

УТВЕРЖДЕНА

Приказом Ректора АНО ВО
«Центральный университет»
Ивашкевич Е.В.
от «19» января 2024 г. № 0119.37

**Рабочая программа дисциплины (модуля)
«Методы оптимизации»
дополнительной профессиональной программы – программы
профессиональной переподготовки «Академия data science»**

Траектория: Машинное обучение

**Москва
2024**

Содержание

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)	3
2. Тематический план	4
3. Содержание дисциплины (модуля)	4
4. Учебно-методическое обеспечение	5
5. Материально-техническое обеспечение	5
6. Методические и оценочные материалы	7

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Изучение дисциплины (модуля) «Методы оптимизации» позволяет развить навыки системного решения прикладных задач и повысить эффективность использования ресурсов. Эти знания являются основой для понимания алгоритмов и моделей, применяемых в инженерии, экономике и информационных технологиях.

Цель изучения дисциплины (модуля): приобретение знаний и навыков для анализа, разработки и применения эффективных методов решения задач, требующих оптимизации ресурсов и процессов в различных областях.

Задачи изучения дисциплины (модуля):

— формирование знаний и понимания по темам: выпуклый анализ, матрично-векторное дифференцирование, выпуклые множества, выпуклые функции, субградиент, сопряженные функции, двойственность, условия Каруша-Куна-Таккера, методы численной оптимизации и их сходимости, влияние гиперпараметров на методы оптимизации, классические дискретные задачи оптимизации и их решение;

— освоение умений: определять задана ли задача на выпуклом множестве, строить двойственные задачи, а также строить двойственные задачи через сопряженные функции, аналитически искать минимум функционала с ограничениями, искать минимум функционала на непрерывном множестве, искать минимум функционала на дискретном множестве;

— формирование навыков определения свойств функционала, обобщения градиента выпуклых функций на негладкие функции, вычисления обратного распространения ошибки, проведения экспериментов, подбора гиперпараметров в методах, применения неточных алгоритмов оптимизации к дискретным задачам.

2. Тематический план

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Трудоемкость, академические часы				ТКУ (текущий контроль успеваемости)
		<i>Очная форма</i>				
		Аудиторная работа		Контроль	Самостоя тельная работа	
Лекции	Семинары (практичес кие занятия)					
1	Выпуклый анализ	15	15		40	Домашние задания, Квизы
2	Численные методы оптимизации	15	15		42	Домашние задания, Квизы, Контрольная работа
3	Дискретная оптимизация	15	16		42	Домашние задания, Квизы Контрольная работа
	<i>Экзамен</i>			6		
	Итого:	45	46	6	124	
	Объем дисциплины (модуля) (в ак. ч.)	221				

3. Содержание дисциплины (модуля)

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание дисциплины (модуля) по темам
1	Выпуклый анализ	Матрично-векторное дифференцирование. Выпуклые множества. Выпуклые функции. Субградиент. Сопряженные функции. Двойственность. Условия Каруша-Куна-Таккера. Обратное распространение ошибки.
2	Численные методы оптимизации	Различные методы численной оптимизации и их сходимости. Влияние гиперпараметров на методы оптимизации.
3	Дискретная оптимизация	Разбор классических дискретных задач оптимизации и их решение.

4. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый слушатель в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Слушателям обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Основная литература:

1. Токарев, В. В. Методы оптимизации : учебник для вузов / В. В. Токарев. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 440 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04712-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/563479>.

2. Методы оптимизации : учебник и практикум для вузов / Ф. П. Васильев, М. М. Потапов, Б. А. Будаков, Л. А. Артемьева ; под редакцией Ф. П. Васильева. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 375 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-6157-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/560070>.

Дополнительная литература:

1. Сухарев, А. Г. Методы оптимизации : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 367 с. — (Бакалавр и магистр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3859-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/507818>.

5. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- механическими калькуляторами;
- специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и

обеспечением доступа к в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

№	Наименование портала (издания, курса, документа)	Ссылка
1.	Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека	https://elibrary.ru/defaultx.asp
2.	База данных для IT-специалистов	https://habr.com
3.	База данных ScienceDirect	https://www.sciencedirect.com
4.	Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации	https://minobrnauki.gov.ru/
5.	Федеральный портал «Российское образование»	https://www.edu.ru/
6.	Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	http://window.edu.ru/
7.	Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов	http://school-collection.edu.ru/
8.	Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов	http://fcior.edu.ru/

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Наименование ПО	Производство	Лицензионное / свободно распространяемое
Операционные системы:		
Microsoft Imagine (Windows Client, Server)	зарубежное	лицензионное
Браузеры:		
Яндекс.Браузер	отечественное	свободно распространяемое
Google Chrome	зарубежное	свободно распространяемое
Офисные приложения:		
Microsoft Imagine (Visio, OneNote)	зарубежное	лицензионное
TeXstudio	зарубежное	свободно распространяемое
Adobe Acrobat Reader	зарубежное	свободно распространяемое
Программное обеспечение для планирования и учета времени:		
Toggle app	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления проектами:		
Microsoft Imagine (Project)	зарубежное	лицензионное
Системы управления базами данных:		
Microsoft Imagine (SQL Server)	зарубежное	лицензионное
Системы резервного копирования (backup):		
Acronis Backup Advanced for HyperV	зарубежное	лицензионное
Справочно-правовые системы:		
КонсультантПлюс: справочно-правовая система	отечественное	лицензионное
Средства антивирусной защиты:		

Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition	отечественное	лицензионное
Среды разработки:		
Visual Studio Code	зарубежное	свободно распространяемое
Bash (Unix shell)	зарубежное	свободно распространяемое
Anaconda	зарубежное	свободно распространяемое
Robotic Operating System	зарубежное	свободно распространяемое
CopelliaSim	зарубежное	свободно распространяемое
Google Colaboratory	зарубежное	свободно распространяемое
Пакеты программных средств и библиотек:		
AutoPsy	зарубежное	свободно распространяемое
Interactive Disassembler (IDA)	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления библиографической информацией:		
Zotero	зарубежное	свободно распространяемое
Сервисы и службы:		
Bind	зарубежное	свободно распространяемое
Docker	зарубежное	свободно распространяемое

6. Методические и оценочные материалы

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Методы оптимизации» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, домашние задания, квизы, контрольные работы, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

Лекция – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удастся, следует сформулировать вопрос и задать его преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

Участие в семинаре (практическом занятии) – активная работа слушателя на семинаре, его ответы на вопросы преподавателя и участие в дискуссии.

Для успешного участия в семинаре слушателям рекомендуется заранее ознакомиться с темой обсуждения, прочитать необходимые материалы и подготовить вопросы. Важно активно слушать и вовлекаться в дискуссию, высказывая свои мнения и аргументируя их. При ответах на вопросы преподавателя стоит быть уверенным, четким и логичным, опираясь на изученный материал. Также полезно поддерживать диалог с однокурсниками, чтобы обогатить обсуждение и расширить свои знания.

Домашнее задание – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал. Использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

Контрольная работа – письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время.

Цель контрольной работы - получить специальные знания по одной или нескольким темам дисциплины (модуля) и продемонстрировать навыки их практического применения.

Квиз – это интерактивное тестирование, направленное на проверку знаний и понимания изучаемого материала.

Для успешной подготовки к квизу рекомендуется внимательно изучить основные понятия и методы, уделяя особое внимание их применению. Полезно решать практические задачи и примеры, чтобы закрепить теоретические знания. Также стоит ознакомиться с типичными вопросами и форматами заданий, чтобы лучше подготовиться к тестированию.

Самостоятельная работа – работа слушателей, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы слушатели взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи слушателя включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Оценивание уровня учебных достижений обучающихся по дисциплине (модулю) осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) осуществляется в форме **экзамена**.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом:

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
10	Отлично	Слушатель полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину (модуль). Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи. Слушатель хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами.
9	Отлично	
8	Отлично	
7	Хорошо	Слушатель обладает знаниями предмета почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он
6	Хорошо	

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
		умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Слушатель хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами.
5	Удовлетворительно	Слушатель обладает базовыми знаниями по дисциплине (модулю), но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Слушатель способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования.
4	Удовлетворительно	
3	Не сдан	Слушатель не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы.
2	Не сдан	
1	Не сдан	

Дисциплина (модуль) «Методы оптимизации» оценивается следующим образом:

Активность	Вес	Количество	Описание
Домашние задания	15%	10	Набор задач по темам недели
Квизы	10%	5	Решение интерактивных тестов
Контрольная работа	40%	2	Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время
Экзамен	35%	1	Письменная или устная работа над заданием, направленным на проверку полученных знаний и навыков по дисциплине (модулю)

Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модулю) «Методы оптимизации»: « $0,15 \times$ среднее за домашние задания + $0,1 \times$ среднее за квизы + $0,4 \times$ среднее за контрольные работы + $0,35 \times$ экзамен».

Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

Примерные домашние задания

Домашнее задание 1: Матрично-векторное дифференцирование.

Задание 1.

Пусть $g(x)=x^T A x$, где A — симметричная матрица.

- Найдите градиент функции $g(x)$ по вектору x .
- Объясните, как результат зависит от свойств матрицы A .

Задание 2.

Рассмотрите функцию $h(x)=b^T C x$, где b — фиксированный вектор, а C — фиксированная матрица.

- Найдите градиент функции $h(x)$ по вектору x .
- Примените правило произведения для векторной функции и найдите производную функции $k(x)=x^T C x \cdot b^T x$.

Задание 3.

Рассмотрим функцию $f(x)=A^{-1}x$, где A — невырожденная матрица.

Найдите градиент функции $f(x)$ по вектору x .

Объясните, как вы можете использовать это знание для нахождения градиента функции $g(x)=x^T A^{-1}x$.

Задание 4.

Рассмотрите функцию $k(x)=\sin(b^T x)$, где b — фиксированный вектор.

- Найдите градиент функции $k(x)$.

Задание 5.

Для функции $f(x)=x^T A x + b^T x$ найдите условия для минимума, используя градиент.

Домашнее задание 2: Различные методы численной оптимизации и их сходимости.

Задание 1.

Реализуйте метод градиентного спуска для функции $f(x)=x^2-4x+4$.

- Найдите минимум функции и проанализируйте сходимость при различных значениях шага.

Задание 2.

Для функции $f(x)=x^4-3x^3+2$:

- Исследуйте, как изменение размера шага влияет на сходимость алгоритма градиентного спуска.
- Постройте график зависимости значения функции от числа итераций.

Задание 3.

Выведите формулу для метода Ньютона для функции $f(x)=e^x-x^2$.

- Проанализируйте сходимость метода на примере, используя начальное приближение $x_0=0$.

Задание 4.

Объясните принцип работы стохастического градиентного спуска.

- Реализуйте SGD для задачи линейной регрессии и проанализируйте его сходимость.

Задание 5.

Опишите метод Adam и его преимущества по сравнению с другими методами оптимизации.

- Реализуйте Adam для задачи минимизации функции потерь в регрессии и проанализируйте результаты.

Домашнее задание 3.

Задание 1.

Изучите классическую задачу о рюкзаке (0/1).

- Опишите алгоритм динамического программирования для её решения.
- Реализуйте алгоритм на примере, где у вас есть 5 предметов с заданными весами и ценами. Найдите максимальную ценность, которую можно унести в рюкзак с ограниченной вместимостью.

Задание 2.

Рассмотрите задачу о нахождении наименьшего остовного дерева в графе.

- Опишите алгоритм Краскала и алгоритм Прима.
- Реализуйте оба алгоритма на произвольном графе и сравните их эффективность по времени выполнения.

Задание 3.

Исследуйте задачу нахождения кратчайшего пути в графе.

- Опишите алгоритм Дейкстры и алгоритм Флойда-Уоршелла.
- Реализуйте оба алгоритма на графе, представленном в виде матрицы смежности, и проанализируйте время выполнения для различных размеров графа.

Задание 4.

Изучите задачу о максимальном потоке в сети.

- Опишите алгоритм Форда-Фалкерсона.
- Реализуйте алгоритм на примере сети с заданными узлами и потоками, и найдите максимальный поток из источника в сток.

Задание 5.

Рассмотрите задачу о раскраске графа.

- Опишите жадный алгоритм для раскраски графа и его сложность.
- Реализуйте алгоритм на графе с заданными вершинами и рёбрами, и найдите минимальное количество цветов, необходимых для раскраски.

Примерные задания для квизов

Квиз 1.

