

**УТВЕРЖДЕНА**

Решением Ученого совета  
АНО ВО «Центральный университет»  
«07» марта 2024 г.  
Протокол №1

**Рабочая программа дисциплины (модуля)  
«Дискретная математика 2»**

**Направление подготовки:** 02.03.01 Математика и компьютерные науки

**Направленность (профиль) подготовки:** Разработка

**Квалификация (степень) выпускника:** бакалавр

**Форма обучения:** очная

**Срок освоения программы:** 4 года

**Год набора:** 2024

**Москва  
2024**

## Содержание

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1. Краткая характеристика дисциплины (модуля) .....</b> | <b>3</b>  |
| <b>2. Перечень планируемых результатов обучения .....</b>  | <b>5</b>  |
| <b>3. Тематический план .....</b>                          | <b>7</b>  |
| <b>4. Содержание дисциплины (модуля) .....</b>             | <b>8</b>  |
| <b>5. Учебно-методическое обеспечение .....</b>            | <b>9</b>  |
| <b>6. Материально-техническое обеспечение .....</b>        | <b>9</b>  |
| <b>7. Методические и оценочные материалы .....</b>         | <b>11</b> |

## 1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Дискретная математика 2» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по специальности 02.03.01 Математика и компьютерные науки, профиль Разработка, утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 807 от 23.08.2017 года.

Изучение дисциплины (модуля) «Дискретная математика 2» является основой для многих других математических дисциплин. Дисциплина (модуль) развивает аналитическое и критическое мышление, что является важным навыком для решения сложных задач в различных сферах.

### Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина (модуль) включена в учебный план по программе подготовки бакалавриата по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки, профиль Разработка и входит в вариативную часть Блока 1, формируемую участниками образовательных отношений.

Дисциплина (модуль) является выборной и доступна для изучения на 3 или 4 курсе в 5, 6, 7, 8 семестрах на выбор.

**Цель изучения дисциплины (модуля):** в формировании глубокого понимания пределов, непрерывности, производных и интегралов, а также их применения в различных областях науки и техники.

### Задачи изучения дисциплины (модуля):

— изучить фундаментальные понятия дискретной математики, включая логику, множества, отношения, графы и комбинаторику, как основу для понимания дискретных процессов в ИИ;

— освоить методы решения задач на основе дискретных структур, таких как алгоритмы поиска, оптимизации и анализа графов, применительно к компьютерным наукам;

— развить навыки формального доказательства, математического моделирования и логического мышления для эффективного решения проблем в области искусственного интеллекта;

— применить дискретные математические методы для анализа и синтеза алгоритмов машинного обучения, обработки данных и проектирования систем.

### В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

#### **знать:**

— основы конечных автоматов (ДКА, НКА), машин Тьюринга (МТ), формальных языков, логики высказываний, алгоритмов сжатия, производящих функций (ПФ);

— теорему о накачке, тезис Чёрча-Тьюринга, проблему останковки, законы логики, корректность/полноту исчисления высказываний, энтропию Шеннона;

— свойства замкнутости классов языков, эквивалентность моделей, выполнимость/общезначимость формул, соотношение синтаксиса/семантики, P vs NP, пределы сжатия;

— связь языков и автоматов/МТ, связь ПФ с рекуррентными соотношениями и комбинаторикой;

— понятия разрешимости/неразрешимости, вычислимости, сложности (P vs NP), границы сжатия;

#### **уметь:**

— определять класс задачи (регулярный язык? разрешимая? логическое следствие?) и формализовать её;

— строить/минимизировать автоматы, преобразовывать логические формулы (ДНФ, КНФ), строить ПФ для комбинаторных задач;

— использовать изученные модели и алгоритмы (доказательство регулярности/разрешимости, проверка логических свойств, применение базовых алгоритмов сжатия, решение рекуррентных соотношений);

— доказывать/опровергать свойства (эквивалентность автоматов, выводимость, следование), анализировать корректность и применимость методов;

— формализовывать алгоритмы на МТ, адаптировать методы для решения задач (в т.ч. нестандартных) и анализировать их (корректность, сложность);

***владеть:***

— навыками решения комплексных задач, требующих применения знаний из разных разделов (вычислимость + логика, комбинаторика + ПФ);

— способностью самостоятельно осваивать теоретический материал и алгоритмические методы дискретной математики;

— культурой строгой постановки задач, анализа, выбора адекватных моделей/методов и интерпретации результатов;

