ли отсюда, что функция $f(x)$ ограничена? Обоснуй свой ответ.

6. Следующее утверждение верно для последовательности $\{a_n\}$:

$$\exists C > 0: \forall n \in \mathbb{N} \exists k \in \mathbb{N}: |a_n \cdot a_k| < C$$

Следует ли отсюда, что последовательность $\{a_n\}$ ограничена? Обоснуй свой ответ.

Примерные домашние задания

Домашнее задание

Решения разных задач с помощью производной.

Дифференциал

| | |
|-----------------|--|
| ЗАДАЧА 1 | 1 балл Пусть $p(x)$ — это общий объём выпускаемой продукции при x рабочих. Тогда средняя производительность одного рабочего равна: $A(x) = \frac{p(x)}{x}.$ |
| 0,5 балла | а) Найди $A'(x)$. Ответ на вопрос: почему компания хочет нанимать больше работников, если $A'(x) > 0$? |
| 0,5 балла | б) Покажи, что $A'(x) > 0$, если $p'(x)$ больше средней производительности. |
| ЗАДАЧА 2 | 1 балл Длина прямоугольника увеличивается со скоростью 8 см/с, а ширина — со скоростью 3 см/с. Когда длина равна 20 см, а ширина 10 см, с какой скоростью увеличивается площадь прямоугольника? |
| ЗАДАЧА 3 | 1 балл Жёлоб для воды длиной 10 м имеет поперечное сечение в форме равнобокой трапеции: нижнее основание 30 см, верхнее — 80 см, высота 50 см. Если жёлоб наполняется водой со скоростью $0,2 \text{ м}^3/\text{мин}$, с какой скоростью повышается уровень воды, когда её глубина равна 30 см? |
| ЗАДАЧА 4 | 2 балла Найди линейризацию $L(x)$ функции в точке a . |
| 0,5 балла | а) $f(x) = x^4 + 3x^2$, $a = -1$. |
| 0,5 балла | б) $f(x) = \ln x$, $a = 1$. |
| 0,5 балла | в) $f(x) = \cos x$, $a = \pi/2$. |
| 0,5 балла | г) $f(x) = x^{3/4}$, $a = 16$. |
| ЗАДАЧА 5 | 2 балла Используя линейное приближение функции или дифференциал, найди значения выражения: |
| 0,5 балла | а) $(2,001)^5$; |
| 0,5 балла | б) $e^{-0,015}$; |
| 0,5 балла | в) $\frac{1}{1002}$; |
| 0,5 балла | г) $\sqrt{99,8}$. |
| ЗАДАЧА 6 | 1,5 балла Пусть $f(x) = (x - 1)^2$, $g(x) = e^{-2x}$, $h(x) = 1 + \ln(1 - 2x)$. |
| 1 балл | а) Найди линейризации f, g, h в точке $a = 0$. Что ты замечаешь? Как это объяснить? |

| | |
|------------------|--|
| 0,5 балла | б) Построй графики функций f, g, h и их линейных приближений. Для какой функции линейное приближение наиболее точное, а для какой — наименее точное? |
| ЗАДАЧА 7 | 1 балл Найди дифференциал dy в точке x_0 : |
| 0,5 балла | а) $y = e^{x/10}, x_0 = 0.$ |
| 0,5 балла | б) $y = \frac{1}{x+1}, x_0 = 1.$ |
| ЗАДАЧА 8 | 1,5 балла Найди производную порядка $n \in \mathbb{N}$ следующих функций: |
| 0,5 балла | а) $f(x) = \cos x;$ |
| 0,5 балла | б) $f(x) = \cos^2 x;$ Подсказка: воспользуйся тригонометрической формулой $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ |
| 0,5 балла | в) $f(x) = \frac{8}{x^2-16}.$ Подсказка: представь дробь в виде суммы двух дробей |
| ЗАДАЧА 9 | 1 балл Найди $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^7 + 1}{5x^5 - 6x - 1}.$ |
| ЗАДАЧА 10 | 1 балл Найди $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{7x^{10} - 70x + 63}{4x^5 - 20x + 16}.$ |
| ЗАДАЧА 11 | 1 балл Найди $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg x - x}{x^3}.$ |
| ЗАДАЧА 12 | 1 балл Найди $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\pi - 2 \arcsin \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \right) \right).$ |
| ЗАДАЧА 13 | 1 балл Найди $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{e^{-1/x^3}}{x^{99}}.$ |
| ЗАДАЧА 14 | 1 балл Найди $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^2 x}{\sqrt{x}}.$ |
| ЗАДАЧА 15 | 1 балл Найди $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right).$ |
| ЗАДАЧА 16 | 1 балл Найди $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\lg x}.$ |

