

УТВЕРЖДЕНА

Решением Ученого совета
АНО ВО «Центральный университет»
«07» марта 2024 г.
Протокол №1

**Рабочая программа дисциплины (модуля)
«Математика для экономистов»**

Направление подготовки: 38.03.05 Бизнес-информатика

Направленность (профиль) подготовки: Бизнес-аналитика

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Срок освоения программы: 4 года

Год набора: 2024

Москва
2024

Содержание

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)	3
2. Перечень планируемых результатов обучения	4
3. Тематический план	5
4. Содержание дисциплины (модуля)	5
5. Учебно-методическое обеспечение	7
6. Материально-техническое обеспечение	7
7. Методические и оценочные материалы	9

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Математика для экономистов» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по специальности 38.03.05 Бизнес-информатика, профиль Бизнес-аналитика, утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 838 от 29.07.2020 года.

Изучение дисциплины (модуля) «Математика для экономистов» позволяют формализовать экономические закономерности, оценивать риски, оптимизировать ресурсы и принимать обоснованные управленческие решения. Освоение дисциплины (модуля) развивает логическое и аналитическое мышление, необходимое для работы с данными, прогнозирования и моделирования в экономике и бизнес-аналитике.

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина (модуль) включена в учебный план по программе подготовки бакалавриата по направлению 38.03.05 Бизнес-информатика, профиль Бизнес-аналитика и входит в обязательную часть Блока 1 как дисциплина (модуль) по выбору.

Дисциплина (модуль) изучается на 2 курсе в 3 семестре.

Цель изучения дисциплины (модуля): заключается в формировании у студентов математической культуры, необходимой для анализа экономических процессов, оптимизации управленческих решений и решения прикладных задач с использованием методов математического моделирования.

Задачи изучения дисциплины (модуля):

— формирование знаний основных понятий теории вероятностей и их применение в экономике;

— умение применять вероятностные законы и теоремы, анализировать случайные события и понимать основные вероятностные распределения, используемые в экономическом анализе;

— умение строить и анализировать функции многих переменных для решения экономических задач;

— знание методов решения дифференциальных и разностных уравнений и их применения в экономике;

— навык применения математических методов для анализа и решения экономических задач.

2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

Компетенция	Содержание компетенции	Индикатор компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)
ОПК-2.	Способен проводить исследование и анализ рынка информационных систем и информационно-коммуникационных технологий, выбирать рациональные решения для управления бизнесом	ОПК-2.1.	Знает основные тенденции и характеристики рынка информационных систем и информационно-коммуникационных технологий
		ОПК-2.2.	Умеет проводить исследование и анализ рыночной информации для оценки потребностей бизнеса и выбора оптимальных решений
		ОПК-2.3.	Имеет практический опыт в разработке и внедрении стратегий управления бизнесом на основе анализа рынка информационных технологий
ОПК-4.	Способен понимать принципы работы информационных технологий; использовать информацию, методы и программные средства ее сбора, обработки и анализа для информационно-аналитической поддержки принятия управленческих решений	ОПК-4.1.	Знает основные принципы работы информационных технологий и их влияние на бизнес-процессы
		ОПК-4.2.	Умеет использовать методы и программные средства для сбора, обработки и анализа информации, обеспечивая качественную информационно-аналитическую поддержку
		ОПК-4.3.	Имеет практический опыт в применении аналитических инструментов для поддержки принятия управленческих решений в организациях
ПК-1.	Способен использовать основные методы естественнонаучных, экономических и ИТ-дисциплин в профессиональной деятельности для теоретического и экспериментального исследования	ПК-1.1.	Знает ключевые методы естественнонаучных, экономических и ИТ-дисциплин, применяемые в профессиональной деятельности
		ПК-1.2.	Умеет интегрировать различные методологические подходы для проведения теоретических и экспериментальных исследований
		ПК-1.3.	Имеет практический опыт применения методов в реальных проектах для достижения научных и практических результатов

3. Тематический план

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Трудоемкость, академические часы				ТКУ (текущий контроль успеваемости)
		Очная форма				
		Контактная работа		Контроль	Самостоятельная работа	
Лекции	Семинары (практические занятия)					
1	Функции многих переменных. Методы оптимизации	10	10		42	Домашние задания, Квиз
2	Основы теории вероятностей	10	10		42	Домашние задания, Квиз
3	Дифференциальные и разностные уравнения	10	10		42	Домашние задания, Контрольная работа
	<i>Экзамен</i>			4		
Итого:		30	30	4	126	
Объем дисциплины (модуля) (в ак. ч.)		190				
Объем дисциплины (модуля) (в зач. ед.)		5				