— техникой строгих доказательств (прямых, от противного) и формализации на базе моделей (автоматы, МТ, логика);

— навыками точного использования языка дискретной математики для описания моделей, алгоритмов, рассуждений и результатов.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

| Компетенция | Содержание компетенции   | Индикатор компетенции | Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)  |
|-------------|--|-----------------------|---|
| УК-1.       | Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач   | УК-1.1.               | Знает методы поиска и анализа информации в области разработки, основные принципы критической оценки источников информации и их релевантности.   |
|             |  | УК-1.2.               | Умеет критически оценивать источники информации и синтезировать данные из различных источников для решения задач, применять системный подход к анализу и решению комплексных проблем  |
|             |  | УК-1.3.               | Имеет практический опыт работы с современными инструментами и технологиями для обработки информации, формулировании и структурировании задач на основе полученной информации  |
| УК-2.       | Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений | УК-2.1.               | Знает действующие правовые нормы, регулирующие деятельность в области решения задач, основные методы и подходы к определению круга задач  |
|             |  | УК-2.2.               | Умеет определять круг задач в рамках поставленной цели, выбирать оптимальные способы решения задач, учитывая имеющиеся ресурсы и ограничения  |
|             |  | УК-2.3.               | Имеет практический опыт применения знаний о правовых нормах и ресурсах в реальных ситуациях, разработки и реализации решений в соответствии с установленными ограничениями  |
| ОПК-1.      | Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы прикладной и компьютерной математики  | ОПК-1.1.              | Знает основные методы и подходы к решению задач прикладной и компьютерной математики, включая алгоритмы, математическое моделирование и теорию оптимизации, а также современные инструменты и технологии, используемые в этой области |
|             |  | ОПК-1.2.              | Умеет анализировать и формулировать математические задачи, применять соответствующие методы и алгоритмы для их решения, а также интерпретировать и представлять результаты в понятной и   |

|       |  |          |   |
|-------|--|----------|---|
|       |  |          | доступной форме   |
|       |  | ОПК-1.3. | Имеет практический опыт работы над проектами или исследованиями в области прикладной и компьютерной математики, включая участие в конкурсах, олимпиадах или научных публикациях, где были решены актуальные и значимые задачи |
| ПК-1. | Способен определять общие формы и закономерности области машинного обучения  | ПК-1.1.  | Знает основные теоретические концепции и принципы, относящиеся к области машинного обучения, а также ключевые закономерности и модели, которые помогают в анализе и интерпретации данных                                      |
|       |  | ПК-1.2.  | Умеет проводить систематический анализ области разработки, выявлять и формулировать общие закономерности и тенденции, а также применять методы исследования для получения новых знаний и понимания                            |
|       |  | ПК-1.3.  | Имеет практический опыт работы в области машинного обучения, включая участие в научных проектах, исследованиях или практических заданиях, где были выявлены и описаны общие формы и закономерности                            |
| ПК-2. | Способен решать типовые задачи профессиональной деятельности в области разработки, опираясь на информационную и библиографическую культуру, используя информационно-коммуникационные технологии и учитывая основные требования информационной безопасности | ПК-2.1.  | Знает основы информационной и библиографической культуры, а также принципы информационной безопасности и применения информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности                                 |
|       |  | ПК-2.2.  | Умеет эффективно использовать информационно-коммуникационные технологии для решения стандартных задач профессиональной деятельности, учитывая требования информационной безопасности  |
|       |  | ПК-2.3.  | Имеет опыт работы с информационными ресурсами и технологиями в области разработки, включая соблюдение норм информационной безопасности  |

