ЦЕНТРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДЕНА

Решением Ученого совета
АНО ВО «Центральный университет»
«07» марта 2024 г.
Протокол №1

Рабочая программа дисциплины (модуля)
«Методы дискретной оптимизации»

Направление подготовки: *02.03.01 Математика и компьютерные науки*

Направленность (профиль) подготовки: *Разработка*

Квалификация (степень) выпускника: *бакалавр*

Форма обучения: *очная*

Срок освоения программы: *4 года*

Год набора: *2024*

Москва
2024

Электронный документ

Содержание

1. **Краткая характеристика дисциплины (модуля)** 3
2. **Перечень планируемых результатов обучения** 4
3. **Тематический план** 4
4. **Содержание дисциплины (модуля)** 6
5. **Учебно-методическое обеспечение** 7
6. **Материально-техническое обеспечение** 7
7. **Методические и оценочные материалы** 9

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Методы дискретной оптимизации» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по специальности 02.03.01 Математика и компьютерные науки, профиль Разработка, утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 807 от 23.08.2017 года.

Изучение дисциплины (модуля) «Методы дискретной оптимизации» позволяет студентам широко применять полученные знания в различных областях, таких как экономика, инженерия и информатика, что позволяет эффективно решать практические задачи. Кроме того, знание этих методов способствует развитию аналитического мышления и навыков решения комплексных проблем.

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина (модуль) включена в учебный план по программе подготовки бакалавриата по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки, профиль Разработка и входит в обязательную часть Блока 1 как дисциплина по выбору.

Дисциплина (модуль) изучается на 2 курсе в 4 семестре.

Цель изучения дисциплины (модуля): заключается в освоении студентами основных техник и алгоритмов, позволяющих находить оптимальные решения в различных задачах, связанных с максимизацией или минимизацией функций.

Задачи изучения дисциплины (модуля) направлены на формирование у студентов следующих знаний, умений и навыков:

знать:

— основные релевантные понятия вычислительной сложности: классы P и NP, NP-полнота и NP-трудность;

— классические NP-трудные задачи: покрытие множества, рюкзак, упаковка в контейнеры, коммивояжёр;

— терминологию программирования в ограничениях, принципы работы солверов, лучшие практики моделирования;

— основы линейного программирования и связь LP-релаксации с комбинаторными задачами;

— основные эвристические и метаэвристические подходы: жадные алгоритмы, локальный поиск, имитация отжига, табу-поиск, генетические алгоритмы;

уметь:

— строить CP-модели для задач оптимизации в Python (PyOMO) и MiniZinc;

— применять методы снятия симметрии и выбирать подходящие глобальные ограничения;

— формулировать линейные и целочисленные модели для комбинаторных задач;

— реализовывать жадные алгоритмы и оценивать качество получаемых решений;

— применять метод ветвей и границ с использованием LP-оценок;

— реализовывать алгоритмы локального поиска и метаэвристики;

владеть:

— навыками моделирования оптимизационных задач в парадигме программирования в ограничениях;

— методами округления LP-решений для построения приближённых решений;

— техниками локального поиска: построение окрестностей, 2-opt, методы выхода из локальных оптимумов;

— подходами к разработке гибридных алгоритмов на основе комбинаций нескольких эвристик и подходов (в частности, LNS).

2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

Компетенция	Содержание компетенции	Индикатор компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)
УК-1.	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1.	Знает методы поиска и анализа информации в области разработки, основные принципы критической оценки источников информации и их релевантности
		УК-1.2.	Умеет критически оценивать источники информации и синтезировать данные из различных источников для решения задач, применять системный подход к анализу и решению комплексных проблем
		УК-1.3.	Имеет практический опыт работы с современными инструментами и технологиями для обработки информации, формулировании и структурировании задач на основе полученной информации
УК-2.	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1.	Знает действующие правовые нормы, регулирующие деятельность в области решения задач, основные методы и подходы к определению круга задач
		УК-2.2.	Умеет определять круг задач в рамках поставленной цели, выбирать оптимальные способы решения задач, учитывая имеющиеся ресурсы и ограничения
		УК-2.3.	Имеет практический опыт применения знаний о правовых нормах и ресурсах в реальных ситуациях, разработки и реализации решений в соответствии с установленными ограничениями
ОПК-1.	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры,	ОПК-1.1.	Знает основные концепции и теории в области математического анализа и смежных дисциплин; методы и подходы, используемые в различных областях математики
		ОПК-1.2.	Умеет применять математические методы для решения профессиональных задач

	аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.3.	Имеет практический опыт разработки и реализация математических моделей в профессиональной деятельности
ПК-1.	Способен формулировать задачи с математической точностью, обосновывать утверждения строго и анализировать полученные результаты в области математики и компьютерных наук	ПК-1.1.	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических наук, программирования и информационных технологий
		ПК-1.2.	Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике
		ПК-1.3.	Имеет опыт работы с задачами в области математики и компьютерных наук, включая применение математических методов для решения практических задач
ПК-2.	Способен решать типовые задачи профессиональной деятельности в области разработки, опираясь на информационную и библиографическую культуру, используя информационно-коммуникационные технологии и учитывая основные требования информационной безопасности	ПК-2.1.	Знает основные принципы информационной и библиографической культуры, а также правила и стандарты информационной безопасности
		ПК-2.2.	Умеет эффективно использовать информационно-коммуникационные технологии для решения стандартных задач профессиональной деятельности с учетом требований информационной безопасности
		ПК-2.3.	Имеет практический опыт работы с информационными ресурсами и инструментами в рамках своей профессиональной деятельности в области разработки, соблюдая требования информационной безопасности

3. Тематический план

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Трудоемкость, академические часы				ТКУ (текущий контроль успеваемости)
		Очная форма				
		Контактная работа		Контроль	Самостоятельная работа	
		Лекции	Семинары (практические занятия)			
1	Введение в дискретную оптимизацию и моделирование	10	10		40	Домашние задания, Подготовка к семинару
2	Жадные эвристики в оптимизации	10	10		42	Домашние задания, Контрольная работа
3	Различные методы решения оптимизационных задач	10	10		42	Домашние задания Подготовка к семинару
	Зачет с оценкой			6		Итоговая работа
Итого:		***30***	***30***	***6***	***124***	
Объем дисциплины (модуля) (в ак. ч.)		***190***				
Объем дисциплины (модуля) (в зач. ед.)		***5***				

4. Содержание дисциплины (модуля)

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание дисциплины (модуля) по темам
1	Введение в дискретную оптимизацию и моделирование	Введение. Трудные задачи выполнимости (satisfiability) и оптимизации (optimization), связь между ними. Примеры задач: задачи об упаковках, о покрытиях, задачи на графах. Основы программирования в ограничениях. Отличия от императивного программирования. Разнообразие подходов к моделированию на примере задачи о ферзях. Важнейшие понятия в программировании в ограничениях: область поиска, проталкивание ограничений, глобальные ограничения, избыточные ограничения. Снятие симметрии. Паттерны моделирования: задача о рюкзаке, задача коммивояжёра, упаковки, расписания. Линейное программирование. Сложность задач ЛП и ЦЛП. Линейная релаксация комбинаторных задач. Округление LP-решений: детерминированное округление на примерах задачи о рюкзаке и покрытия множества.
2	Жадные эвристики в оптимизации	Жадные эвристики: задача покрытия множества и задача о рюкзаке. Связь задач о деревьях и обходах графов. Общая, метрическая и евклидова задачи коммивояжёра. Жадные алгоритмы в задаче коммивояжёра: ближайший сосед, кратчайшие вставки, алгоритм Кристофидеса.
3	Различные методы решения оптимизационных задач	Перебор с возвратом и метод ветвей и границ. Примеры: задачи о рюкзаке и коммивояжёра. Локальный поиск: окрестности, восхождение, 2-opt для TSP. Проблема локальных оптимумов. Методы выхода из локальных оптимумов: имитация отжига, табу-поиск. Эволюционные алгоритмы: генетические алгоритмы, представление решений, операторы кроссовера и мутации. Гибридные методы: поиск с большими окрестностями (LNS), интеграция CP и локального поиска. Кейс-анализ: задача маршрутизации транспорта (VRP).