4. Содержание дисциплины (модуля)

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание дисциплины (модуля) по темам
1	Функции многих переменных. Методы оптимизации	Функции нескольких переменных. Задача оптимизации. Условия первого порядка. Достаточное условие экстремума. Функция полезности, кривые безразличия. Критерий оптимального набора товаров. Эластичность функции нескольких переменных. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Необходимое условие экстремума. Окаймленный гессиан и достаточное условие экстремума. Экономический смысл множителей Лагранжа. Примеры экономических задач с ограничениями типа равенств. Постановка задачи выпуклого программирования. Функция Лагранжа. Теорема Куна-Таккера. Связь с седловыми точками функции Лагранжа. Задача квадратичного программирования. Задача фирмы с ограничениями на ресурсы. Задача потребителя с бюджетными ограничениями.
2	Основы теории вероятностей	Введение в теорию вероятностей. Выбор из конечной совокупности. Элементы комбинаторики. Перестановки, размещения, сочетания. Случайный эксперимент и случайное событие. Пространства элементарных и благоприятных исходов. Классическое определение вероятности события. Основные свойства вероятности. Независимые события. Схема Бернулли. Условные вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Случайные величины и их распределения. Дискретные и непрерывные случайные величины. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, стандартное отклонение, моменты. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Непрерывные случайные величины и их характеристики. Функция распределения и функция плотности непрерывной случайной величины. Равномерное распределение на отрезке. Показательное и нормальное распределения. Распределение Стьюдента. Предельные теоремы теории вероятностей.

		<p>Совместные распределения случайных величин. Числовые характеристики совместных распределений. Ковариация и коэффициент корреляции. Ковариационная и корреляционная матрицы. Пример: доходность ценной бумаги и портфеля. Портфель из двух бумаг. Случай полной корреляции. Случай полной антикорреляции. Постановка задач многокритериальной оптимизации. Множество достижимых критериальных векторов. Доминирование и оптимальность по Парето. Эффективные решения и паретова граница. Основные методы решения многокритериальных задач. Свертка критериев с весовыми коэффициентами. Портфели из n бумаг. Портфели Марковица. Портфель минимального риска, при заданной его эффективности. Минимальная граница и ее свойства. Оптимальный портфель. Короткие продажи. Задача об оптимальном (неотрицательном) портфеле ценных бумаг.</p>
3	<p>Дифференциальные и разностные уравнения</p>	<p>Понятие об обыкновенном дифференциальном уравнении. Задачи экономического содержания, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Основные определения, связанные с обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка: решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме. Уравнения первого порядка в дифференциалах и методы его решения: уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах. Линейное уравнение первого порядка. Метод вариации постоянной. Уравнение Бернулли. Модели экономической динамики с непрерывным временем: модели естественного и логистического роста, определение спроса по эластичности, модель Солоу. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные однородные дифференциальные уравнения, свойства их решений. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения. Методы нахождения частных решений неоднородного уравнения. Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков. Понижения порядка дифференциальных уравнений. Системы дифференциальных уравнений. Сведение системы двух линейных дифференциальных уравнений первого порядка к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений. Элементы теории линейных разностных уравнений. Линейное уравнение первого порядка (арифметическая и геометрическая прогрессии, частичные суммы и произведения, метод вариации постоянной). Структура общего решения линейного неоднородного уравнения. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами. Модели экономической динамики с дискретным временем. Модель Самуэльсона-Хикса. Паутинная модель рынка.</p>

5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Основная литература:

1. Кремер, Н. Ш. Математика для экономистов: от арифметики до эконометрики. Учебно-справочное пособие : учебник для вузов / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин ; под общей редакцией Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 760 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14218-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/535426>.

Дополнительная литература:

2. Ключин, В. Л. Высшая математика для экономистов. Практический курс : учебник и практикум для вузов / В. Л. Ключин. — 6-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 143 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-18105-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/559798>.