Примерное задание для проекта

Задание для проекта по теме "Вектора в пространстве \mathbb{R}^n "

Описание проекта

Студенты должны разработать и представить проект, демонстрирующий глубокое понимание ключевых концепций темы: векторов и операций с ними, скалярного произведения, неравенств Коши-Буняковского-Шварца и треугольника, метода наименьших квадратов, прямых и плоскостей в \mathbb{R}^2 и \mathbb{R}^3 , проекций точек на прямые и плоскости, линейных оболочек, подпространств, размерности, гиперплоскостей, базисов (ортогональных и ортонормированных), проекций в \mathbb{R}^n и замены базиса. Проект должен включать как теоретические объяснения, так и практические приложения, например, в геометрии, статистике или машинном обучении. Формат проекта: письменный отчет (5-10 страниц) и устная защита (презентация 10-15 минут).

Цель проекта

Цель — закрепить теоретические знания через практическое применение, развить навыки анализа и презентации математических концепций, а также научиться применять векторные методы к реальным задачам (например, аппроксимация данных методом наименьших квадратов или анализ подпространств в геометрии). Проект способствует развитию критического мышления и умения связывать абстрактную математику с прикладными областями.

Сроки

- **Начало проекта:** [Дата старта, например, 1 неделя после выдачи задания].
- **Промежуточный этап:** [Через 2-3 недели] — сдача плана проекта (описание темы, цели и предварительных результатов).
- **Завершение проекта:** [Через 4-6 недель] — сдача полного отчета и подготовка к защите.
- **Защита:** [Через 1 неделю после сдачи отчета] — устная презентация и ответы на вопросы.

Сроки могут корректироваться преподавателем в зависимости от графика курса.

Этапы выполнения

1. **Подготовка и планирование (1 неделя):** Выберите конкретную задачу или приложение (например, "Применение метода наименьших квадратов для аппроксимации траектории движения" или "Анализ проекций в R^3 для компьютерной графики"). Соберите теоретический материал по теме и составьте план отчета.

2. **Теоретическая часть (1-2 недели):** Опишите ключевые понятия (определения, доказательства неравенств, алгоритмы метода Грама-Шмидта и т.д.). Включите примеры вычислений (скалярное произведение, проекции, замена базиса).

3. **Практическая часть (1-2 недели):** Решите задачу с вычислениями (например, найдите проекцию точки на плоскость, примените метод наименьших квадратов к набору данных, постройте ортонормированный базис). Используйте программные инструменты (Python с numpy, MATLAB или ручные расчеты) для иллюстраций.

4. **Анализ и выводы (1 неделя):** Обсудите результаты, их интерпретацию и возможные применения. Подготовьте отчет в формате PDF с формулами, графиками и ссылками.

5. **Подготовка к защите (1 неделя):** Создайте презентацию (PowerPoint или аналог) с ключевыми слайдами (введение, теория, вычисления, выводы). Практикуйте ответы на возможные вопросы.

Критерии оценивания

Оценка выставляется по 10-балльной шкале (максимум). Критерии:

- **Теоретическое содержание (3 баллов):** Глубина объяснений понятий (определения, доказательства), правильность формул и примеров. Полные баллы за точность и полноту.
- **Практическая часть (3 баллов):** Качество вычислений, точность решений задач, использование инструментов. Баллы снижаются за ошибки или отсутствие иллюстраций.

- **Анализ и выводы (2 баллов):** Критичность мышления, связь теории с практикой, оригинальность приложения. Баллы за релевантные интерпретации.
- **Отчет и оформление (1 баллов):** Структура, ясность, отсутствие ошибок, цитирование источников. Баллы за профессиональный вид.
- **Общий вклад (1 баллов):** Инновационность, усилия по углублению темы (например, дополнительные приложения).