### 3. Тематический план

| №п/<br>п | Наименование<br>раздела дисциплины<br>(модуля)       | Трудоемкость, академические часы |           |          |                            | ТКУ<br>(текущий<br>контроль<br>успеваемости) |
|----------|--|----------------------------------|-----------|----------|----------------------------|--|
|          |  | <i>Очная форма</i>               |           |          |                            |  |
|          |  | Контактная работа                |           | Контроль | Самостоятель<br>ная работа |  |
| Лекции   | Семинар<br>ские<br>(практи<br>ческие<br>занятия)     |                                  |           |          |                            |  |
| 1        | Введение в теорию автоматов                          | 2                                | 4         |          | 7                          | Домашнее задание                             |
| 2        | Регулярные языки и их свойства                       | 2                                | 4         |          | 7                          | Домашнее задание                             |
| 3        | Машины Тьюринга: основы                              | 2                                | 4         |          | 7                          | Домашнее задание<br>Контрольная работа       |
| 4        | Проблемы вычислимости                                | 2                                | 4         |          | 7                          | Домашнее задание<br>Контрольная работа       |
| 5        | Логика высказываний: синтаксис и семантика           | 2                                | 4         |          | 7                          | Домашнее задание                             |
| 6        | Нормальные формы и преобразования                    | 2                                | 4         |          | 7                          | Коллоквиум                                   |
| 7        | Исчисление высказываний                              | 2                                | 4         |          | 7                          | Домашнее задание<br>Контрольная работа       |
| 8        | Теории и модели в логике                             | 2                                | 4         |          | 7                          | Домашнее задание<br>Контрольная работа       |
| 9        | Сложность вычислений                                 | 2                                | 4         |          | 7                          | Домашнее задание                             |
| 10       | Введение в алгоритмы сжатия данных                   | 2                                | 4         |          | 7                          | Коллоквиум                                   |
| 11       | Исправление ошибок и кодирование                     | 2                                | 4         |          | 6                          | Домашнее задание<br>Контрольная работа       |
| 12       | Производящие функции: основы                         | 2                                | 4         |          | 6                          | Домашнее задание<br>Контрольная работа       |
| 13       | Применение производящих функций                      | 2                                | 4         |          | 6                          | Домашнее задание                             |
| 14       | Интеграция методов дискретной математики             | 4                                | 8         |          | 6                          | Коллоквиум                                   |
|          | <i>Зачет с оценкой</i>                               |                                  |           | 6        |                            |  |
|          | <b><i>Итого:</i></b>                                 | <b>30</b>                        | <b>60</b> | <b>6</b> | <b>94</b>                  |  |
|          | <b><i>Объем дисциплины (модуля) (в ак. ч.)</i></b>   | <b>190</b>                       |           |          |                            |  |
|          | <b><i>Объем дисциплины (модуля) (в зач. ед.)</i></b> | <b>5</b>                         |           |          |                            |  |

#### 4. Содержание дисциплины (модуля)

| №п/п | Наименование раздела дисциплины (модуля)   | Содержание дисциплины (модуля) по темам  |
|------|--|--|
| 1    | Введение в теорию автоматов                | Основные понятия: алфавит, слово, язык. Детерминированные конечные автоматы (ДКА): определение, примеры. Недетерминированные конечные автоматы (НКА): определение, примеры. Эквивалентность ДКА и НКА. Преобразование НКА в ДКА  |
| 2    | Регулярные языки и их свойства             | Регулярные выражения: определение, примеры. Теорема Клини: связь регулярных выражений и автоматов. Теорема о накачке для регулярных языков. Свойства замкнутости регулярных языков. Минимизация ДКА: алгоритм Хопкрофта  |
| 3    | Машины Тьюринга: основы                    | Определение машины Тьюринга (МТ). Конфигурации и работа МТ. Примеры вычислений на МТ. Тезис Чёрча-Тьюринга. Разрешимые и перечислимые языки  |
| 4    | Проблемы вычислимости                      | Проблема остановки: формулировка и доказательство неразрешимости. Другие неразрешимые проблемы. Сведение задач: метод доказательства неразрешимости. Рекурсивные и рекурсивно-перечислимые языки   |
| 5    | Логика высказываний: синтаксис и семантика | Алфавит и формулы логики высказываний. Истинностные таблицы. Тавтологии, противоречия, выполнимые формулы. Логическое следование и эквивалентность. Основные законы логики   |
| 6    | Нормальные формы и преобразования          | Дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ). Конъюнктивная нормальная форма (КНФ). Совершенные ДНФ и КНФ. Алгоритмы преобразования в нормальные формы. Минимизация логических формул  |
| 7    | Исчисление высказываний                    | Аксиомы и правила вывода. Доказательства в исчислении высказываний. Корректность и полнота исчисления. Теорема о дедукции. Примеры доказательств   |
| 8    | Теории и модели в логике                   | Формальные теории: определение, примеры. Модели теорий. Выполнимость и общезначимость. Теорема компактности. Приложения в информатике  |
| 9    | Сложность вычислений                       | Классы P и NP: определения и примеры. NP-полные задачи: понятие и примеры. Проблема P vs NP. Методы доказательства NP-полноты. Практические аспекты сложности вычислений   |
| 10   | Введение в алгоритмы сжатия данных         | Основные понятия: избыточность, энтропия. Алгоритм Хаффмана: описание и примеры. Алгоритм LZW: принцип работы Энтропия Шеннона. Пределы сжатия данных  |
| 11   | Исправление ошибок и кодирование           | Коды, обнаруживающие и исправляющие ошибки. Линейные коды: определение и примеры. Код Хэмминга. Границы исправления ошибок. Применение в современных системах  |
| 12   | Производящие функции: основы               | Определение и примеры производящих функций. Операции над производящими функциями. Решение рекуррентных соотношений. Применение в комбинаторике. Производящие функции для комбинаторных объектов  |
| 13   | Применение производящих функций            | Производящие функции для разбиений чисел. Производящие функции для деревьев и графов. Асимптотический анализ коэффициентов. Метод сингулярностей. Примеры решения задач  |
| 14   | Интеграция методов дискретной математики   | Комбинация автоматов, логики и производящих функций в задачах. Анализ сложности алгоритмов. Решение нестандартных задач с использованием изученных методов. Примеры из реальных приложений. Повторение ключевых тем курса. Разбор типовых задач. Решение комплексных задач, охватывающих несколько разделов. Подготовка к дифференцированному зачёту |