6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том

числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

№	Наименование портала (издания, курса, документа)	Ссылка
1.	Научная электронная библиотека eLibrary.ru библиотека	https://elibrary.ru/defaultx.asp
2.	База данных для IT-специалистов	https://habr.com
3.	База данных ScienceDirect	https://www.sciencedirect.com
4.	Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации	https://minobrnauki.gov.ru/
5.	Федеральный портал «Российское образование»	https://www.edu.ru/
6.	Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	http://window.edu.ru/
7.	Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов	http://school-collection.edu.ru/
8.	Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов	http://fcior.edu.ru/

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Наименование ПО	Производство	Лицензионное / свободно распространяемое
Операционные системы:		
Microsoft Imagine (Windows Client, Server)	зарубежное	лицензионное
Браузеры:		
Яндекс.Браузер	отечественное	свободно распространяемое
Google Chrome	зарубежное	свободно распространяемое
Офисные приложения:		
Microsoft Imagine (Visio, OneNote)	зарубежное	лицензионное
TeXstudio	зарубежное	свободно распространяемое
Adobe Acrobat Reader	зарубежное	свободно распространяемое
Программное обеспечение для планирования и учета времени:		
Toggle app	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления проектами:		
Microsoft Imagine (Project)	зарубежное	лицензионное
Системы управления базами данных:		
Microsoft Imagine (SQL Server)	зарубежное	лицензионное
Системы резервного копирования (backup):		
Acronis Backup Advanced for HyperV	зарубежное	лицензионное
Справочно-правовые системы:		
КонсультантПлюс: справочно-правовая система	отечественное	лицензионное
Средства антивирусной защиты:		
Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition	отечественное	лицензионное
Среды разработки:		
Visual Studio Code	зарубежное	свободно распространяемое
Bash (Unix shell)	зарубежное	свободно распространяемое
Anaconda	зарубежное	свободно распространяемое
Robotic Operating System	зарубежное	свободно распространяемое

CopelliaSim	зарубежное	свободно распространяемое
Google Colaboratory	зарубежное	свободно распространяемое
Пакеты программных средств и библиотек:		
AutoPsy	зарубежное	свободно распространяемое
Interactive Disassembler (IDA)	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления библиографической информацией:		
Zotero	зарубежное	свободно распространяемое
Сервисы и службы:		
Bind	зарубежное	свободно распространяемое
Docker	зарубежное	свободно распространяемое

7. Методические и оценочные материалы

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Математика для экономистов» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как практические занятия, домашние задания и контрольные работы, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

Практическое занятие – активное взаимодействие студентов с преподавателем и друг с другом, направленное на применение теоретических знаний на практике.

Занятие включает выполнение конкретных заданий, лабораторных работ или проектов, что способствует глубокому пониманию материала. Студенты должны заранее ознакомиться с темой занятия и подготовить необходимые материалы. В процессе работы важно активно участвовать в обсуждениях, задавать вопросы и делиться мнениями. Преподаватель предоставляет обратную связь и направляет студентов, что позволяет улучшить их навыки и углубить знания.

Домашнее задание – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал. Использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

Квиз - набор заданий, которые нужно выполнить за отведенное время.

Для успешной подготовки к квизу рекомендуется внимательно изучить основные понятия и методы, уделяя особое внимание их применению и алгоритмам. Полезно решать практические задачи и примеры, чтобы закрепить теоретические знания. Также стоит ознакомиться с типичными вопросами и форматами заданий, чтобы лучше подготовиться к тестированию.

Контрольная работа – письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время.

Цель контрольной работы - получить специальные знания по одной или нескольким темам дисциплины (модуля) и продемонстрировать навыки их практического применения.

Самостоятельная работа – работа студентов, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов

и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине (модулю) «Математика для экономистов»

Оценивание уровня учебных достижений, обучающихся по дисциплине (модулю), осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) осуществляется в форме *экзамена*, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом:

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
10	Отлично	Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину. Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами.
9	Отлично	
8	Отлично	
7	Хорошо	Студент обладает знаниями предмета почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами.
6	Хорошо	
5	Удовлетворительно	Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине (модулю), но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные
4	Удовлетворительно	

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
		формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Студент способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования.
3	Не сдан	Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы.
2	Не сдан	
1	Не сдан	

Дисциплина (модуль) «Математика для экономистов» оценивается следующим образом:

Активность	Вес	Количество	Описание
Домашние задания	15%	14	Набор задач по темам недели
Контрольные работы	25%	1	Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время
Квиз	20%	10	Набор заданий, которые нужно выполнить за отведенное время
Экзамен	35%	1	Письменная или устная работа над заданием, направленным на проверку полученных знаний и навыков по дисциплине (модулю)

Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модулю) «Математика для экономистов»: $\langle 0,15 \times \text{среднее за домашние задания} + 0,5 \times \text{среднее за контрольные работы} + 0,35 \times \text{экзамен} \rangle$.

Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

Примерные домашние задания

Домашнее задание по теме: **Функции многих переменных и методы оптимизации**

1. Найти экстремумы функции:

$$f(x,y)=x^3+y^3-3xy.$$

Указать тип экстремума (максимум/минимум/седловая точка).

2. Потребитель имеет функцию полезности $U(x,y)=x^{0.5}y^{0.5}$.

Бюджетное ограничение: $2x+3y=100$.

Найти оптимальный набор товаров (x,y) , максимизирующий полезность.

3. Дана функция $f(x,y)=x^2+y^2$ с ограничением $x+y=1$.

Найти условный экстремум методом множителей Лагранжа.

4. Проверить, является ли функция $f(x,y)=x^2+2xy+2y^2$ выпуклой.

Обосновать с помощью матрицы Гессе.

5. Решить задачу квадратичного программирования:

$$\min(x^2+y^2-4x-6y)$$

при ограничениях:

$$x+y \leq 2,$$

$$x \geq 0, y \geq 0.$$

Домашнее задание по теме: Основы теории вероятностей

1. В урне 5 белых и 3 черных шара. Наугад извлекают 2 шара.

Найти вероятность того, что:

а) оба шара белые,

б) хотя бы один шар черный.

2. Случайная величина XX имеет биномиальное распределение $B(n=10, p=0.3)$.

Найти:

а) $P(X=4)$

б) $E(X)$, $D(X)$.

3. Время работы лампочки распределено экспоненциально с параметром $\lambda=0.01$ (часы⁻¹).

Найти вероятность, что лампочка проработает больше 100 часов.

4. Даны две случайные величины X и Y с ковариационной матрицей:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 9 \end{pmatrix}$$

Найти коэффициент корреляции PXY .

5. В портфеле две акции с доходностями R_1 и R_2 , где:

$E(R_1)=0.1$, $E(R_2)=0.2$,

$\sigma_1=0.15$, $\sigma_2=0.25$,

$\rho_{12}=-0.5$.

Найти ожидаемую доходность и риск портфеля $w_1=0.6$, $w_2=0.4$.

Домашнее задание по теме: Дифференциальные и разностные уравнения

1. Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными:

$y'=x/y$, $y(0)=2$.

2. Найти общее решение линейного уравнения:

$y'+2y=e^{-x}$.

3. Решить уравнение Бернулли:

$y'+y/x=y^2 \ln x$.

4. Найти общее решение дифференциального уравнения второго порядка:

$y''-5y'+6y=0$.

5. В модели Солоу производственная функция имеет вид $Y=K^{0.5}L^{0.5}$.

Если норма сбережений $s=0.2$, а норма амортизации $\delta=0.05$,

найти устойчивый уровень капиталовооруженности k^* .

Примерные задания по контрольной работе

Контрольная работа №1

Вариант 1

1. Безусловная оптимизация

Найти критические точки функции $f(x,y)=x^3+3xy^2-15x-12y$. Определить их тип (максимум, минимум, седловая точка) с помощью матрицы Гессе.

2. Условная оптимизация (метод Лагранжа)

Потребитель имеет функцию полезности $U(x,y)=\ln x+2\ln y$. Бюджетное ограничение: $x+4y=60$.

Найти оптимальный набор (x,y) , максимизирующий полезность.

3. Эластичность

Для функции спроса $Q(P_1, P_2) = 100 - 2P_1 + 0.5P_2$ найти:

- Эластичность спроса по цене P_1 при $P_1 = 20$, $P_2 = 10$.
- Перекрестная эластичность спроса по P_2 при тех же значениях.

4. Выпуклость и теорема Куна-Таккера

Проверить выпуклость функции $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - xy$.

Дана задача:

$$\min f(x, y) \text{ при } x + y \geq 2, x \geq 0, y \geq 0.$$

Записать условия Куна-Таккера и найти точку минимума.

5. Квадратичное программирование

Фирма производит товары x и y с издержками $C(x, y) = x^2 + y^2 + xy$.

Цены: $p_x = 10$, $p_y = 12$. Найти объемы производства (x, y) , максимизирующие прибыль при ограничении $x + y \leq 15$.

Вариант 2

1. Безусловная оптимизация

Исследовать на экстремум функцию $f(x, y) = 2x^3 + y^3 - 3x^2 - 3y^2 + 2$.

2. Условная оптимизация (метод Лагранжа)

Решить задачу:

$$\max(x + 2y) \text{ при } x^2 + y^2 = 5.$$

Интерпретировать множитель Лагранжа экономически.

3. Эластичность

Для производственной функции $Q(K, L) = K^{0.4} L^{0.6}$ найти эластичность выпуска по капиталу K и труду L .