Вопрос 1.

Пусть $f(x) = x^T A x$, где A — симметричная матрица. Какой градиент функции f по вектору x ?

- A. Ax
- B. $A^T x$
- C. $2Ax$
- D. $x^T A$

Ответ: C.

Вопрос 2.

Какое из следующих множеств является выпуклым?

- A. Множество всех точек внутри круга вместе с его границей
- B. Множество точек на окружности без внутренней области
- C. Область в форме буквы «U»
- D. Множество двух точек, не лежащих на одной прямой

Ответ: A.

Вопрос 3.

Функция $f(x) = |x|$ является:

- A. Дифференцируемой в любой точке
- B. Выпуклой, но не дифференцируемой в $x=0$
- C. Невыпуклой
- D. Линейной

Ответ: B.

Вопрос 4.

Что такое сопряжённая функция f^* для функции f ?

- A) Производная функции f
- B) Функция, описывающая двойственную задачу

С) Фенхеллово сопряжение: $f^*(y) = \sup_x (y^T x - f(x))$

D) Обратная функция к f

Ответ: С.

Вопрос 5.

Какой из пунктов НЕ относится к условиям Каруша-Куна-Таккера (ККТ) для задачи с ограничениями $g_i(x) \leq 0$?

A) Условие стационарности

B) Допустимость решения

C) Комплементарная нежёсткость

D) Комплементарная слабость

Ответ: С.

Квиз 2.

Вопрос 1.

Какой из следующих методов является методом первого порядка для численной оптимизации?

A. Метод Ньютона

B. Метод градиентного спуска

C. Метод сопряжённых градиентов

D. Алгоритм генетической оптимизации

Ответ: B.

Вопрос 2.

Какое из следующих утверждений о методе Ньютона верно?

A. Он всегда сходится быстрее, чем метод градиентного спуска

B. Он использует вторые производные функции

C. Он не требует вычисления градиента

D. Он всегда находит глобальный минимум

Ответ: B.

Вопрос 3.

Как гиперпараметр скорости обучения (α) влияет на метод градиентного спуска?

A. Чем больше скорость обучения, тем медленнее сходимость

B. Слишком маленькая скорость обучения может привести к слишком быстрой сходимости

C. Слишком большая скорость обучения может привести к расходимости

D. Скорость обучения не влияет на сходимость

Ответ: C.

Вопрос 4.

Что такое моментум в контексте методов оптимизации?

A. Это способ увеличения скорости обучения

B. Это метод, который учитывает предыдущее изменение градиента для сглаживания обновлений

C. Это техника, которая увеличивает размер батча

D. Это способ уменьшения переобучения

Ответ: B.

Вопрос 5.

Какое влияние оказывает регуляризация на методы оптимизации?

A. Увеличивает скорость сходимости

B. Помогает избежать переобучения

C. Делает алгоритм более чувствительным к гиперпараметрам

D. Уменьшает размер обучающего набора

Ответ: B.

Квиз 3.

Вопрос 1.

Какой из следующих алгоритмов используется для решения задачи о рюкзаке (0/1 Knapsack Problem)?

- A. Алгоритм Дейкстры
- B. Алгоритм Краскала
- C. Динамическое программирование
- D. Жадный алгоритм

Ответ: C.

Вопрос 2.

Что такое задача о максимальном потоке в сети?

- A. Задача нахождения максимального веса в графе
- B. Задача нахождения наибольшего количества потока, который может пройти от источника к стоку через сеть
- C. Задача нахождения минимального пути в графе
- D. Задача нахождения кратчайшего пути с учетом весов

Ответ: B.

Вопрос 3.

Какой метод используется для решения задачи о назначениях (Assignment Problem)?

- A. Метод ветвей и границ
- B. Алгоритм Хунта
- C. Алгоритм Краскала
- D. Жадный алгоритм

Ответ: B.

Вопрос 4.

Какой из следующих методов не является жадным алгоритмом?

- A. Алгоритм Краскала для минимального остовного дерева
- B. Алгоритм Дейкстры для поиска кратчайшего пути
- C. Алгоритм, использующий динамическое программирование для задачи о рюкзаке
- D. Жадный алгоритм для задачи о размене монет

Ответ: C.

Вопрос 5.

