

УТВЕРЖДЕНА

Решением Ученого совета
АНО ВО «Центральный университет»
«07» марта 2024 г.
Протокол №1

**Рабочая программа дисциплины (модуля)
«Дискретная математика 2»**

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) подготовки: Искусственный интеллект

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Срок освоения программы: 4 года

Год набора: 2024

**Москва
2024**

Содержание

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)	3
2. Перечень планируемых результатов обучения	5
3. Тематический план	5
4. Содержание дисциплины (модуля)	8
5. Учебно-методическое обеспечение	9
6. Материально-техническое обеспечение	9
7. Методические и оценочные материалы	11

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Дискретная математика 2» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по специальности 02.03.01 Математика и компьютерные науки, профиль Искусственный интеллект, утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 807 от 23.08.2017 года.

Изучение дисциплины (модуля) «Дискретная математика 2» является основой для многих других математических дисциплин. Дисциплина (модуль) развивает аналитическое и критическое мышление, что является важным навыком для решения сложных задач в различных сферах.

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина (модуль) включена в учебный план по программе подготовки бакалавриата по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки, профиль Искусственный интеллект и входит в вариативную часть Блока 1, формируемую участниками образовательных отношений.

Дисциплина (модуль) является выборной и доступна для изучения на 3 или 4 курсе в 5, 6, 7, 8 семестрах на выбор.

Цель изучения дисциплины (модуля): в формировании глубокого понимания пределов, непрерывности, производных и интегралов, а также их применения в различных областях науки и техники.

Задачи изучения дисциплины (модуля):

— изучить фундаментальные понятия дискретной математики, включая логику, множества, отношения, графы и комбинаторику, как основу для понимания дискретных процессов в ИИ;

— освоить методы решения задач на основе дискретных структур, таких как алгоритмы поиска, оптимизации и анализа графов, применительно к компьютерным наукам;

— развить навыки формального доказательства, математического моделирования и логического мышления для эффективного решения проблем в области искусственного интеллекта;

— применить дискретные математические методы для анализа и синтеза алгоритмов машинного обучения, обработки данных и проектирования систем.

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

знать:

— основы конечных автоматов (ДКА, НКА), машин Тьюринга (МТ), формальных языков, логики высказываний, алгоритмов сжатия, производящих функций (ПФ);

— теорему о накачке, тезис Чёрча-Тьюринга, проблему остановки, законы логики, корректность/полноту исчисления высказываний, энтропию Шеннона;

— свойства замкнутости классов языков, эквивалентность моделей, выполнимость/общезначимость формул, соотношение синтаксиса/семантики, P vs NP, пределы сжатия;

— связь языков и автоматов/МТ, связь ПФ с рекуррентными соотношениями и комбинаторикой;

— понятия разрешимости/неразрешимости, вычислимости, сложности (P vs NP), границы сжатия;

уметь:

— определять класс задачи (регулярный язык? разрешимая? логическое следствие?) и формализовать её;

— строить/минимизировать автоматы, преобразовывать логические формулы (ДНФ, КНФ), строить ПФ для комбинаторных задач;

— использовать изученные модели и алгоритмы (доказательство регулярности/разрешимости, проверка логических свойств, применение базовых алгоритмов сжатия, решение рекуррентных соотношений);

— доказывать/опровергать свойства (эквивалентность автоматов, выводимость, следование), анализировать корректность и применимость методов;

— формализовывать алгоритмы на МТ, адаптировать методы для решения задач (в т.ч. нестандартных) и анализировать их (корректность, сложность);

владеть:

— навыками решения комплексных задач, требующих применения знаний из разных разделов (вычислимость + логика, комбинаторика + ПФ);

— способностью самостоятельно осваивать теоретический материал и алгоритмические методы дискретной математики;

— культурой строгой постановки задач, анализа, выбора адекватных моделей/методов и интерпретации результатов;

— техникой строгих доказательств (прямых, от противного) и формализации на базе моделей (автоматы, МТ, логика);

— навыками точного использования языка дискретной математики для описания моделей, алгоритмов, рассуждений и результатов.