5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Основная литература:

1. Методы оптимизации : учебник и практикум для вузов / Ф. П. Васильев, М. М. Потапов, Б. А. Будак, Л. А. Артемьева ; под редакцией Ф. П. Васильева. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 375 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-6157-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/560070.

2. Рафгарден, Т. Совершенный алгоритм. Алгоритмы для NP-трудных задач : практическое руководство / Т. Рафгарден. - Санкт-Петербург : Питер, 2021. - 304 с. - (Серия «Библиотека программиста»). - ISBN 978-5-4461-1799-4. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1733515.

3. Толпегин, О. А. Математическое программирование. Вариационное исчисление : учебник для вузов / О. А. Толпегин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 233 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-11755-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/562079.

4. Клековкин, Г. А. Геометрическая теория графов : учебное пособие для вузов / Г. А. Клековкин, Л. П. Коннова, В. В. Коннов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 165 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-21249-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/569368.

Дополнительная литература:

1. Сухарев, А. Г. Методы оптимизации : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 367 с. — (Бакалавр и магистр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3859-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/507818.

6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной

мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

— столами и стульями;
— компьютерной техникой;
— механическими калькуляторами;
— специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

№	Наименование портала (издания, курса, документа)	Ссылка
1.	Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека	https://elibrary.ru/defaultx.asp
2.	База данных для IT-специалистов	https://habr.com
3.	База данных ScienceDirect	https://www.sciencedirect.com
4.	Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации	https://minobrnauki.gov.ru/
5.	Федеральный портал «Российское образование"	https://www.edu.ru/
6.	Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	http://window.edu.ru/
7.	Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов	http://school-collection.edu.ru/
8.	Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов	http://fcior.edu.ru/

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Наименование ПО	Производство	Лицензионное / свободно распространяемое
Операционные системы:		
Microsoft Imagine (Windows Client, Server)	зарубежное	лицензионное
Браузеры:		
Яндекс.Браузер	отечественное	свободно распространяемое
Google Chrome	зарубежное	свободно распространяемое
Офисные приложения:		
Microsoft Imagine (Visio, OneNote)	зарубежное	лицензионное
TeXstudio	зарубежное	свободно распространяемое
Adobe Acrobat Reader	зарубежное	свободно распространяемое
Программное обеспечение для планирования и учета времени:		
Toggle app	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления проектами:		
Microsoft Imagine (Project)	зарубежное	лицензионное

Системы управления базами данных:		
Microsoft Imagine (SQL Server)	зарубежное	лицензионное
Системы резервного копирования (backup):		
Acronis Backup Advanced for HyperV	зарубежное	лицензионное
Справочно-правовые системы:		
КонсультантПлюс: справочно-правовая система	отечественное	лицензионное
Средства антивирусной защиты:		
Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition	отечественное	лицензионное
Среды разработки:		
Visual Studio Code	зарубежное	свободно распространяемое
Bash (Unix shell)	зарубежное	свободно распространяемое
Anaconda	зарубежное	свободно распространяемое
Robotic Operating System	зарубежное	свободно распространяемое
CopelliaSim	зарубежное	свободно распространяемое
Google Colaboratory	зарубежное	свободно распространяемое
Пакеты программных средств и библиотек:		
AutoPsy	зарубежное	свободно распространяемое
Interactive Disassembler (IDA)	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления библиографической информацией:		
Zotero	зарубежное	свободно распространяемое
Сервисы и службы:		
Bind	зарубежное	свободно распространяемое
Docker	зарубежное	свободно распространяемое

7. Методические и оценочные материалы

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Методы дискретной оптимизации» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекции, семинары, домашние задания и контрольные работы, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

Лекция – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удается, следует сформулировать вопрос и задать его преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

Участие в семинаре – активная работа студента на семинаре, его ответы на вопросы преподавателя и участие в дискуссии.

