

УТВЕРЖДЕНА

Решением Ученого совета
АНО ВО «Центральный университет»
«24» июня 2025 г.
Протокол №2

**Рабочая программа дисциплины (модуля)
«Дифференциальные уравнения»**

Направление подготовки: 38.03.05 Бизнес-информатика

Направленность (профиль) подготовки: Бизнес-аналитика

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Срок освоения программы: 4 года

Год набора: 2025

**Москва
2025**

Содержание

| | |
|--|-----------|
| 1. Краткая характеристика дисциплины (модуля) | 3 |
| 2. Перечень планируемых результатов обучения | 5 |
| 3. Тематический план | 6 |
| 4. Содержание дисциплины (модуля) | 7 |
| 5. Учебно-методическое обеспечение | 8 |
| 6. Материально-техническое обеспечение | 8 |
| 7. Методические и оценочные материалы | 10 |

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Дифференциальные уравнения» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по специальности 38.03.05 Бизнес-информатика, профиль Бизнес-аналитика, утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 838 от 29.07.2020 года.

Изучение дисциплины (модуля) «Дифференциальные уравнения» обеспечивает математическую основу для понимания и описания процессов изменения во времени и пространстве, что является ключевым для разработки алгоритмов и программных средств в прикладной математике и компьютерных науках. Кроме того, знание дифференциальных уравнений способствует развитию аналитического мышления и способности к решению сложных междисциплинарных задач.

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина (модуль) включена в учебный план по программе подготовки бакалавриата по направлению 38.03.05 Бизнес-информатика, профиль Бизнес-аналитика и входит в вариативную часть Блока 1, формируемую участниками образовательных отношений.

Дисциплина (модуль) изучается на 3 или 4 курсе в 6, 7, 8 семестре на выбор. Доступна к изучению после успешного освоения дисциплин (модулей): «Математический анализ» и «Линейная алгебра» или «Основы математического анализа и линейной алгебры».

Цель изучения дисциплины (модуля): формирование у студентов фундаментальных знаний и навыков решения и анализа дифференциальных уравнений, необходимых для моделирования и исследования динамических процессов в различных областях науки и техники.

Задачи изучения дисциплины (модуля):

— освоить основные типы и классификации дифференциальных уравнений и их решений;

— научиться анализировать и формулировать задачи, сводящиеся к дифференциальным уравнениям, решать различные прикладные задачи;

— научиться формулировать и решать задачи, моделируемых с помощью дифференциальных уравнений, в рамках междисциплинарных исследований;

— научиться осуществлять критический анализ и обосновывать выбор методов решения для конкретных типов уравнений.

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

знать:

— основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) и их классификацию

— фундаментальные теоремы существования и единственности решений

— основные аналитические и качественные методы исследования ОДУ

— теорию устойчивости решений и методы её анализа

— важнейшие приложения ОДУ в естественных науках и технике

уметь:

— определять тип ОДУ и выбирать соответствующий метод решения

— применять аналитические методы для решения основных классов ОДУ

— исследовать качественное поведение решений, включая вопросы устойчивости

— строить фазовые портреты для автономных систем

— использовать численные методы для приближённого решения ОДУ

— применять теорию ОДУ для решения прикладных задач

владеть:

- математическим аппаратом теории обыкновенных дифференциальных уравнений
- методами аналитического и качественного анализа ОДУ
- навыками построения математических моделей с использованием ОДУ
- техникой исследования устойчивости динамических систем
- основами численных методов решения ОДУ