2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

Компетенция	Содержание компетенции	Индикатор компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)
УК-1.	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1.	Знает методы поиска и анализа информации в области искусственного интеллекта, основные принципы критической оценки источников информации и их релевантности
		УК-1.2.	Умеет критически оценивать источники информации и синтезировать данные из различных источников для решения задач, применять системный подход к анализу и решению комплексных проблем
		УК-1.3.	Имеет практический опыт работы с современными инструментами и технологиями для обработки информации, формулировании и структурировании задач на основе полученной информации
УК-2.	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1.	Знает действующие правовые нормы, регулирующие деятельность в области решения задач, основные методы и подходы к определению круга задач
		УК-2.2.	Умеет определять круг задач в рамках поставленной цели, выбирать оптимальные способы решения задач, учитывая имеющиеся ресурсы и ограничения
		УК-2.3.	Имеет практический опыт применения знаний о правовых нормах и ресурсах в реальных ситуациях, разработки и реализации решений в соответствии с установленными ограничениями
ОПК-1.	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и	ОПК-1.1.	Знает основные концепции и теории в области математического анализа и смежных дисциплин; методы и подходы, используемые в различных областях математики
		ОПК-1.2.	Умеет применять математические методы для решения профессиональных задач
		ОПК-1.3.	Имеет практический опыт разработки и реализации математических моделей в профессиональной деятельности

	математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности		
ПК-1.	Способен формулировать задачи с математической точностью, обосновывать утверждения строго и анализировать полученные результаты в области математики и компьютерных наук	ПК-1.1.	Знает методы и подходы к формулированию задач, а также основные принципы математического доказательства и анализа результатов
		ПК-1.2.	Умеет корректно ставить и формулировать математические задачи, применять строгие методы доказательства и анализировать полученные результаты
		ПК-1.3.	Имеет опыт работы с задачами в области математики и компьютерных наук, включая применение математических методов для решения практических задач
ПК-2.	Способен решать типовые задачи профессиональной деятельности в области искусственного интеллекта, опираясь на информационную и библиографическую культуру, используя информационно-коммуникационные технологии и учитывая основные требования информационной безопасности	ПК-2.1.	Знает основы информационной и библиографической культуры, а также принципы информационной безопасности и применения информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности
		ПК-2.2.	Умеет эффективно использовать информационно-коммуникационные технологии для решения стандартных задач профессиональной деятельности, учитывая требования информационной безопасности
		ПК-2.3.	Имеет опыт работы с информационными ресурсами и технологиями в области разработки, включая соблюдение норм информационной безопасности

3. Тематический план

№п/ п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Трудоемкость, академические часы				ТКУ (текущий контроль успеваемости)
		<i>Очная форма</i>				
		Контактная работа		Контроль	Самостоятель ная работа	
Лекции	Семинар ские (практи ческие занятия)					
1	Введение в теорию автоматов	2	4		7	Домашнее задание
2	Регулярные языки и их свойства	2	4		7	Домашнее задание
3	Машины Тьюринга: основы	2	4		7	Домашнее задание Контрольная работа
4	Проблемы вычислимости	2	4		7	Домашнее задание Контрольная работа
5	Логика высказываний: синтаксис и семантика	2	4		7	Домашнее задание
6	Нормальные формы и преобразования	2	4		7	Коллоквиум
7	Исчисление высказываний	2	4		7	Домашнее задание Контрольная работа
8	Теории и модели в логике	2	4		7	Домашнее задание Контрольная работа
9	Сложность вычислений	2	4		7	Домашнее задание
10	Введение в алгоритмы сжатия данных	2	4		7	Коллоквиум
11	Исправление ошибок и кодирование	2	4		6	Домашнее задание Контрольная работа
12	Производящие функции: основы	2	4		6	Домашнее задание Контрольная работа
13	Применение производящих функций	2	4		6	Домашнее задание
14	Интеграция методов дискретной математики	4	8		6	Коллоквиум
	<i>Зачет с оценкой</i>			6		
	Итого:	30	60	6	94	
	Объем дисциплины (модуля) (в ак. ч.)	190				
	Объем дисциплины (модуля) (в зач. ед.)	5				

4. Содержание дисциплины (модуля)

