ЦЕНТРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДЕНА

Приказом ректора
АНО ВО «Центральный университет»
от «02» июня 2026 г. № 0602.30

Рабочая программа дисциплины (модуля)
«Методы оптимизации»
дополнительной профессиональной программы – программы профессиональной переподготовки «Машинное обучение в индустрии»

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 0215B0C000D1B3FEB44A37EE631E0C27D4
Владелец: Ивашкевич Евгений Васильевич
Действителен: с 13.01.2026 до 13.04.2027

Электронный документ

Москва
2026

Содержание

1. **Краткая характеристика дисциплины (модуля)** 3
2. **Тематический план** 5
3. **Содержание дисциплины (модуля)** 5
4. **Учебно-методическое обеспечение** 6
5. **Материально-техническое обеспечение** 6
6. **Методические и оценочные материалы** 8

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Изучение дисциплины (модуля) «Методы оптимизации» позволяет не только эффективно использовать современные солверы, но и глубоко понимать поведение алгоритмов, диагностировать проблемы сходимости и адаптировать методы под специфику прикладных задач, что является ключевым навыком для специалистов в области искусственного интеллекта, системного анализа и вычислительной науки.

Цель изучения дисциплины (модуля): формирование у обучающихся глубокого понимания теоретических основ и практических методов математической оптимизации, а также развитие навыков постановки, анализа и решения оптимизационных задач, возникающих в науке, инженерии и машинном обучении.

Задачи изучения дисциплины (модуля):

— освоить классификацию оптимизационных задач и критерии их выпуклости для корректного выбора методов решения;
— изучить аппарат выпуклого анализа, включая свойства выпуклых функций и множеств, а также условия оптимальности первого и второго порядка;
— понять принципы теории двойственности, включая построение двойственных задач и интерпретацию двойственных переменных;
— научиться формализовать прикладные задачи в виде математических моделей оптимизации и выбирать адекватные численные методы;
— обучить навыкам реализации и диагностики базовых алгоритмов оптимизации, включая градиентный спуск, метод Ньютона и проксимальные методы.

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

знать:

— классификацию задач математической оптимизации и критерии их выпуклости;
— аппарат выпуклого анализа: свойства выпуклых множеств и функций, условия оптимальности;
— основы теории двойственности (лагранжева и коническая);
— принципы работы и области применения основных семейств численных методов.

уметь:

— формализовать прикладные проблемы в виде корректной постановки оптимизационной задачи;
— анализировать и идентифицировать задачи для обоснованного выбора метода решения;
— применять современные программные решения (солверов) для выпуклых и нелинейных задач;
— использовать методы первого порядка (включая стохастические) для задач машинного обучения.

владеть:

— навыками реализации базовых алгоритмов: градиентный спуск, метод Ньютона, проксимальные методы;
— навыками диагностики сходимости итерационных методов и настройка их параметров;
— навыками решения задач с ограничениями методами штрафов, множителей Лагранжа и ADMM;

— навыком анализа полученных решений и проверка условий оптимальности.

2. Тематический план

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Трудоемкость, академические часы				ТКУ (текущий контроль успеваемости)
		Очная форма				
		Аудиторная работа		Контроль	Самостоятельная работа	
		Лекции	Семинары (практические занятия)			
1	Основы выпуклого анализа для построения методов оптимизации	14	14		63	Домашние задания
2	Численные методы оптимизации для решения прикладных задач	16	16		63	Домашние задания
	Экзамен			***4***		Проект
Итого:		***30***	***30***	***4***	***126***	
Объем дисциплины (модуля) (в ак. ч.)		***190***				
Объем дисциплины (модуля) (в зач. ед.)		***5***				

3. Содержание дисциплины (модуля)

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание дисциплины (модуля) по темам
1	Основы выпуклого анализа для построения методов оптимизации	Введение в методы оптимизации. Примеры постановок задач. Выпуклые множества. Выпуклые функции и способы их построения. Постановки задач выпуклой оптимизации. Условия оптимальности. Введение в теорию двойственности. Коническая двойственность.
2	Численные методы оптимизации для решения прикладных задач	Введение в численные методы и типизация солверов для решения оптимизационных задач. Градиентный спуск. Ускоренные методы первого порядка. Метод Ньютона и квазиньютоновские методы. Стохастические методы первого порядка и обучение нейросетей. Проксимальные методы. Метод штрафов и метод чередующихся направлений множителей (ADMM). Методы оптимизации и параллельные вычисления.

4. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый слушатель в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Слушателям обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Основная литература:

1. Поляков, В. М. Методы оптимизации : учебное пособие / В. М. Поляков, З. С. Агаларов. - 2-е изд. - Москва : Дашков и К, 2022. - 86 с. - ISBN 978-5-394-05003-9. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1926409.

2. Аттетков, А. В. Методы оптимизации : учебное пособие / А. В. Аттетков, В. С. Зарубин, А. Н. Канатников. — Москва : РИОР : ИНФРА-М, 2023. — 270 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI: https://doi.org/10.12737/11456. - ISBN 978-5-369-01037-2. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.ru/catalog/product/1930702.