2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

| Компетенция | Содержание компетенции | Индикатор компетенции | Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю) |
|-------------|---|-----------------------|--|
| УК-1. | Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | УК-1.1. | Знает методы поиска и анализа информации в области аналитики, основные принципы критической оценки источников информации и их релевантности. |
| | | УК-1.2. | Умеет критически оценивать источники информации и синтезировать данные из различных источников для решения задач, применять системный подход к анализу и решению комплексных проблем |
| | | УК-1.3. | Имеет практический опыт работы с современными инструментами и технологиями для обработки информации, формулировании и структурировании задач на основе полученной информации |
| ОПК-4. | Способен понимать принципы работы информационных технологий; использовать информацию, методы и программные средства ее сбора, обработки и анализа для информационно-аналитической поддержки принятия управленческих решений | ОПК-4.1. | Знает основные принципы работы информационных технологий и их влияние на бизнес-процессы |
| | | ОПК-4.2. | Умеет использовать методы и программные средства для сбора, обработки и анализа информации, обеспечивая качественную информационно-аналитическую поддержку |
| | | ОПК-4.3. | Имеет практический опыт в применении аналитических инструментов для поддержки принятия управленческих решений в организациях |
| ПК-2. | Способен использовать соответствующий математический аппарат и инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования для решения задач профессиональной деятельности | ПК-2.1. | Знает основные математические методы и инструментальные средства, применяемые для обработки и анализа информации |
| | | ПК-2.2. | Умеет эффективно использовать математический аппарат для систематизации данных и решения профессиональных задач |
| | | ПК-2.3. | Имеет практический опыт работы с инструментами анализа информации в рамках исследовательских проектов |

3. Тематический план

| №п/п | Наименование раздела дисциплины (модуля) | Трудоемкость, академические часы | | | | ТКУ (текущий контроль успеваемости) |
|---|--|----------------------------------|-----------|-----------|------------------------|---|
| | | <i>Очная форма</i> | | | | |
| | | Контактная работа | | Контроль | Самостоятельная работа | |
| Лекции | Семинары (практические занятия) | | | | | |
| 1 | Основные понятия и определения | 3 | 3 | 2 | 13 | Домашние задания, Контрольная работа |
| 2 | Простейшие типы дифференциальных уравнений первого порядка | 3 | 3 | | 13 | Домашние задания, Подготовка к семинару |
| 3 | Теоретические основы | 3 | 3 | | 13 | Домашние задания, Подготовка к семинару |
| 4 | Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами n-го порядка | 4 | 4 | 2 | 14 | Домашние задания, Контрольная работа |
| 5 | Системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами | 4 | 4 | | 14 | Домашние задания, Подготовка к семинару |
| 6 | Линейные дифференциальные уравнения и системы с переменными коэффициентами | 4 | 4 | | 14 | Домашние задания, Подготовка к семинару |
| 7 | Теоретические основы | 3 | 3 | | 13 | Домашние задания, Подготовка к семинару |
| 8 | Автономные системы дифференциальных уравнений | 3 | 3 | | 13 | Домашние задания, Подготовка к семинару |
| 9 | Основы теории устойчивости | 3 | 3 | | 13 | Домашние задания, Подготовка к семинару |
| | <i>Экзамен</i> | | | 6 | | |
| Итого: | | 30 | 30 | 10 | 120 | |
| Объем дисциплины (модуля) (в ак. ч.) | | 190 | | | | |
| Объем дисциплины (модуля) (в зач. ед.) | | 5 | | | | |

4. Содержание дисциплины (модуля)

| №п/п | Наименование раздела дисциплины (модуля) | Содержание дисциплины (модуля) по темам |
|------|--|--|
| 1 | Основные понятия и определения | Общее определение дифференциального уравнения. Нормальный вид одного уравнения и системы. Задача Коши для одного уравнения и для системы |
| 2 | Простейшие типы дифференциальных уравнений первого порядка | Простейшие типы дифференциальных уравнений первого порядка |
| 3 | Теоретические основы | Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Теорема о продолжении решения |
| 4 | Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами n-го порядка | Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами n-го порядка |
| 5 | Системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами | Общее решение однородной системы. Матричная экспонента и ее применение. Частное решение для правой части в виде вектор-квасимногочлена |
| 6 | Линейные дифференциальные уравнения и системы с переменными коэффициентами | Фундаментальная система и фундаментальная матрица решений. Определитель Вронского. Формула Лиувилля-Остроградского. Метод вариации постоянных |
| 7 | Теоретические основы | Теорема о непрерывной зависимости от параметра и начальных условий. Теорема о дифференцируемости по параметру и начальному условию |
| 8 | Автономные системы дифференциальных уравнений | Основные свойства фазовых траекторий. Положения равновесий линейных систем на плоскости. Построение фазовых портретов в окрестности гиперболических особых точек для нелинейных систем на плоскости. Теорема о выпрямлении векторного поля. Первые интегралы |
| 9 | Основы теории устойчивости | Устойчивость по Ляпунову и асимптотическая устойчивость. Теорема об устойчивости по первому приближению. Функция Ляпунова. Теоремы Ляпунова и Четаева |