Для успешного участия в семинаре студентам рекомендуется заранее ознакомиться с темой обсуждения, прочитать необходимые материалы и подготовить вопросы. Важно активно слушать и вовлекаться в дискуссию, высказывая свои мнения и аргументируя их. При ответах на вопросы преподавателя стоит быть уверенным, четким и логичным, опираясь на изученный материал. Также полезно поддерживать диалог с однокурсниками, чтобы обогатить обсуждение и расширить свои знания.

Домашнее задание – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал. Использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

Контрольная работа – письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время.

Цель контрольной работы - получить специальные знания по одной или нескольким темам дисциплины (модуля) и продемонстрировать навыки их практического применения.

Самостоятельная работа – работа студентов, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине (модулю) «Методы дискретной оптимизации»

Оценивание уровня учебных достижений, обучающихся по дисциплине (модулю), осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) осуществляется в форме ***зачета с оценкой***, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом:

Десятибалльная оценка	**Пятибалльная оценка**	**Оценка за зачет**	**Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)**
10	Отлично	Зачтено	Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину. Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи. Студент хорошо знаком с методами
9	Отлично	Зачтено	
8	Отлично	Зачтено	

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Оценка за зачет	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
			исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами.
7	Хорошо	Зачтено	Студент обладает знаниями предмета почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами.
6	Хорошо	Зачтено	
5	Удовлетворительно	Зачтено	Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине (модулю), но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Студент способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования.
4	Удовлетворительно	Зачтено	
3	Не сдан	Не зачтено	Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы.
2	Не сдан	Не зачтено	
1	Не сдан	Не зачтено	

Дисциплина (модуль) «Методы дискретной оптимизации» оценивается следующим образом:

Активность	Вес	Количество	Описание
Домашние задания	15%	14	Набор задач по темам недели. Выдаётся еженедельно

Активность	Вес	Количество	Описание
Активность на семинаре	15%	14	Набор задач по темам недели для решения на семинарах
Контрольная работа	40%	2	Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время
Итоговая работа	30%	1	Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время

Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модулю) «Методы дискретной оптимизации»: «0,15 × среднее за домашние задания + 0,4 × среднее за контрольные работы +0,15 х среднее за активность на семинарах + 0,3 × итоговая работа».

Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

Примерные домашние задания

Домашнее задание: Введение. NP-полные задачи, задача покрытия множествами

1. Определите класс NP-полных задач и приведите пример.
2. Что такое задача покрытия множествами (Set Cover)? Опишите её формулировку.
3. Объясните принцип работы жадного алгоритма для задачи покрытия множествами.
4. Почему задача покрытия множествами считается NP-полной?
5. Приведите пример применения задачи покрытия множествами в реальной жизни.

Домашнее задание: Задача об упаковке в контейнеры. Приближённые алгоритмы

1. Сформулируйте задачу упаковки в контейнеры (Bin Packing).
2. Опишите жадный алгоритм First Fit для задачи упаковки.
3. Что такое APTAS и как он улучшает приближение по сравнению с жадными методами?
4. Приведите пример, когда жадный алгоритм может дать плохое решение в Bin Packing.
5. Объясните, как AFPTAS отличается от APTAS.

Домашнее задание: Задача о рюкзаке и приближения

1. Сформулируйте задачу 0/1 рюкзака.
2. Как работает динамическое программирование для решения задачи рюкзака?
3. Что такое FPTAS и как применяется округление в этом методе?
4. Приведите пример, как округление цен или весов влияет на точность решения.
5. Почему задача 0/1 рюкзака считается NP-полной?