Дополнительная литература:

1. Сахарова, Л. В. Методы оптимизации для машинного обучения : учебное пособие / Л. В. Сахарова, Г. В. Лукьянова. - Ростов-на-Дону : Издательско-полиграфический комплекс Ростовского государственного экономического университета (РИНХ), 2023. - 87 с. - ISBN 978-5-7972-3139-4. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.ru/catalog/product/2213898.

5. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- механическими калькуляторами;

— специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

№	Наименование портала (издания, курса, документа)	Ссылка
1.	Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека	https://elibrary.ru/defaultx.asp
2.	База данных для IT-специалистов	https://habr.com
3.	База данных ScienceDirect	https://www.sciencedirect.com
4.	Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации	https://minobrnauki.gov.ru/
5.	Федеральный портал «Российское образование"	https://www.edu.ru/
6.	Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	http://window.edu.ru/
7.	Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов	http://school-collection.edu.ru/
8.	Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов	http://fcior.edu.ru/

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Наименование ПО	Производство	Лицензионное / свободно распространяемое
Операционные системы:		
Microsoft Imagine (Windows Client, Server)	зарубежное	лицензионное
Браузеры:		
Яндекс.Браузер	отечественное	свободно распространяемое
Google Chrome	зарубежное	свободно распространяемое
Офисные приложения:		
Microsoft Imagine (Visio, OneNote)	зарубежное	лицензионное
TeXstudio	зарубежное	свободно распространяемое
Adobe Acrobat Reader	зарубежное	свободно распространяемое
Программное обеспечение для планирования и учета времени:		
Toggle app	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления проектами:		
Microsoft Imagine (Project)	зарубежное	лицензионное

Системы управления базами данных:		
Microsoft Imagine (SQL Server)	зарубежное	лицензионное
Системы резервного копирования (backup):		
Acronis Backup Advanced for HyperV	зарубежное	лицензионное
Справочно-правовые системы:		
КонсультантПлюс: справочно-правовая система	отечественное	лицензионное
Средства антивирусной защиты:		
Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition	отечественное	лицензионное
Среды разработки:		
Visual Studio Code	зарубежное	свободно распространяемое
Bash (Unix shell)	зарубежное	свободно распространяемое
Anaconda	зарубежное	свободно распространяемое
Robotic Operating System	зарубежное	свободно распространяемое
CopelliaSim	зарубежное	свободно распространяемое
Google Colaboratory	зарубежное	свободно распространяемое
Пакеты программных средств и библиотек:		
AutoPsy	зарубежное	свободно распространяемое
Interactive Disassembler (IDA)	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления библиографической информацией:		
Zotero	зарубежное	свободно распространяемое
Сервисы и службы:		
Bind	зарубежное	свободно распространяемое
Docker	зарубежное	свободно распространяемое

6. Методические и оценочные материалы

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Методы оптимизации» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекции, семинары, домашние задания, проект, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

Лекция – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удается, следует сформулировать вопрос и задать его преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

Семинар – это форма учебной деятельности, проводимая в учебном заведении под

руководством преподавателя, где слушатели активно участвуют в обсуждениях, практических заданиях и других формах взаимодействия.

Для успешной подготовки к семинару рекомендуется заранее ознакомиться с темой занятия и основными материалами, чтобы иметь возможность активно участвовать в обсуждении. Также полезно подготовить вопросы и идеи для обсуждения, что поможет глубже понять материал и продемонстрировать заинтересованность.

Домашнее задание – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал, использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

Проект – исследовательская работа по дисциплине (модулю) и презентация результатов.

Для успешной подготовки к проекту рекомендуется: четко определить цели и задачи проекта; составить план работы, разбив проект на этапы с указанием сроков выполнения каждого из них; использовать разнообразные источники информации и инструменты для исследования темы; регулярно проверять прогресс и вносить коррективы в план, если это необходимо.

Бонусные баллы — это оценки, которые слушатели могут получить за выполнение дополнительных заданий.

Формат бонусных баллов позволяет слушателям улучшить общую оценку по дисциплине (модулю) и стимулирует углубленное изучение материала.

Самостоятельная работа – работа слушателей, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы слушатели взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи слушателя включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Оценивание уровня учебных достижений обучающихся по дисциплине (модулю) осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) осуществляется в форме ***экзамена***.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом, если иное не указано в силлабусе дисциплины:

Десятибалльная оценка	**Пятибалльная оценка**	**Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)**
10	Отлично	Слушатель полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину. Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном.
9	Отлично	
8	Отлично	

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
		Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи. Слушатель хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами.
7	Хорошо	Слушатель обладает знаниями предмета почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Слушатель хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами.
6	Хорошо	
5	Удовлетворительно	Слушатель обладает базовыми знаниями по дисциплине, но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Слушатель способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования.
4	Удовлетворительно	
3	Не сдан	Слушатель не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы.