5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Основная литература:

1. Боровских, А. В. Дифференциальные уравнения : учебник и практикум для вузов / А. В. Боровских, А. И. Перов. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 568 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-21132-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/559423>.

2. Муратова, Т. В. Дифференциальные уравнения : учебник и практикум для вузов / Т. В. Муратова. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 524 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19174-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/560212>.

3. Аксенов, А. П. Дифференциальные уравнения : учебник для вузов / А. П. Аксенов. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 592 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-21439-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/571419>.

4. Зайцев, В. Ф. Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка : учебник для вузов / В. Ф. Зайцев, А. Д. Полянин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 413 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02377-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/558842>.

Дополнительная литература:

1. Капкаева, Л. С. Математический анализ: теория пределов, дифференциальное исчисление : учебник для вузов / Л. С. Капкаева. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 246 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04898-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/563592>.

6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной

мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- механическими калькуляторами;
- специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

| № | Наименование портала (издания, курса, документа) | Ссылка |
|----|--|---|
| 1. | Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека | https://elibrary.ru/defaultx.asp |
| 2. | База данных для IT-специалистов | https://habr.com |
| 3. | База данных ScienceDirect | https://www.sciencedirect.com |
| 4. | Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации | https://minobrnauki.gov.ru/ |
| 5. | Федеральный портал «Российское образование» | https://www.edu.ru/ |
| 6. | Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" | http://window.edu.ru/ |
| 7. | Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов | http://school-collection.edu.ru/ |
| 8. | Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов | http://fcior.edu.ru/ |

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

| Наименование ПО | Производство | Лицензионное / свободно распространяемое |
|--|---------------|--|
| Операционные системы: | | |
| Microsoft Imagine (Windows Client, Server) | зарубежное | лицензионное |
| Браузеры: | | |
| Яндекс.Браузер | отечественное | свободно распространяемое |
| Google Chrome | зарубежное | свободно распространяемое |
| Офисные приложения: | | |
| Microsoft Imagine (Visio, OneNote) | зарубежное | лицензионное |
| TeXstudio | зарубежное | свободно распространяемое |
| Adobe Acrobat Reader | зарубежное | свободно распространяемое |
| Программное обеспечение для планирования и учета времени: | | |
| Toggle app | зарубежное | свободно распространяемое |
| Системы управления проектами: | | |
| Microsoft Imagine (Project) | зарубежное | лицензионное |

| | | |
|---|---------------|---------------------------|
| Системы управления базами данных: | | |
| Microsoft Imagine (SQL Server) | зарубежное | лицензионное |
| Системы резервного копирования (backup): | | |
| Acronis Backup Advanced for HyperV | зарубежное | лицензионное |
| Справочно-правовые системы: | | |
| КонсультантПлюс: справочно-правовая система | отечественное | лицензионное |
| Средства антивирусной защиты: | | |
| Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition | отечественное | лицензионное |
| Среды разработки: | | |
| Visual Studio Code | зарубежное | свободно распространяемое |
| Bash (Unix shell) | зарубежное | свободно распространяемое |
| Anaconda | зарубежное | свободно распространяемое |
| Robotic Operating System | зарубежное | свободно распространяемое |
| CopelliaSim | зарубежное | свободно распространяемое |
| Google Colaboratory | зарубежное | свободно распространяемое |
| Пакеты программных средств и библиотек: | | |
| AutoPsy | зарубежное | свободно распространяемое |
| Interactive Disassembler (IDA) | зарубежное | свободно распространяемое |
| Системы управления библиографической информацией: | | |
| Zotero | зарубежное | свободно распространяемое |
| Сервисы и службы: | | |
| Bind | зарубежное | свободно распространяемое |
| Docker | зарубежное | свободно распространяемое |