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание дисциплины (модуля) по темам
1	Введение в теорию автоматов	Основные понятия: алфавит, слово, язык. Детерминированные конечные автоматы (ДКА): определение, примеры. Недетерминированные конечные автоматы (НКА): определение, примеры. Эквивалентность ДКА и НКА. Преобразование НКА в ДКА
2	Регулярные языки и их свойства	Регулярные выражения: определение, примеры. Теорема Клини: связь регулярных выражений и автоматов. Теорема о накачке для регулярных языков. Свойства замкнутости регулярных языков. Минимизация ДКА: алгоритм Хопкрофта
3	Машины Тьюринга: основы	Определение машины Тьюринга (МТ). Конфигурации и работа МТ. Примеры вычислений на МТ. Тезис Чёрча-Тьюринга. Разрешимые и перечислимые языки
4	Проблемы вычислимости	Проблема остановки: формулировка и доказательство неразрешимости. Другие неразрешимые проблемы. Сведение задач: метод доказательства неразрешимости. Рекурсивные и рекурсивно-перечислимые языки
5	Логика высказываний: синтаксис и семантика	Алфавит и формулы логики высказываний. Истинностные таблицы. Тавтологии, противоречия, выполнимые формулы. Логическое следование и эквивалентность. Основные законы логики
6	Нормальные формы и преобразования	Дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ). Конъюнктивная нормальная форма (КНФ). Совершенные ДНФ и КНФ. Алгоритмы преобразования в нормальные формы. Минимизация логических формул
7	Исчисление высказываний	Аксиомы и правила вывода. Доказательства в исчислении высказываний. Корректность и полнота исчисления. Теорема о дедукции. Примеры доказательств
8	Теории и модели в логике	Формальные теории: определение, примеры. Модели теорий. Выполнимость и общезначимость. Теорема компактности. Приложения в информатике
9	Сложность вычислений	Классы P и NP: определения и примеры. NP-полные задачи: понятие и примеры. Проблема P vs NP. Методы доказательства NP-полноты. Практические аспекты сложности вычислений
10	Введение в алгоритмы сжатия данных	Основные понятия: избыточность, энтропия. Алгоритм Хаффмана: описание и примеры. Алгоритм LZW: принцип работы Энтропия Шеннона. Пределы сжатия данных
11	Исправление ошибок и кодирование	Коды, обнаруживающие и исправляющие ошибки. Линейные коды: определение и примеры. Код Хэмминга. Границы исправления ошибок. Применение в современных системах
12	Производящие функции: основы	Определение и примеры производящих функций. Операции над производящими функциями. Решение рекуррентных соотношений. Применение в комбинаторике. Производящие функции для комбинаторных объектов
13	Применение производящих функций	Производящие функции для разбиений чисел. Производящие функции для деревьев и графов. Асимптотический анализ коэффициентов. Метод сингулярностей. Примеры решения задач
14	Интеграция методов дискретной математики	Комбинация автоматов, логики и производящих функций в задачах. Анализ сложности алгоритмов. Решение нестандартных задач с использованием изученных методов. Примеры из реальных приложений. Повторение ключевых тем курса. Разбор типовых задач. Решение комплексных задач, охватывающих несколько разделов. Подготовка к дифференцированному зачёту

5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Основная литература:

1. Константинова, Е. В. Теория графов: алгебраическая теория : учебник для вузов / Е. В. Константинова. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 123 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-20172-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/569211>.

2. Скорубский, В. И. Математическая логика : учебник и практикум для вузов / В. И. Скорубский, В. И. Поляков, А. Г. Зыков. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 211 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01114-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/561076>.

3. Дискретная математика : учебное пособие для вузов / под научной редакцией А. Н. Сесекина. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 85 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-21182-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/559511>.

Дополнительная литература:

1. Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика. Математические основы информатики. — М. : Вильямс, 2009. — 784 с.

6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- механическими калькуляторами;
- специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и

обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

№	Наименование портала (издания, курса, документа)	Ссылка
1.	Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека	https://elibrary.ru/defaultx.asp
2.	База данных для IT-специалистов	https://habr.com
3.	База данных ScienceDirect	https://www.sciencedirect.com
4.	Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации	https://minobrnauki.gov.ru/
5.	Федеральный портал «Российское образование»	https://www.edu.ru/
6.	Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	http://window.edu.ru/
7.	Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов	http://school-collection.edu.ru/
8.	Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов	http://fcior.edu.ru/