Шкала: 9-10 — отлично, 8-7 — хорошо, 6-4 — удовлетворительно, ниже 3 — неудовлетворительно. Проект должен быть индивидуальным; плагиат ведет к нулевой оценке.

Критерии защиты

Защита проходит в форме устной презентации перед комиссией (преподаватель и возможно ассистенты). Критерии:

- **Презентация (5 баллов):** Четкость изложения (логика, темп речи, визуалы), охват всех этапов проекта, время (10-15 минут). Баллы за энтузиазм и умение заинтересовать аудиторию.
- **Ответы на вопросы (3 баллов):** Глубина понимания, корректность ответов на вопросы по теории и практике. Баллы за аргументированные объяснения и способность адаптироваться.
- **Общая подготовка (2 баллов):** Знание материала, уверенность, взаимодействие с аудиторией. Баллы снижаются за чтение с листа или отсутствие подготовки.

Оценка защиты влияет на итоговую оценку проекта (усредняется с оценкой отчета). В случае низкой оценки защиты возможна пересдача.

Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) 2 семестр

| № п/п | Задание | Ответ | Компетенция |
|-------|--|----------------------------|-------------|
| 1 | Определите тип пространства, в котором функция задана как отображение из R^n в R . | евклидово пространство | ОПК-1 |
| 2 | Назовите понятие, характеризующее производную функции многих переменных в точке. | дифференциал | ОПК-1 |
| 3 | Укажите формулу, описывающую матрицу частных производных функции нескольких переменных. | матрица Якоби | ОПК-1 |
| 4 | Определите, как называется функция, задающая траекторию в пространстве с помощью векторных значений. | вектор-функция | ОПК-1 |
| 5 | Назовите метод оптимизации, не имеющий ограничений на область определения. | безусловная оптимизация | ОПК-1 |
| 6 | Как называется метод поиска экстремума функции при наличии ограничений? | условная оптимизация | ОПК-1 |
| 7 | Укажите вид интеграла, который не имеет конкретных границ интегрирования. | неопределённый интеграл | ОПК-1 |
| 8 | Назовите теорему, обеспечивающую существование и единственность решения дифференциального уравнения. | теорема Пикара | ОПК-4 |
| 9 | Как называется пространство с нормой, эквивалентной евклидовой норме в R^n ? | нормированное пространство | ОПК-4 |

| | | | |
|----|---|-------------------------------|-------|
| 10 | Назовите свойство функции нескольких переменных, при котором предел функции в точке равен значению функции в этой точке. | непрерывность | ОПК-4 |
| 11 | Как называется отображение, для которого существует линейное приближение с остаточным членом, стремящимся к нулю быстрее аргумента? | дифференцируемое отображение | ОПК-4 |
| 12 | Укажите понятие, описывающее градиент функции нескольких переменных. | вектор градиента | ОПК-4 |
| 13 | Назовите принцип, гарантирующий сжатие отображения в метрическом пространстве. | принцип сжимающих отображений | ОПК-4 |
| 14 | Как называется функция, используемая для поиска условного экстремума с помощью множителей? | функция Лагранжа | ОПК-4 |
| 15 | Укажите тип интеграла, применяемого для измерения объёма в \mathbb{R}^n с помощью меры Лебега. | кратный интеграл | ПК-1 |
| 16 | Назовите теорему, которая позволяет менять порядок интегрирования в повторных интегралах. | теорема Фубини | ПК-1 |
| 17 | Как называется форма, применяемая для ориентированного интегрирования в \mathbb{R}^n ? | дифференциальная форма | ПК-1 |
| 18 | Укажите теорему, связывающую интеграл по границе тела с интегралом по самому телу. | теорема Стокса | ПК-1 |
| 19 | Назовите понятие, характеризующее сходимость последовательности точек в \mathbb{R}^n . | сходимость | ПК-1 |
| 20 | Как называется ряд, представляющий функцию в виде суммы степенных членов около точки? | ряд Тейлора | ПК-1 |