7. Методические и оценочные материалы

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Дифференциальные уравнения» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекции, семинары, домашние задания, контрольные работы, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

Лекция – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удастся, следует сформулировать вопрос и задать его преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

Семинар — это форма учебной деятельности, проводимая в учебном заведении под руководством преподавателя, где студенты активно участвуют в обсуждениях, практических заданиях и других формах взаимодействия.

Для успешной подготовки к семинару рекомендуется заранее ознакомиться с темой занятия и основными материалами, чтобы иметь возможность активно участвовать в обсуждении. Также полезно подготовить вопросы и идеи для обсуждения, что поможет глубже понять материал и продемонстрировать заинтересованность.

Аудиторная работа – активная работа студента на семинаре, его ответы на вопросы преподавателя и участие в дискуссии.

Для успешного участия в семинаре студентам рекомендуется заранее ознакомиться с темой обсуждения, прочитать необходимые материалы и подготовить вопросы. Важно активно слушать и вовлекаться в дискуссию, высказывая свои мнения и аргументируя их. При ответах на вопросы преподавателя стоит быть уверенным, четким и логичным, опираясь на изученный материал. Также полезно поддерживать диалог с однокурсниками, чтобы обогатить обсуждение и расширить свои знания.

Домашнее задание – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал. Использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

Контрольная работа – письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время.

Цель контрольной работы - получить специальные знания по одной или нескольким темам дисциплины (модуля) и продемонстрировать навыки их практического применения.

Самостоятельная работа – работа студентов, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине (модулю) «Дифференциальные уравнения»

Оценивание уровня учебных достижений, обучающихся по дисциплине (модулю), осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) осуществляется в форме **экзамена**, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом:

| Десятибалльная оценка | Пятибалльная оценка | Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю) |
|------------------------------|----------------------------|---|
| 10 | Отлично | Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину. Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, |
| 9 | Отлично | |
| 8 | Отлично | |

| Десятибалльная оценка | Пятибалльная оценка | Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю) |
|-----------------------|---------------------|--|
| | | а также решает сложные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами. |
| 7 | Хорошо | Студент обладает знаниями предмета почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами. |
| 6 | Хорошо | |
| 5 | Удовлетворительно | Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине (модулю), но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Студент способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования. |
| 4 | Удовлетворительно | |
| 3 | Не сдан | Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы. |
| 2 | Не сдан | |
| 1 | Не сдан | |

Дисциплина (модуль) «Дифференциальные уравнения» оценивается следующим образом:

| Активность | Вес | Описание |
|--------------------|-----|--|
| Домашние задания | 20% | Набор задач по темам недели |
| Контрольная работа | 30% | Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время |
| Аудиторная работа | 15% | Активная работа студента на семинаре, его ответы на вопросы преподавателя и участие в дискуссии |
| Экзамен | 30% | Письменная или устная работа над заданием, направленным на проверку полученных знаний и навыков по дисциплине (модулю) |

Итоговая оценка по дисциплине (модулю) «Дифференциальные уравнения» выставляется по формуле: $\langle 0,2 \times \text{среднее за домашние задания} + 0,3 \times \text{среднее за контрольные работы} + 0,15 \times \text{аудиторная работа} + 0,3 \times \text{экзамен} \rangle$.

Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

Примерные домашние задания

Домашнее задание: Основы и методы решения ОДУ

1. Классифицируйте следующие уравнения по порядку и типу:
 - a) $y'+3y=\sin x$
 - b) $y''+y=0$
 - c) $y'=y^2$
2. Решите уравнение $y'=3y$ аналитически с начальным условием $y(0)=2$.
3. Найдите общее решение уравнения $y''-4y'+4y=0$.
4. Используя метод Эйлера, приближенно решите задачу Коши для уравнения $y'=y-x$, $y(0)=1$ на интервале $[0,1]$ с шагом 0.2.
5. Сравните полученные численные решения с аналитическим решением из задания 2, сделайте выводы о точности метода.

Домашнее задание: Линейные уравнения и системы

1. Найдите общее решение уравнения $y''+2y'+y=0$.
2. Решите систему линейных ОДУ:

$$\begin{cases} x' = 2x + y \\ y' = -x + 4y \end{cases}$$

3. Представьте систему из задания 2 в матричной форме и найдите собственные значения матрицы коэффициентов.
4. Используя метод вариации постоянных, решите уравнение $y'+y=e^x$.
5. Объясните, как линейность уравнений упрощает процесс нахождения решений по сравнению с нелинейными случаями.

Домашнее задание: Качественная теория и устойчивость решений

1. Постройте фазовый портрет системы:

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = -x \end{cases}$$

2. Определите устойчивость равновесной точки $(0,0)$ для системы из задания 1.
3. Рассмотрите уравнение $y'=y(1-y)$. Найдите точки равновесия и исследуйте их устойчивость.
4. Объясните понятие бифуркации на примере уравнения $y'=ry-y^3$, где r — параметр.
5. Приведите пример динамической системы с бифуркацией и опишите её поведение при изменении параметра.

Примерные задания по контрольной работе

1. Найдите общее решение уравнения второго порядка:
 $y''-3y'+2y=0$.
2. Решите неоднородное уравнение:
 $y''+y=\cos x$.
3. Запишите систему двух линейных ОДУ в матричной форме:

$$\begin{cases} x' = 4x + y, \\ y' = -2x + 3y. \end{cases}$$

4. Найдите собственные значения и собственные векторы матрицы коэффициентов системы из задания 3.
5. Решите систему из задания 3, используя метод диагонализации матрицы.
6. Примените метод вариации постоянных для решения уравнения:
 $y' + 2y = e^{-x}$.
7. Рассмотрите систему:

$$\begin{cases} x' = 3x + 4y, \\ y' = -4x + 3y. \end{cases}$$
8. Постройте фазовый портрет системы из задания 7.
9. Определите тип и устойчивость равновесной точки системы из задания 7.
10. Объясните, почему метод собственных значений и собственных векторов является эффективным для решения систем линейных ОДУ с постоянными коэффициентами.

Примерный список вопросов для подготовки к семинару

1. Основы и методы решения ОДУ

1. Какие существуют классификации обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)?
2. В чем отличие уравнений первого и второго порядка?
3. Что такое линейное и нелинейное ОДУ? Приведите примеры.
4. Какие методы аналитического решения ОДУ вам известны?
5. Как решается уравнение с разделяющимися переменными?
6. Что такое задача Коши для ОДУ?
7. Какие численные методы решения ОДУ вы знаете? В чем особенности метода Эйлера?
8. Какие преимущества и недостатки имеют численные методы по сравнению с аналитическими?

2. Линейные уравнения и системы

9. Что такое линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами?
10. Как найти общее решение однородного линейного ОДУ второго порядка?
11. Что такое характеристическое уравнение и как оно используется?
12. Как решать неоднородные линейные уравнения?
13. Как записать систему линейных ОДУ в матричной форме?
14. Что такое собственные значения и собственные векторы матрицы коэффициентов системы?
15. Как метод диагонализации помогает решать системы линейных ОДУ?
16. В чем суть метода вариации постоянных для решения неоднородных систем?