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Наименование ПО	Производство	Лицензионное / свободно распространяемое
Операционные системы:		
Microsoft Imagine (Windows Client, Server)	зарубежное	лицензионное
Браузеры:		
Яндекс.Браузер	отечественное	свободно распространяемое
Google Chrome	зарубежное	свободно распространяемое
Офисные приложения:		
Microsoft Imagine (Visio, OneNote)	зарубежное	лицензионное
TeXstudio	зарубежное	свободно распространяемое
Adobe Acrobat Reader	зарубежное	свободно распространяемое
Программное обеспечение для планирования и учета времени:		
Toggle app	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления проектами:		
Microsoft Imagine (Project)	зарубежное	лицензионное
Системы управления базами данных:		
Microsoft Imagine (SQL Server)	зарубежное	лицензионное
Системы резервного копирования (backup):		
Acronis Backup Advanced for HyperV	зарубежное	лицензионное
Справочно-правовые системы:		
КонсультантПлюс: справочно-правовая система	отечественное	лицензионное
Средства антивирусной защиты:		
Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition	отечественное	лицензионное
Среды разработки:		

Visual Studio Code	зарубежное	свободно распространяемое
Bash (Unix shell)	зарубежное	свободно распространяемое
Anaconda	зарубежное	свободно распространяемое
Robotic Operating System	зарубежное	свободно распространяемое
CopelliaSim	зарубежное	свободно распространяемое
Google Colaboratory	зарубежное	свободно распространяемое
Пакеты программных средств и библиотек:		
AutoPsy	зарубежное	свободно распространяемое
Interactive Disassembler (IDA)	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления библиографической информацией:		
Zotero	зарубежное	свободно распространяемое
Сервисы и службы:		
Bind	зарубежное	свободно распространяемое
Docker	зарубежное	свободно распространяемое

7. Методические и оценочные материалы

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Дискретная математика 2» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекция, семинары, контрольные работы, коллоквиумы и домашние задания, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

Лекция – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удастся, следует сформулировать вопрос и задать его преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

Семинар — это форма учебной деятельности, проводимая в учебном заведении под руководством преподавателя, где студенты активно участвуют в обсуждениях, практических заданиях и других формах взаимодействия.

Для успешной подготовки к семинару рекомендуется заранее ознакомиться с темой занятия и основными материалами, чтобы иметь возможность активно участвовать в обсуждении. Также полезно подготовить вопросы и идеи для обсуждения, что поможет глубже понять материал и продемонстрировать заинтересованность.

Коллоквиум – устные ответы на вопросы, список которых известен студенту заранее.

В процессе подготовки к коллоквиуму необходимо проанализировать учебные материалы, ознакомившись с лекциями, учебниками и дополнительными источниками, акцентируя внимание на ключевых темах. Рекомендуется создать структурированные конспекты, выделяя основные идеи, термины и формулы.

Домашнее задание – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал. Использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

Контрольная работа – письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время.

Цель контрольной работы - получить специальные знания по одной или нескольким темам дисциплины (модуля) и продемонстрировать навыки их практического применения.

Самостоятельная работа – работа студентов, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине «Дискретная математика 2»

Оценивание уровня учебных достижений, обучающихся по дисциплине (модулю), осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) осуществляется в форме *зачета с оценкой*, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом:

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Оценка за зачет	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
10	Отлично	Зачтено	Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину. Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами.
9	Отлично	Зачтено	
8	Отлично	Зачтено	
7	Хорошо	Зачтено	Студент обладает знаниями предмета

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Оценка за зачет	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
6	Хорошо	Зачтено	почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами.
5	Удовлетворительно	Зачтено	Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине (модулю), но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Студент способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования.
4	Удовлетворительно	Зачтено	
3	Не сдан	Не зачтено	Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы.
2	Не сдан	Не зачтено	
1	Не сдан	Не зачтено	

Дисциплина (модуль) «Дискретная математика 2» оценивается следующим образом:

Активность	Вес	Описание
Домашние задания	25%	Набор задач по темам недели
Контрольные работы	20%	Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время
Коллоквиум	15%	Ответы на вопросы, список которых известен студенту заранее
Зачет с оценкой	40%	Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время

Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модулю) «Дискретная математика 2»: « $0,25 \times$ среднее за домашние задания + $0,2 \times$ среднее за контрольные работы + $0,15 \times$ коллоквиум + $0,4 \times$ зачет с оценкой».

Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

Примерные задания для коллоквиума

Коллоквиум 1

1. **Основные понятия теории автоматов.** Определите алфавит, слово и язык. Приведите примеры конечных и бесконечных языков.
2. **Детерминированные конечные автоматы.** Дайте определение ДКА. Постройте ДКА для языка всех строк над $\{0,1\}$, содержащих подстроку "00".
3. **Недетерминированные конечные автоматы.** Дайте определение НКА. Приведите пример НКА, эквивалентного ДКА из предыдущего вопроса, и объясните, почему они эквивалентны.
4. **Преобразование НКА в ДКА.** Опишите алгоритм преобразования НКА в ДКА. Примените его к простому НКА с двумя состояниями.
5. **Регулярные выражения.** Дайте определение регулярного выражения. Напишите регулярное выражение для языка $\{w \mid w \text{ состоит из чётного числа } a \text{ и любого числа } b\}$.
6. **Теорема Клини.** Сформулируйте теорему Клини и объясните её связь с автоматами. Приведите пример построения автомата по регулярному выражению.
7. **Теорема о накачке для регулярных языков.** Сформулируйте теорему и примените её, чтобы показать, что язык $a^n b^n$ нерегулярный.
8. **Свойства регулярных языков.** Объясните замкнутость регулярных языков относительно объединения, пересечения и дополнения. Приведите контрпример для языка, не являющегося регулярным.
9. **Минимизация ДКА.** Опишите алгоритм Хопкрофта. Примените его к ДКА с тремя состояниями.
10. **Машины Тьюринга: определение.** Дайте определение МТ. Опишите конфигурации и шаги работы.
11. **Примеры на МТ.** Постройте МТ, которая инвертирует двоичную строку (например, $101 \rightarrow 010$).
12. **Тезис Чёрча-Тьюринга.** Объясните тезис и его значение для понятия вычислимости.
13. **Проблема остановки.** Сформулируйте проблему и докажите её неразрешимость с помощью диагонализации.
14. **Рекурсивные и рекурсивно-перечислимые языки.** Разъясните разницу и приведите примеры.
15. **Логика высказываний: синтаксис.** Дайте определение формулы. Постройте истинностную таблицу для $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$ и определите, является ли она тавтологией.

Коллоквиум 2

1. **Нормальные формы логики.** Определите ДНФ и КНФ. Преобразуйте формулу $P \wedge (Q \vee R)$ в ДНФ.
2. **Алгоритмы преобразования.** Опишите алгоритм приведения к КНФ. Примените его к формуле $(P \rightarrow Q) \vee R$.
3. **Исчисление высказываний.** Перечислите аксиомы и правила вывода. Докажите теорему о дедукции.
4. **Теорема компактности.** Сформулируйте теорему и приведите пример её применения.
5. **Формальные теории.** Дайте определение формальной теории. Приведите пример теории арифметики.

6. **Классы сложности P и NP.** Определите P и NP. Приведите пример задачи из NP (не P).
7. **NP-полнота.** Объясните понятие и докажите NP-полноту SAT путём сведения.
8. **Алгоритм Хаффмана.** Опишите алгоритм и постройте код для алфавита {A:0.5, B:0.3, C:0.2}.
9. **Алгоритм LZW.** Объясните принцип работы и приведите пример сжатия строки "abaaba".
10. **Энтропия Шеннона.** Определите энтропию и объясните пределы сжатия данных.
11. **Коды с исправлением ошибок.** Определите линейные коды. Постройте код Хэмминга для 4 бит.
12. **Производящие функции: основы.** Дайте определение. Решите $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$ с помощью производящих функций.
13. **Применение производящих функций.** Используйте для подсчёта разбиений числа 5 на не более чем 3 части.
14. **Метод сингулярностей.** Объясните и примените для асимптотического анализа коэффициентов производящей функции.
15. **Интеграция методов.** Примените комбинацию МТ, логики и производящих функций для моделирования автомата, проверяющего логическую формулу, и подсчёта числа состояний. Объясните связь с анализом сложности.