Домашнее задание: Линейное программирование

1. Опишите основную идею симплекс-метода.
2. Что такое двойственная задача в линейном программировании?
3. Сформулируйте теорему Куна-Таккера для задач оптимизации с ограничениями.
4. Объясните, как двойственность помогает в оценке оптимального решения.
5. Приведите пример задачи, где симплекс-метод может быть неэффективен

Примерные задания по контрольной работе

Контрольная работа

Задание 1: Метод сопряженных градиентов

1. Опишите алгоритм метода сопряженных градиентов. В чем его преимущества по сравнению с методом градиентного спуска?
2. Каковы условия сходимости метода сопряженных градиентов?
3. Приведите пример задачи, где метод сопряженных градиентов будет эффективен.
4. Рассчитайте несколько шагов метода сопряженных градиентов для функции $f(x)=x^2+2y^2$ с начальной точкой $(x_0, y_0)=(1,1)$.
5. В чем разница между полным и неполным методом сопряженных градиентов?

Задание 2: Метод Ньютона и квазиньютоновские методы

6. Объясните, как работает метод Ньютона. Какова его сходимость?
7. Какие проблемы могут возникнуть при использовании метода Ньютона?
8. Опишите, как работают квазиньютоновские методы, и приведите пример одного из них.
9. Рассчитайте шаги метода Ньютона для функции $f(x)=x^2-4x+4$.
10. Как можно улучшить производительность метода Ньютона?

Задание 3: Субградиентный метод и адаптивные методы

1. Определите, что такое субградиентный метод и в каких случаях он применяется.
2. Объясните, как работает адаптивный метод градиентного спуска.
3. Приведите пример функции, для которой субградиентный метод будет полезен.
4. Каковы основные преимущества и недостатки субградиентного метода?
5. Рассчитайте обновление параметров с использованием субградиентного метода для функции $f(x)=|x|$.

Задание 4: Проекция и алгоритм Франк-Вульфа

6. Опишите, что такое проекция на выпуклую оболочку и как она используется в оптимизации.
7. Как работает алгоритм Франк-Вульфа? Приведите его шаги.
8. В каких случаях алгоритм Франк-Вульфа может быть предпочтительнее других методов?
9. Приведите пример задачи, где алгоритм Франк-Вульфа может быть успешно применен.
10. Какова сложность алгоритма Франк-Вульфа в зависимости от размерности задачи?

Задание 5: Метод зеркального спуска

1. Объясните, как работает метод зеркального спуска и в каких случаях он применяется.
2. Какие преимущества дает метод зеркального спуска по сравнению с обычными методами градиентного спуска?
3. Приведите пример задачи, где метод зеркального спуска будет эффективен.
4. Какова сложность метода зеркального спуска?
5. Рассчитайте шаги метода зеркального спуска для функции $f(x)=05(x-3)^2$ с начальной точкой x0=0*x*0=0.

Задание 6: Метод штрафных функций и ADMM

6. Что такое метод штрафных функций и как он работает?
7. Объясните, как работает метод ADMM (Alternating Direction Method of Multipliers).
8. В каких случаях метод ADMM может быть предпочтительнее других методов?
9. Приведите пример задачи, где применение метода штрафных функций будет уместным.
10. Каковы основные преимущества и недостатки методов штрафных функций и ADMM?

Задание 7: Метод внутренней точки

1. Опишите, как работает метод внутренней точки и в каких случаях он применяется.
2. Какова сложность метода внутренней точки для линейных программ?
3. Приведите пример задачи, где метод внутренней точки будет эффективен.
4. Какие проблемы могут возникнуть при использовании метода внутренней точки?
5. Рассчитайте шаги метода внутренней точки для простой задачи оптимизации.

Задание 8: Седловые задачи

6. Определите, что такое седловая задача и приведите пример.
7. Каковы условия оптимальности для седловых задач?
8. Объясните, как можно решить седловую задачу с помощью метода градиентного спуска.
9. Приведите пример применения седловых задач в экономике или теории игр.
10. Каковы основные трудности, возникающие при решении седловых задач?

Задание 9: Стохастическая оптимизация. Редукция дисперсии

1. Определите, что такое стохастическая оптимизация и в каких случаях она применяется.
2. Объясните, как работает редукция дисперсии в стохастической оптимизации.
3. Приведите пример задачи, где применение стохастической оптимизации будет уместным.
4. Каковы преимущества и недостатки стохастической оптимизации по сравнению с детерминированными методами?
5. Рассчитайте шаги стохастического градиентного спуска для функции потерь с использованием редукции дисперсии.