## 5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

### *Основная литература:*

1. Константинова, Е. В. Теория графов: алгебраическая теория : учебник для вузов / Е. В. Константинова. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 123 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-20172-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/569211>.

2. Скорубский, В. И. Математическая логика : учебник и практикум для вузов / В. И. Скорубский, В. И. Поляков, А. Г. Зыков. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 211 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01114-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/561076>.

3. Дискретная математика : учебное пособие для вузов / под научной редакцией А. Н. Сесекина. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 85 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-21182-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/559511>.

### *Дополнительная литература:*

1. Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика. Математические основы информатики. — М. : Вильямс, 2009. — 784 с.

## 6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- механическими калькуляторами;
- специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и

обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

| №  | Наименование портала<br>(издания, курса, документа)                            | Ссылка  |
|----|--|---|
| 1. | Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека                          | <a href="https://elibrary.ru/defaultx.asp">https://elibrary.ru/defaultx.asp</a> |
| 2. | База данных для IT-специалистов  | <a href="https://habr.com">https://habr.com</a>                                 |
| 3. | База данных ScienceDirect  | <a href="https://www.sciencedirect.com">https://www.sciencedirect.com</a>       |
| 4. | Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации | <a href="https://minobrnauki.gov.ru/">https://minobrnauki.gov.ru/</a>           |
| 5. | Федеральный портал «Российское образование»                                    | <a href="https://www.edu.ru/">https://www.edu.ru/</a>                           |
| 6. | Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"        | <a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a>                       |
| 7. | Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов                             | <a href="http://school-collection.edu.ru/">http://school-collection.edu.ru/</a> |
| 8. | Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов                     | <a href="http://fcior.edu.ru/">http://fcior.edu.ru/</a>                         |

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

| Наименование ПО   | Производство  | Лицензионное / свободно распространяемое |
|---|---------------|--|
| <b>Операционные системы:</b>  |               |  |
| Microsoft Imagine (Windows Client, Server)                          | зарубежное    | лицензионное                             |
| <b>Браузеры:</b>  |               |  |
| Яндекс.Браузер  | отечественное | свободно распространяемое                |
| Google Chrome   | зарубежное    | свободно распространяемое                |
| <b>Офисные приложения:</b>  |               |  |
| Microsoft Imagine (Visio, OneNote)                                  | зарубежное    | лицензионное                             |
| TeXstudio   | зарубежное    | свободно распространяемое                |
| Adobe Acrobat Reader  | зарубежное    | свободно распространяемое                |
| <b>Программное обеспечение для планирования и учета времени:</b>    |               |  |
| Toggle app  | зарубежное    | свободно распространяемое                |
| <b>Системы управления проектами:</b>                                |               |  |
| Microsoft Imagine (Project)   | зарубежное    | лицензионное                             |
| <b>Системы управления базами данных:</b>                            |               |  |
| Microsoft Imagine (SQL Server)                                      | зарубежное    | лицензионное                             |
| <b>Системы резервного копирования (backup):</b>                     |               |  |
| Acronis Backup Advanced for HyperV                                  | зарубежное    | лицензионное                             |
| <b>Справочно-правовые системы:</b>                                  |               |  |
| КонсультантПлюс: справочно-правовая система                         | отечественное | лицензионное                             |
| <b>Средства антивирусной защиты:</b>                                |               |  |
| Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition | отечественное | лицензионное                             |
| <b>Среды разработки:</b>  |               |  |