3. Качественная теория и устойчивость решений

17. Что такое фазовый портрет и как его строить для систем двух уравнений?
18. Какие типы равновесных точек существуют (узлы, седла, фокусы и т.п.)?
19. Как определить устойчивость равновесной точки?
20. Что такое асимптотическая устойчивость?
21. Какие методы исследования устойчивости вы знаете?
22. Что такое бифуркация в динамических системах?
23. Приведите пример бифуркации и опишите её поведение.
24. Как качественный анализ помогает понять поведение решений без явного решения уравнений?

4. Расширенные темы и приложения

25. Какие основные методы анализа нелинейных дифференциальных уравнений вы знаете?
26. Как моделируются реальные процессы с помощью ОДУ? Приведите пример.
27. В чем особенности численных методов для нелинейных систем?
28. Какие программные средства применяются для решения и анализа ОДУ?
29. Как методы численного интегрирования адаптируются для сложных моделей?
30. Какие современные направления исследований в области дифференциальных уравнений вам известны?

Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

| № п/п | Задание | Ответ | Компетенция |
|-------|---|---|-------------|
| 1 | Определите порядок дифференциального уравнения $y''' + 2y'' + y = 0$. | 3 | ПК-2 |
| 2 | Какой тип имеет дифференциальное уравнение первого порядка $y' = x + y$? | с разделяющимися переменными | ОПК-4 |
| 3 | Укажите теорему, утверждающую существование и единственность решения задачи Коши для уравнения $y' = f(x, y)$. | теорема Пикара-Линделёфа | ОПК-4 |
| 4 | Найдите общее решение линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами $y'' + 4y = 0$. | $y = C_1 \cos(2x) + C_2 \sin(2x)$ | ПК-2 |
| 5 | Определите размерность фундаментальной системы решений для системы линейных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами размера 2×2 . | 2 | УК-1 |
| 6 | Какой метод используется для нахождения частного решения неоднородной системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами? | вариации постоянных / неопределённых коэффициентов | УК-1 |
| 7 | Укажите условие, при котором определитель Вронского для фундаментальной системы решений равен нулю. | решения линейно зависимы | УК-1 |
| 8 | Определите тип особой точки для автономной системы на плоскости $x' = x + y, y' = -x + y$. | узел | УК-1 |
| 9 | Как называется функция, используемая для исследования устойчивости по Ляпунову? | функция Ляпунова | УК-1 |
| 10 | Укажите теорему, позволяющую исследовать устойчивость по первому приближению. | теорема Ляпунова об устойчивости | ОПК-4 |
| 11 | Какой тип устойчивости означает, что решение стремится к нулю при $t \rightarrow \infty$? | асимптотическая устойчивость | ОПК-4 |
| 12 | Определите порядок дифференциального уравнения, описывающего колебания маятника (упрощённая модель). | 2 | ПК-2 |
| 13 | Найдите частное решение уравнения $y' = 2x + 1$ с начальным условием $y(0) = 1$. | $y = x^2 + x + 1$ | ПК-2 |
| 14 | Как связаны дифференциальные уравнения с методами оптимизации в машинном обучении, такими как градиентный спуск? | описывают траектории спуска | ПК-2 |
| 15 | Укажите, как теорема о непрерывной зависимости решений используется в анализе моделей машинного обучения. | для оценки чувствительности к изменениям параметров | ПК-2 |
| 16 | Определите порядок дифференциального уравнения, моделирующего динамику нейронной сети (упрощённо). | 1 | ПК-2 |
| 17 | Какой инструмент информационно-коммуникационных технологий используется для численного решения дифференциальных уравнений? | MATLAB / Python | ПК-2 |

| | | | |
|----|---|------------------------|------|
| 18 | Укажите принцип информационной безопасности при использовании онлайн-ресурсов для решения задач по дифференциальным уравнениям. | защита данных | ПК-2 |
| 19 | Как применяется библиографическая культура при поиске решений дифференциальных уравнений в научных базах данных? | цитирование источников | ПК-2 |
| 20 | Определите, какой тип задачи Коши решается с помощью программного обеспечения для систем дифференциальных уравнений. | начальная задача | ПК-2 |