Дисциплина (модуль) «Методы оптимизации» оценивается следующим образом:

Активность	Вес	Количество	Описание
Домашние задания	50%	6	Набор задач по темам недели
Экзамен	50%	1	Проект – исследовательская работа по дисциплине (модулю) и презентация результатов

Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модулю) «Методы оптимизации»: «0,5 × Среднее за домашние задания + 0,5 × Экзамен».

В рамках изучения дисциплины (модуля) возможно получение бонусных баллов.

Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

Примерные домашние задания

Домашнее задание 1. Анализ выпуклости и постановка задачи оптимизации

1. Даны функции:
   - $f1(x)=x4+2x2$
   - $f2(x)=\log(1+ex)$
   - $f3(x)=\|Ax-b\|22+\lambda\|x\|1$

     Исследуйте каждую функцию на выпуклость. Обоснуйте ответ с помощью определений и достаточных условий (например, положительная полуопределённость гессиана, композиция выпуклых функций).
2. Рассмотрите задачу: минимизировать $f(x)=(x1-2)2+(x2+1)2$ при ограничениях:
   - $x1+x2\leq1$
   - $x1\geq0$
   - $x2\geq0$

     Проверьте выпуклость задачи, постройте допустимое множество, сформулируйте условия оптимальности ККТ и найдите решение графически и аналитически.
3. Оформите решение в виде отчёта (3–5 страниц), включая пояснения, рисунки и выводы.

Домашнее задание 2. Реализация и сравнение методов первого порядка

1. Реализуйте на Python (с использованием NumPy) следующие методы для минимизации квадратичной функции:

   $f(x)=21xTAx-bTx$, где $A\succ0$:
   - Градиентный спуск с постоянным шагом
   - Градиентный спуск с адаптивным шагом (по правилу Армиijo)
   - Ускоренный метод (Nesterov's accelerated gradient)
2. Проведите эксперименты:
   - Постройте графики сходимости (логарифм ошибки по норме градиента от итерации)
   - Сравните скорость сходимости при разных числах обусловленности матрицы A
3. Проанализируйте влияние шага и структуры матрицы на сходимость.
4. Оформите результаты в виде Jupyter-ноутбука с комментариями, графиками и выводами.

Домашнее задание 3. Применение проксимальных методов и ADMM

1. Рассмотрите задачу Lasso:

   $x\min21\|Ax-b\|22+\lambda\|x\|1$

   Реализуйте:
   - Проксимальный градиентный метод (ISTA)
   - Ускорённый вариант (FISTA)

- ADMM (Alternating Direction Method of Multipliers)

2. Используйте синтетические данные (например, $A \in \mathbb{R}^{100\times 50}$, разреженный вектор $x*$).
3. Сравните методы по:
   - Скорости сходимости
   - Точности восстановления разреженного решения
   - Устойчивости к выбору параметров
4. Оформите отчёт с анализом применимости каждого метода в зависимости от структуры задачи.

Примерное описание задания и критерии оценивания к проекту

Слушатель выполняет индивидуальный проект, посвящённый постановке, анализу и численному решению прикладной задачи оптимизации. Проект включает следующие этапы:

1. Формализация задачи — выбор реальной или синтетической прикладной проблемы (например, из машинного обучения, экономики, обработки сигналов, логистики) и её перевод в математическую формулировку оптимизационной задачи.
2. Анализ задачи — проверка выпуклости, дифференцируемости, наличия ограничений; формулировка условий оптимальности (например, ККТ); построение двойственной задачи (если применимо).
3. Выбор и реализация метода — обоснованный выбор численного метода (градиентный спуск, метод Ньютона, проксимальный метод, ADMM и др.) с учётом структуры задачи.
4. Численное решение — реализация алгоритма на Python (или другом языке), визуализация сходимости, диагностика поведения метода.
5. Анализ результатов — оценка скорости сходимости, чувствительности к параметрам, сравнение с альтернативными подходами (если возможно).
6. Оформление — подготовка отчёта (8–12 страниц) или Jupyter-ноутбука с кодом, пояснениями, графиками и выводами, а также краткая презентация (5–7 слайдов) для защиты.

Критерии оценивания проекта:

1. **Корректность и содержательность постановки задачи**

— Задача сформулирована ясно, имеет прикладную или теоретическую мотивацию, представлена в виде математической модели оптимизации.

2. **Глубина математического анализа**

— Проведена проверка выпуклости функции и множества, исследованы условия оптимальности (например, ККТ), при необходимости построена и проанализирована двойственная задача.

3. **Обоснованный выбор численного метода**

— Метод выбран с учётом структуры задачи (гладкая/негладкая, с ограничениями/без, размерность и т.д.), приведены аргументы в пользу его применимости.

4. **Качество реализации и численных экспериментов**

— Алгоритм корректно реализован, код работает, визуализирована сходимость, проведены эксперименты с варьированием параметров (шаг, начальное приближение,

размер выборки и др.).

5. **Анализ результатов и выводы**

— Представлены интерпретируемые результаты, проведено сравнение методов (если применимо), сделаны содержательные выводы о поведении алгоритма, его сходимости и практических перспективах.