|  |            |                           |
|--|------------|---------------------------|
| Visual Studio Code                                       | зарубежное | свободно распространяемое |
| Bash (Unix shell)  | зарубежное | свободно распространяемое |
| Anaconda   | зарубежное | свободно распространяемое |
| Robotic Operating System                                 | зарубежное | свободно распространяемое |
| CopelliaSim  | зарубежное | свободно распространяемое |
| Google Colaboratory                                      | зарубежное | свободно распространяемое |
| <b>Пакеты программных средств и библиотек:</b>           |            |                           |
| AutoPsy  | зарубежное | свободно распространяемое |
| Interactive Disassembler (IDA)                           | зарубежное | свободно распространяемое |
| <b>Системы управления библиографической информацией:</b> |            |                           |
| Zotero   | зарубежное | свободно распространяемое |
| <b>Сервисы и службы:</b>                                 |            |                           |
| Bind   | зарубежное | свободно распространяемое |
| Docker   | зарубежное | свободно распространяемое |

## 7. Методические и оценочные материалы

### Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Дискретная математика 2» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекция, семинары, контрольные работы, коллоквиумы и домашние задания, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

*Лекция* – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удастся, следует сформулировать вопрос и задать его преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

*Семинар* — это форма учебной деятельности, проводимая в учебном заведении под руководством преподавателя, где студенты активно участвуют в обсуждениях, практических заданиях и других формах взаимодействия.

Для успешной подготовки к семинару рекомендуется заранее ознакомиться с темой занятия и основными материалами, чтобы иметь возможность активно участвовать в обсуждении. Также полезно подготовить вопросы и идеи для обсуждения, что поможет глубже понять материал и продемонстрировать заинтересованность.

*Коллоквиум* – устные ответы на вопросы, список которых известен студенту заранее.

В процессе подготовки к коллоквиуму необходимо проанализировать учебные материалы, ознакомившись с лекциями, учебниками и дополнительными источниками, акцентируя внимание на ключевых темах. Рекомендуется создать структурированные конспекты, выделяя основные идеи, термины и формулы.

*Домашнее задание* – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал. Использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

*Контрольная работа* – письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время.

Цель контрольной работы - получить специальные знания по одной или нескольким темам дисциплины (модуля) и продемонстрировать навыки их практического применения.

*Самостоятельная работа* – работа студентов, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

### **Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)**

#### **Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине «Дискретная математика 2»**

Оценивание уровня учебных достижений, обучающихся по дисциплине (модулю), осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

**Промежуточная аттестация** по дисциплине (модулю) осуществляется в форме *зачета с оценкой*, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом:

| Десятибалльная оценка | Пятибалльная оценка | Оценка за зачет | Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)   |
|-----------------------|---------------------|-----------------|---|
| 10                    | Отлично             | Зачтено         | Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину. Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами. |
| 9                     | Отлично             | Зачтено         |   |
| 8                     | Отлично             | Зачтено         |   |
| 7                     | Хорошо              | Зачтено         | Студент обладает знаниями предмета  |

| Десятибалльная оценка | Пятибалльная оценка | Оценка за зачет | Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)   |
|-----------------------|---------------------|-----------------|---|
| 6                     | Хорошо              | Зачтено         | почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами. |
| 5                     | Удовлетворительно   | Зачтено         | Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине (модулю), но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Студент способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования.   |
| 4                     | Удовлетворительно   | Зачтено         |   |
| 3                     | Не сдан             | Не зачтено      | Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы.   |
| 2                     | Не сдан             | Не зачтено      |   |
| 1                     | Не сдан             | Не зачтено      |   |

Дисциплина (модуль) «Дискретная математика 2» оценивается следующим образом:

| Активность         | Вес | Описание  |
|--------------------|-----|---|
| Домашние задания   | 25% | Набор задач по темам недели   |
| Контрольные работы | 20% | Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время |
| Коллоквиум         | 15% | Ответы на вопросы, список которых известен студенту заранее                   |
| Зачет с оценкой    | 40% | Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время |

**Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модулю) «Дискретная математика 2»:** « $0,25 \times$  среднее за домашние задания +  $0,2 \times$  среднее за контрольные работы +  $0,15 \times$  коллоквиум +  $0,4 \times$  зачет с оценкой».

## Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

### Примерные задания для коллоквиума

#### Коллоквиум 1

1. **Основные понятия теории автоматов.** Определите алфавит, слово и язык. Приведите примеры конечных и бесконечных языков.
2. **Детерминированные конечные автоматы.** Дайте определение ДКА. Постройте ДКА для языка всех строк над  $\{0,1\}$ , содержащих подстроку "00".
3. **Недетерминированные конечные автоматы.** Дайте определение НКА. Приведите пример НКА, эквивалентного ДКА из предыдущего вопроса, и объясните, почему они эквивалентны.
4. **Преобразование НКА в ДКА.** Опишите алгоритм преобразования НКА в ДКА. Примените его к простому НКА с двумя состояниями.
5. **Регулярные выражения.** Дайте определение регулярного выражения. Напишите регулярное выражение для языка  $\{w \mid w \text{ состоит из чётного числа } a \text{ и любого числа } b\}$ .
6. **Теорема Клини.** Сформулируйте теорему Клини и объясните её связь с автоматами. Приведите пример построения автомата по регулярному выражению.
7. **Теорема о накачке для регулярных языков.** Сформулируйте теорему и примените её, чтобы показать, что язык  $a^n b^n$  нерегулярный.
8. **Свойства регулярных языков.** Объясните замкнутость регулярных языков относительно объединения, пересечения и дополнения. Приведите контрпример для языка, не являющегося регулярным.
9. **Минимизация ДКА.** Опишите алгоритм Хопкрофта. Примените его к ДКА с тремя состояниями.
10. **Машины Тьюринга: определение.** Дайте определение МТ. Опишите конфигурации и шаги работы.
11. **Примеры на МТ.** Постройте МТ, которая инвертирует двоичную строку (например,  $101 \rightarrow 010$ ).
12. **Тезис Чёрча-Тьюринга.** Объясните тезис и его значение для понятия вычислимости.
13. **Проблема остановки.** Сформулируйте проблему и докажите её неразрешимость с помощью диагонализации.
14. **Рекурсивные и рекурсивно-перечислимые языки.** Разъясните разницу и приведите примеры.
15. **Логика высказываний: синтаксис.** Дайте определение формулы. Постройте истинностную таблицу для  $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$  и определите, является ли она тавтологией.

#### Коллоквиум 2

1. **Нормальные формы логики.** Определите ДНФ и КНФ. Преобразуйте формулу  $P \wedge (Q \vee R)$  в ДНФ.
2. **Алгоритмы преобразования.** Опишите алгоритм приведения к КНФ. Примените его к формуле  $(P \rightarrow Q) \vee R$ .
3. **Исчисление высказываний.** Перечислите аксиомы и правила вывода. Докажите теорему о дедукции.
4. **Теорема компактности.** Сформулируйте теорему и приведите пример её применения.
5. **Формальные теории.** Дайте определение формальной теории. Приведите пример теории арифметики.

6. **Классы сложности P и NP.** Определите P и NP. Приведите пример задачи из NP (не P).
7. **NP-полнота.** Объясните понятие и докажите NP-полноту SAT путём сведения.
8. **Алгоритм Хаффмана.** Опишите алгоритм и постройте код для алфавита {A:0.5, B:0.3, C:0.2}.
9. **Алгоритм LZW.** Объясните принцип работы и приведите пример сжатия строки "abaaba".
10. **Энтропия Шеннона.** Определите энтропию и объясните пределы сжатия данных.
11. **Коды с исправлением ошибок.** Определите линейные коды. Постройте код Хэмминга для 4 бит.
12. **Производящие функции: основы.** Дайте определение. Решите  $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$  с помощью производящих функций.
13. **Применение производящих функций.** Используйте для подсчёта разбиений числа 5 на не более чем 3 части.
14. **Метод сингулярностей.** Объясните и примените для асимптотического анализа коэффициентов производящей функции.
15. **Интеграция методов.** Примените комбинацию МТ, логики и производящих функций для моделирования автомата, проверяющего логическую формулу, и подсчёта числа состояний. Объясните связь с анализом сложности.