Примерные задания по контрольной работе

Контрольная работа №1

1. **Определение и примеры конечных автоматов.** Дайте определение детерминированного конечного автомата (ДКА). Приведите пример ДКА, который распознаёт язык всех строк над алфавитом $\{0,1\}$, содержащих чётное количество единиц. Покажите работу автомата на строке "0110".
2. **Переход от НКА к ДКА.** Объясните, почему недетерминированные конечные автоматы (НКА) эквивалентны ДКА. Постройте ДКА, эквивалентный НКА, который распознаёт язык $\{w \mid w \text{ содержит подстроку "ab"}\}$ над алфавитом $\{a,b\}$.
3. **Регулярные выражения и теорема Клини.** Напишите регулярное выражение для языка всех строк над $\{a,b\}$, начинающихся с "a" и заканчивающихся "b". Объясните теорему Клини и её связь с автоматами.
4. **Теорема о накачке для регулярных языков.** Сформулируйте теорему о накачке и примените её, чтобы доказать, что язык $\{a^n b^n \mid n \geq 1\}$ не является регулярным.
5. **Минимизация ДКА.** Опишите алгоритм минимизации ДКА по Хопкрофту. Примените его к простому ДКА с двумя состояниями, распознающему язык $\{w \mid w \text{ заканчивается на "a"}\}$.
6. **Машина Тьюринга: определение и пример.** Дайте определение машины Тьюринга (МТ). Приведите пример МТ, которая складывает 1 к двоичному числу (например, "101" \rightarrow "110").
7. **Тезис Чёрча-Тьюринга.** Объясните тезис Чёрча-Тьюринга и его значение для понятия вычислимости. Приведите пример разрешимого языка.
8. **Проблема остановки.** Сформулируйте проблему остановки и объясните, почему она неразрешима. Покажите, как её неразрешимость доказывается с помощью диагонализации.

9. **Сведение задач.** Объясните метод сведения для доказательства неразрешимости. Приведите пример сведения проблемы останковки к другой неразрешимой проблеме (например, к проблеме самоприменения).
10. **Рекурсивные и рекурсивно-перечислимые языки.** Разъясните разницу между рекурсивными и рекурсивно-перечислимыми языками. Приведите пример каждого типа и объясните, почему множество всех МТ, которые останавливаются, является рекурсивно-перечислимым, но не рекурсивным.

Контрольная работа №2

1. **Логика высказываний: синтаксис.** Дайте определение формулы логики высказываний. Постройте истинностную таблицу для формулы $(P \wedge Q) \rightarrow \neg R$ и определите, является ли она тавтологией.
2. **Нормальные формы.** Преобразуйте формулу $(P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R)$ в дизъюнктивную нормальную форму (ДНФ) и конъюнктивную нормальную форму (КНФ). Объясните алгоритм преобразования.
3. **Исчисление высказываний.** Используйте аксиомы и правила вывода исчисления высказываний, чтобы доказать теорему о дедукции (если $\Gamma \cup \{A\} \models B$, то $\Gamma \models A \rightarrow B$).
4. **Теории и модели.** Дайте определение формальной теории. Приведите пример теории и объясните теорему компактности, иллюстрируя её на примере.
5. **Классы сложности P и NP.** Объясните разницу между классами P и NP. Приведите пример задачи из P (например, сортировка) и из NP (например, задача о выполнимости).
6. **NP-полнота.** Докажите NP-полноту задачи о выполнимости (SAT) путём сведения от неё другой задачи (например, 3-SAT). Объясните проблему P vs NP.
7. **Алгоритм Хаффмана.** Опишите алгоритм Хаффмана для сжатия данных. Примените его к алфавиту {A:0.4, B:0.3, C:0.2, D:0.1} и постройте кодовое дерево.
8. **Коды с исправлением ошибок.** Объясните принцип кодов Хэмминга. Постройте код Хэмминга для 4-битовых данных и покажите, как он исправляет одиночную ошибку.
9. **Производящие функции.** Дайте определение производящей функции. Решите рекуррентное соотношение $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}$ с начальными условиями $a_0=1, a_1=2$ с помощью производящих функций.
10. **Интеграция методов.** Примените комбинацию автоматов, логики и производящих функций: Постройте МТ, которая моделирует конечный автомат для регулярного языка, и используйте производящую функцию для подсчёта числа слов длины n в этом языке. Объясните, как это относится к анализу сложности алгоритмов.

Примерные домашние задания

Домашнее задание 1

1. Постройте детерминированный конечный автомат (ДКА), который принимает язык всех двоичных строк, содержащих подстроку "101". Нарисуйте диаграмму состояний и укажите начальное и конечные состояния.
2. Преобразуйте следующий недетерминированный конечный автомат (НКА) в эквивалентный ДКА: НКА имеет состояния q_0, q_1, q_2 ; алфавит $\{a, b\}$; переходы: $\delta(q_0, a) = \{q_0, q_1\}$, $\delta(q_0, b) = \{q_0\}$, $\delta(q_1, a) = \{q_2\}$, $\delta(q_1, b) = \emptyset$, $\delta(q_2, a) = \emptyset$, $\delta(q_2, b) = \{q_2\}$; начальное состояние q_0 , конечное q_2 .
3. Докажите теорему о накачке для регулярных языков, используя пример языка всех строк с равным количеством 0 и 1.
4. Опишите работу машины Тьюринга, которая прибавляет 1 к единичному представлению числа (например, $111 + 1 = 1111$). Укажите состояния, алфавит ленты и таблицу переходов.
5. Покажите, что язык всех палиндромов над алфавитом $\{a, b\}$ является регулярным, построив соответствующий автомат.