Задание 10: Распределенная оптимизация

6. Определите, что такое распределенная оптимизация и в каких случаях она применяется.
7. Объясните, как работают алгоритмы распределенной оптимизации.
8. Приведите пример задачи, где распределенная оптимизация будет эффективна.
9. Каковы основные вызовы, с которыми сталкиваются алгоритмы распределенной оптимизации?
10. Как можно улучшить сходимость алгоритмов распределенной оптимизации?

Примерные вопросы для подготовки к семинарам

Метод отсечений II (Lift-and-project, valid inequalities)

1. **Что такое метод lift-and-project в целочисленном программировании?**
   Ответ: Метод улучшения LP-релаксации путем добавления новых переменных и ограничений для отсечения дробных решений.

2. **Какова основная цель valid inequalities?**
   Ответ: Добавить ограничения, которые не исключают целочисленные решения, но отсеивают дробные.

3. **Чем метод lift-and-project отличается от Gomory cuts?**
   Ответ: Lift-and-project использует дополнительное поднятие переменных, Gomory cuts — основан на анализе симплекс-таблиц.

4. **Что означает "lifting" в valid inequalities?**
   Ответ: Процесс расширения неравенства на большее число переменных для усиления ограничения.

5. **Какие классы valid inequalities применяются для задачи о рюкзаке?**
   Ответ: Cover inequalities (покрывающие неравенства).

6. **Как метод lift-and-project улучшает LP-релаксацию?**
   Ответ: Отсекает дробные вершины полигонального множества, приближая целочисленное множество.

7. **В чем преимущество многошагового применения lift-and-project?**
   Ответ: Пошаговое улучшение приближения к целочисленному решению.

8. **Как связаны методы отсечений и полиномиальные алгоритмы?**
   Ответ: Некоторые методы отсечений могут быть реализованы полиномиально, улучшая эффективность.

9. **Что такое cover inequalities?**
   Ответ: Неравенства, исключающие комбинации переменных, превышающие емкость рюкзака.

10. **Приведите пример задачи, где lift-and-project улучшает оценку.**
    Ответ: Задача о рюкзаке с дробными LP-решениями, где lift-and-project отсеивает дробные решения.

Прямо-двойственные методы и кратчайшие пути

1. **Как работает алгоритм Дейкстры?**
   Ответ: Итеративно выбирает вершину с минимальным расстоянием и обновляет расстояния до соседей.

2. **Что такое двойственная задача в кратчайших путях?**
   Ответ: Задача, связанная с потенциалами вершин, дающая нижнюю оценку стоимости путей.

3. **Как двойственность помогает проверить оптимальность пути?**
   Ответ: Если потенциалы удовлетворяют условиям, путь оптимален.

4. **Что такое цикл минимальной средней стоимости?**
   Ответ: Цикл с минимальным отношением суммарной стоимости к длине.

5. **Как применяются прямо-двойственные методы к графам?**
   Ответ: Для одновременного поиска оптимальных путей и проверки условий оптимальности.

6. **В чем отличие алгоритмов Дейкстры и Беллмана-Форда?**
   Ответ: Дейкстра работает только с неотрицательными ребрами, Беллман-Форд — с отрицательными.

7. **Что такое потенциалы вершин?**
   Ответ: Значения, используемые для корректировки весов ребер.

8. **Как прямо-двойственные методы применяются для потоков?**
   Ответ: Для нахождения оптимальных потоков и оценки стоимости.

9. **Почему отрицательные ребра усложняют задачу?**
   Ответ: Могут привести к отрицательным циклам и бесконечному уменьшению стоимости.

10. **Пример применения циклов минимальной средней стоимости?**
    Ответ: Оптимизация расписаний и сетей с повторяющимися процессами.

Взвешенные паросочетания, циркуляции минимальной стоимости, хордальные и совершенные графы

1. **Что такое остаточная сеть?**
   Ответ: Сеть, отражающая доступные пропускные способности после текущего потока.