### Примерные задания по контрольной работе

#### Контрольная работа №1

1. **Определение и примеры конечных автоматов.** Дайте определение детерминированного конечного автомата (ДКА). Приведите пример ДКА, который распознаёт язык всех строк над алфавитом  $\{0,1\}$ , содержащих чётное количество единиц. Покажите работу автомата на строке "0110".
2. **Переход от НКА к ДКА.** Объясните, почему недетерминированные конечные автоматы (НКА) эквивалентны ДКА. Постройте ДКА, эквивалентный НКА, который распознаёт язык  $\{w \mid w \text{ содержит подстроку "ab"}\}$  над алфавитом  $\{a,b\}$ .
3. **Регулярные выражения и теорема Клини.** Напишите регулярное выражение для языка всех строк над  $\{a,b\}$ , начинающихся с "a" и заканчивающихся "b". Объясните теорему Клини и её связь с автоматами.
4. **Теорема о накачке для регулярных языков.** Сформулируйте теорему о накачке и примените её, чтобы доказать, что язык  $\{a^n b^n \mid n \geq 1\}$  не является регулярным.
5. **Минимизация ДКА.** Опишите алгоритм минимизации ДКА по Хопкрофту. Примените его к простому ДКА с двумя состояниями, распознающему язык  $\{w \mid w \text{ заканчивается на "a"}\}$ .
6. **Машина Тьюринга: определение и пример.** Дайте определение машины Тьюринга (МТ). Приведите пример МТ, которая складывает 1 к двоичному числу (например, "101"  $\rightarrow$  "110").
7. **Тезис Чёрча-Тьюринга.** Объясните тезис Чёрча-Тьюринга и его значение для понятия вычислимости. Приведите пример разрешимого языка.
8. **Проблема остановки.** Сформулируйте проблему остановки и объясните, почему она неразрешима. Покажите, как её неразрешимость доказывается с помощью диагонализации.

9. **Сведение задач.** Объясните метод сведения для доказательства неразрешимости. Приведите пример сведения проблемы останковки к другой неразрешимой проблеме (например, к проблеме самоприменения).
10. **Рекурсивные и рекурсивно-перечислимые языки.** Разъясните разницу между рекурсивными и рекурсивно-перечислимыми языками. Приведите пример каждого типа и объясните, почему множество всех МТ, которые останавливаются, является рекурсивно-перечислимым, но не рекурсивным.

### Контрольная работа №2

1. **Логика высказываний: синтаксис.** Дайте определение формулы логики высказываний. Постройте истинностную таблицу для формулы  $(P \wedge Q) \rightarrow \neg R$  и определите, является ли она тавтологией.
2. **Нормальные формы.** Преобразуйте формулу  $(P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R)$  в дизъюнктивную нормальную форму (ДНФ) и конъюнктивную нормальную форму (КНФ). Объясните алгоритм преобразования.
3. **Исчисление высказываний.** Используйте аксиомы и правила вывода исчисления высказываний, чтобы доказать теорему о дедукции (если  $\Gamma \cup \{A\} \models B$ , то  $\Gamma \models A \rightarrow B$ ).
4. **Теории и модели.** Дайте определение формальной теории. Приведите пример теории и объясните теорему компактности, иллюстрируя её на примере.
5. **Классы сложности P и NP.** Объясните разницу между классами P и NP. Приведите пример задачи из P (например, сортировка) и из NP (например, задача о выполнимости).
6. **NP-полнота.** Докажите NP-полноту задачи о выполнимости (SAT) путём сведения от неё другой задачи (например, 3-SAT). Объясните проблему P vs NP.
7. **Алгоритм Хаффмана.** Опишите алгоритм Хаффмана для сжатия данных. Примените его к алфавиту {A:0.4, B:0.3, C:0.2, D:0.1} и постройте кодовое дерево.
8. **Коды с исправлением ошибок.** Объясните принцип кодов Хэмминга. Постройте код Хэмминга для 4-битовых данных и покажите, как он исправляет одиночную ошибку.
9. **Производящие функции.** Дайте определение производящей функции. Решите рекуррентное соотношение  $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}$  с начальными условиями  $a_0=1, a_1=2$  с помощью производящих функций.
10. **Интеграция методов.** Примените комбинацию автоматов, логики и производящих функций: Постройте МТ, которая моделирует конечный автомат для регулярного языка, и используйте производящую функцию для подсчёта числа слов длины n в этом языке. Объясните, как это относится к анализу сложности алгоритмов.