Домашнее задание 2

1. Постройте истинностную таблицу для формулы $(A \wedge B) \rightarrow (\neg A \vee C)$ и определите, является ли она тавтологией.
2. Преобразуйте формулу $\neg(A \vee (B \wedge C))$ в дизъюнктивную нормальную форму (ДНФ) и упростите её.
3. Используя аксиомы и правила вывода исчисления высказываний, докажите теорему о дедукции для формулы $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \vDash A \rightarrow C$.
4. Приведите пример логически эквивалентных формул и покажите их эквивалентность с помощью законов логики.
5. Преобразуйте формулу $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee C)$ в конъюнктивную нормальную форму (КНФ) и найдите её совершенную форму.

Домашнее задание 3

1. Покажите, что задача о выполнимости (SAT) является NP-полной, используя сведение от другой NP-полной задачи (например, 3-SAT).
2. Постройте код Хаффмана для алфавита $\{A: 0.4, B: 0.3, C: 0.2, D: 0.1\}$ и закодируйте строку "ABAC". Вычислите коэффициент сжатия.
3. Опишите работу кода Хэмминга для исправления одиночных ошибок в 7-битных блоках. Приведите пример кодирования и декодирования слова "101".
4. Вычислите энтропию Шеннона для источника с вероятностями символов $\{0.5, 0.25, 0.125, 0.125\}$. Объясните, почему энтропия является пределом сжатия.
5. Объясните различие между классами P и NP на примере задач сортировки и коммивояжёра. Приведите аргументы за и против гипотезы $P \neq NP$.

Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

№ п/п	Задание	Ответ	Компетенция
1	Назовите основное понятие теории автоматов, обозначающее конечную последовательность символов из алфавита.	Слово	УК-1
2	Определите, сколько состояний имеет минимальный ДКА для языка всех строк над $\{0,1\}$, содержащих подстроку "00".	3	УК-1

3	Назовите алгоритм, используемый для преобразования НКА в эквивалентный ДКА.	Алгоритм преобразования НКА в ДКА	УК-1
4	Определите, сколько шагов включает минимальное преобразование НКА с двумя состояниями в ДКА.	4	УК-1
5	Назовите теорему, утверждающую связь регулярных выражений и конечных автоматов.	Теорема Клини	УК-2
6	Определите, сколько частей имеет теорема о накачке для регулярных языков.	3	УК-2
7	Назовите свойство регулярных языков, заключающееся в замкнутости относительно объединения.	Замкнутость	УК-2
8	Определите, сколько состояний имеет минимальный ДКА после минимизации по алгоритму Хопкрофта для простого автомата с тремя состояниями.	2	УК-2
9	Назовите устройство, моделирующее вычисления с бесконечной лентой.	Машина Тьюринга	ОПК-1
10	Определите, сколько конфигураций описывает работа машины Тьюринга на одном шаге.	1	ОПК-1
11	Назовите тезис, утверждающий эквивалентность понятия вычислимости и машин Тьюринга.	Тезис Чёрча-Тьюринга	ОПК-1
12	Определите, сколько типов языков выделяет теория вычислимости: рекурсивные и рекурсивно-перечислимые.	2	ОПК-1
13	Назовите проблему, доказанную неразрешимой методом диагонализации.	Проблема останковки	ПК-1
14	Определите, сколько аксиом имеет исчисление высказываний.	10	ПК-1
15	Назовите нормальную форму, представляющую формулу как конъюнкцию дизъюнкций.	Конъюнктивная нормальная форма	ПК-1
16	Определите, сколько классов сложности выделяют в теории вычислений: P и NP.	2	ПК-1
17	Назовите алгоритм сжатия данных, строящий дерево на основе частот символов.	Алгоритм Хаффмана	ПК-2
18	Определите, сколько бит требуется для кода Хэмминга на 4 информационных бита.	7	ПК-2
19	Назовите функцию, используемую для решения рекуррентных соотношений в комбинаторике.	Производящая функция	ПК-2
20	Определите, сколько методов интеграции охватывает курс: комбинация автоматов, логики и производящих функций.	3	ПК-2