2. **Опишите алгоритм проталкивания (push-relabel).**
   Ответ: Алгоритм для максимального потока, который меняет высоты вершин и проталкивает поток локально.

3. **Как работает алгоритм Карпа для паросочетаний?**
   Ответ: Использует динамическое программирование для поиска паросочетаний максимального веса.

4. **Что характеризует хордальный граф?**
   Ответ: Каждый цикл длины ≥4 содержит хорду (ребро, не входящее в цикл).

5. **В чем суть теоремы о совершенных графах?**
   Ответ: В совершенных графах хроматическое число равно размеру максимальной клики для любого подграфа.

6. **Связь клики и раскраски в совершенных графах?**
   Ответ: Минимальное число цветов равно размеру максимальной клики.

7. **Что такое циркуляция минимальной стоимости?**
   Ответ: Поток без источника и стока, минимизирующий суммарную стоимость.

8. **Как остаточные сети используются для поиска минимальных циркуляций?**
   Ответ: Для нахождения путей улучшения и корректировки потока.

9. **Назовите алгоритм минимизации стоимости потока.**
   Ответ: Алгоритм Карпа, алгоритм потенциалов (successive shortest path).

10. **Почему хордальные графы важны для раскраски?**
    Ответ: Раскраска хордальных графов полиномиальна и эффективна благодаря их структуре.

Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

№ п/п	Задание	Ответ	Компетенция
1.	Как называется метод решения задачи ЦЛП, в котором на каждом шаге решается отсек ЛП-релаксация и происходят области поиска с помощью показателей и оценок точности?	ветвей и границы / ветвь и граница	ПК-2
2.	Как называется линейная задача, получаемая из целочисленной линейной задачи путем замены целочисленных ограничений на вещественные?	линейная релаксация / LP-релаксация	ПК-1
3.	Как называется глобальное ограничение в программировании в ограничениях, требующее, чтобы все переменные принимали разные значения?	совершенно разные	ОПК-1
4.	Как называется операция по программированию в ограничениях, которая сужает домены, удаляя значения, несовместимые с ограничениями?	ограничение проталкиванияпроталкивание блокировки / распространение	УК-2
5.	Как называется эвристика для TSP, которая каждый раз выбирает ближайший ещё не посещённый город?	ближайший сосед / ближайший сосед	УК-2
6.	Как называется метод улучшения туры в TSP, который на шаге заменяет две дуги на две другие, если это сокращает длину туры?	2-опцион / два-опциона	УК-1
7.	Как называется метод локального поиска, который иногда предпринимает сильные переходы с препятствиями, обусловленными «температурами»?	имитация отжига / имитация отжига	УК-1
8.	Как называется метаэвристика, которая запрещает переходить к недавно посещённым решениям с помощью «табулиста»?	поиск табу-поиск / табу-поиск	УК-2
9.	Как называется эволюционный метод оптимизации, использующий популяционные решения и операторы кроссовера и мутации?	генетический алгоритм	ПК-2
10.	Как называется гибридный подход, при котором часть функций фиксируется, а остальные переоптимизируются, что дает «большие условия»?	Поиск по районуLNS / Поиск крупных окрестностей	ОПК-1
11.	Как называется задача, в которой нужно выбрать подмножество такого минимального размера, чтобы их объединение покрывало универсум?	обложка покрытие / набор чехлов	ПК-2
12.	Как называется ограничение/приём в CP-модели, добавление для исключения симметричных решений (например, фиксация позиции одного ферзя в задаче о ферзях)?	снятие симметрии / нарушение симметрии	ПК-2
13.	Как называется задача маршрутизации, где требуется проложить маршруты для нескольких транспортных средств с ограничениями, например, по близости?	VRP / маршрут задачи транспорта	ПК-1
14.	Как называется классическая жадная эвристика для покрытия покрытия, которое на каждом этапе выбирает множество, покрывающее максимум ещё не покрытых элементов?	жадный алгоритм / жадный	ПК-1
15.	Как называется задача, в которой необходимо выбрать набор предметов с максимальной совокупной стоимостью при ограничении общей массы?	рюкзак	УК-1

Электронный документ