Что такое задача о кратчайшем пути?

- A. Задача нахождения минимального веса в графе
- B. Задача нахождения кратчайшего пути между двумя узлами в графе с заданными весами
- C. рёбер
Задача нахождения максимального потока в сети
- D. Задача нахождения максимального веса в графе

Ответ: B.

Примерные задания для контрольной работы

Контрольная работа.

Задание 1.

Найдите производную функции $f(x)=Ax+b$ по вектору x , где A — матрица, a b — вектор.

Задание 2.

Дайте определение выпуклого множества и приведите пример, который не является выпуклым. Обоснуйте свой ответ.

Задание 3.

Докажите, что функция $f(x)=x^2$ является выпуклой на всей вещественной оси. Используйте определение выпуклой функции через вторую производную.

Задание 4.

Найдите субградиент функции $f(x)=|x|$ в точке $x=0$. Объясните, почему в этой точке существует более одного субградиента.

Задание 5.

Определите сопряженную функцию для функции $f(x)=\max_{i=1,\dots,n}(x_i)$. Найдите явное выражение для этой сопряженной функции и объясните, как она связана с выпуклыми функциями.

Задание 6.

Объясните концепцию двойственности в оптимизации. Приведите пример задачи оптимизации и её двойственной задачи, а также укажите условия, при которых выполняется двойственность.

Задание 7.

Приведите условия ККТ для задачи минимизации функции $f(x)$ при наличии ограничений $g_i(x)\leq 0$, $h_j(x)=0$. Объясните, что означает каждое из условий.

Задание 8

Опишите алгоритм обратного распространения ошибки для нейронной сети с одним скрытым слоем. Как вычисляются градиенты для обновления весов?

Задание 9.

Сравните методы градиентного спуска и метода Ньютона с точки зрения их сходимости. В каких случаях каждый из методов может быть предпочтительным?

Задание 10.

Рассмотрите задачу коммивояжера. Опишите алгоритм ветвей и границ для решения этой задачи. Приведите пример, показывающий, как этот алгоритм может быть применен для нахождения оптимального маршрута, и обсудите его сложность.

Примерный список вопросов к экзамену

1. Что такое производная функции от вектора по вектору и как записывается якобиан?
2. Как найти градиент функции $f(x)=x^T A x$, если A — симметричная матрица?
3. Как вычислить производную функции $f(X)=\text{tr}(X^T A X)$ по матрице X ?
4. Каково определение выпуклого множества?
5. Можете привести пример невыпуклого множества и объяснить, почему оно невыпуклое?
6. Почему пересечение выпуклых множеств является выпуклым?
7. Что характеризует выпуклую функцию и как это записывается через неравенство?
8. Как связана выпуклость функции с её второй производной?
9. Почему сумма выпуклых функций является выпуклой?
10. Что такое субградиент выпуклой функции в заданной точке?
11. Какой субградиент функции $f(x)=|x|$ в точке $x=0$?
12. В чём отличие субградиента от градиента?
13. Как определяется сопряжённая функция (фенхеллово сопряжение)?
14. Как выглядит сопряжённая функция для $f(x)=\max_i x_i$?
15. Как свойства выпуклости функции связаны с её сопряжённой функцией?
16. Что такое двойственная задача в оптимизации?
17. В чём состоят слабая и сильная двойственность?
18. Можете привести пример задачи и соответствующей ей двойственной задачи?
19. Как записываются условия ККТ для задачи с ограничениями $g_i(x)\leq 0$?
20. Как интерпретировать каждое из условий ККТ?
21. При каких условиях условия ККТ являются необходимыми и достаточными для оптимума?

22. Как работает алгоритм обратного распространения ошибки в нейронной сети?
23. Каким образом вычисляются градиенты для весов в скрытом слое?
24. Почему обратное распространение эффективно для обучения глубоких нейросетей?
25. В чём основные отличия градиентного спуска и метода Ньютона?
26. Какие условия обеспечивают сходимость градиентного спуска?
27. Что такое метод квазиньютона и как он влияет на скорость сходимости?
28. Как скорость обучения влияет на сходимость градиентного спуска?
29. Что такое моментум и каким образом он улучшает процесс оптимизации?
30. Как выбор размера батча влияет на качество и скорость обучения?