4. Выпуклость и теорема Куна-Таккера

Показать, что функция $f(x, y) = e^x + y^2$ выпукла.

Для задачи:

$$\min f(x, y) \text{ при } x + 2y \geq 4, y \geq 1,$$

найти решение, используя условия Куна-Таккера.

5. Экономическая задача с ограничениями

Фирма максимизирует прибыль $\pi = 20x + 30y - x^2 - y^2$ при ограничениях:
 $x + y \leq 10$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

Найти оптимальные объемы производства.

Примерные задания для квиза

Квиз 1: Функции многих переменных и методы оптимизации

Время: 20 минут

- Найти градиент функции $f(x, y) = x^2y + \ln(x + y)$ в точке $(1, 1)$.
- Найти критические точки функции $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$.
- Определить тип критической точки $(0, 0)$ для функции $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy$.
- Решить задачу потребителя:
 $\max U(x, y) = xy$ при $2x + 3y = 12$.
- Найти эластичность функции $Q(P_1, P_2) = 50 - 2P_1 + P_2$ по P_1 при $P_1 = 10$, $P_2 = 5$.
- Проверить выпуклость функции $f(x, y) = e^{x+y}$ на всей плоскости.
- Записать условия Куна-Таккера для задачи:
 $\min f(x, y) = x^2 + y^2$ при $x + y \geq 1$.
- Фирма максимизирует прибыль $\pi = 30x + 40y - x^2 - y^2$. Найти оптимальные объемы x и y .
- Решить методом Лагранжа:
 $\max(x + 2y)$ при $x^2 + y^2 = 5$.
- Дана функция полезности $U(x, y) = xy$. Найти предельную норму замещения (MRS) в точке $(4, 9)$.

Квиз 2: Основы теории вероятностей

Время: 20 минут

1. В урне 5 белых и 3 черных шара. Найти вероятность вынуть 2 белых шара подряд без возвращения.
2. Монету подбрасывают 5 раз. Найти вероятность ровно 3 выпадений орла.
3. События AA и BB независимы, $P(A)=0.4$, $P(B)=0.7$. Найти $P(A \cup B)$.
4. В магазин привезли 10 телефонов, из которых 2 бракованных. Найти вероятность, что среди 3 купленных будет 1 бракованный.
5. Дана таблица совместного распределения XX и YY:

X \ Y	1	2
0	0.2	0.3
1	0.1	0.4

Найти $P(X=0|Y=2)$.

6. Дискретная случайная величина XX имеет распределение:
 $P(X=1)=0.2$, $P(X=2)=0.5$, $P(X=3)=0.3$.
 Найти $E[X]$ и $Var(X)$.
7. Случайная величина $X \sim N(5,4)$. Найти $P(3 < X < 7)$.
8. Время ожидания автобуса равномерно распределено на $[0,10]$ минут. Найти вероятность ждать больше 7 минут.
9. Даны доходности акций: $\sigma_X=0.5$, $\sigma_Y=0.3$, $\rho_{XY}=0.4$. Найти ковариацию $Cov(X, Y)$.
10. Инвестор формирует портфель из двух активов
 $E[R_1]=10\%$, $E[R_2]=15\%$, $\sigma_1=0.2$, $\sigma_2=0.25$, $\rho=-0.5$.

Найти ожидаемую доходность и риск портфеля (0.6,0.4).

Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

№ п/п	Задание	Ответ	Компетенция
1.	Как называется метод поиска условного экстремума с использованием вспомогательной функции?	Метод множителей Лагранжа	ОПК-2
2.	Как называется матрица вторых производных, используемая для проверки достаточного условия экстремума?	Гессиан	ОПК-4
3.	Как называются кривые, отражающие комбинации товаров с одинаковой полезностью для потребителя?	Кривые безразличия	ПК-1
4.	Как называется мера линейной зависимости двух случайных величин?	Коэффициент корреляции	ОПК-2
5.	Как называется распределение, описывающее число успехов в серии независимых испытаний?	Биномиальное распределение	ОПК-4
6.	Как называется формула, позволяющая пересчитать вероятности гипотез после наступления события?	Формула Байеса	ПК-1
7.	Какая модель описывает рост с учетом ограниченности ресурсов?	Логистическая модель	ОПК-2

8.	Как называется метод решения линейных неоднородных дифференциальных уравнений?	Метод вариации постоянной	ОПК-4
9.	Какая модель описывает колебания спроса и предложения с дискретным временем?	Паутинная модель рынка	ПК-1