### Примерные домашние задания

#### Домашнее задание 1

1. Постройте детерминированный конечный автомат (ДКА), который принимает язык всех двоичных строк, содержащих подстроку "101". Нарисуйте диаграмму состояний и укажите начальное и конечные состояния.
2. Преобразуйте следующий недетерминированный конечный автомат (НКА) в эквивалентный ДКА: НКА имеет состояния  $q_0, q_1, q_2$ ; алфавит  $\{a, b\}$ ; переходы:  $\delta(q_0, a) = \{q_0, q_1\}$ ,  $\delta(q_0, b) = \{q_0\}$ ,  $\delta(q_1, a) = \{q_2\}$ ,  $\delta(q_1, b) = \emptyset$ ,  $\delta(q_2, a) = \emptyset$ ,  $\delta(q_2, b) = \{q_2\}$ ; начальное состояние  $q_0$ , конечное  $q_2$ .
3. Докажите теорему о накачке для регулярных языков, используя пример языка всех строк с равным количеством 0 и 1.
4. Опишите работу машины Тьюринга, которая прибавляет 1 к единичному представлению числа (например,  $111 + 1 = 1111$ ). Укажите состояния, алфавит ленты и таблицу переходов.
5. Покажите, что язык всех палиндромов над алфавитом  $\{a, b\}$  является регулярным, построив соответствующий автомат.

### Домашнее задание 2

1. Постройте истинностную таблицу для формулы  $(A \wedge B) \rightarrow (\neg A \vee C)$  и определите, является ли она тавтологией.
2. Преобразуйте формулу  $\neg(A \vee (B \wedge C))$  в дизъюнктивную нормальную форму (ДНФ) и упростите её.
3. Используя аксиомы и правила вывода исчисления высказываний, докажите теорему о дедукции для формулы  $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \models A \rightarrow C$ .
4. Приведите пример логически эквивалентных формул и покажите их эквивалентность с помощью законов логики.
5. Преобразуйте формулу  $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee C)$  в конъюнктивную нормальную форму (КНФ) и найдите её совершенную форму.

### Домашнее задание 3

1. Покажите, что задача о выполнимости (SAT) является NP-полной, используя сведение от другой NP-полной задачи (например, 3-SAT).
2. Постройте код Хаффмана для алфавита  $\{A: 0.4, B: 0.3, C: 0.2, D: 0.1\}$  и закодируйте строку "ABAC". Вычислите коэффициент сжатия.
3. Опишите работу кода Хэмминга для исправления одиночных ошибок в 7-битных блоках. Приведите пример кодирования и декодирования слова "101".
4. Вычислите энтропию Шеннона для источника с вероятностями символов  $\{0.5, 0.25, 0.125, 0.125\}$ . Объясните, почему энтропия является пределом сжатия.
5. Объясните различие между классами P и NP на примере задач сортировки и коммивояжёра. Приведите аргументы за и против гипотезы  $P \neq NP$ .

### Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

| № п/п | Задание   | Ответ | Компетенция |
|-------|---|-------|-------------|
| 1     | Назовите основное понятие теории автоматов, обозначающее конечную последовательность символов из алфавита.          | Слово | УК-1        |
| 2     | Определите, сколько состояний имеет минимальный ДКА для языка всех строк над $\{0,1\}$ , содержащих подстроку "00". | 3     | УК-1        |

|    |   |                                   |       |
|----|---|-----------------------------------|-------|
| 3  | Назовите алгоритм, используемый для преобразования НКА в эквивалентный ДКА.   | Алгоритм преобразования НКА в ДКА | УК-1  |
| 4  | Определите, сколько шагов включает минимальное преобразование НКА с двумя состояниями в ДКА.  | 4                                 | УК-1  |
| 5  | Назовите теорему, утверждающую связь регулярных выражений и конечных автоматов.   | Теорема Клини                     | УК-2  |
| 6  | Определите, сколько частей имеет теорема о накачке для регулярных языков.   | 3                                 | УК-2  |
| 7  | Назовите свойство регулярных языков, заключающееся в замкнутости относительно объединения.  | Замкнутость                       | УК-2  |
| 8  | Определите, сколько состояний имеет минимальный ДКА после минимизации по алгоритму Хопкрофта для простого автомата с тремя состояниями. | 2                                 | УК-2  |
| 9  | Назовите устройство, моделирующее вычисления с бесконечной лентой.  | Машина Тьюринга                   | ОПК-1 |
| 10 | Определите, сколько конфигураций описывает работа машины Тьюринга на одном шаге.  | 1                                 | ОПК-1 |
| 11 | Назовите тезис, утверждающий эквивалентность понятия вычислимости и машин Тьюринга.   | Тезис Чёрча-Тьюринга              | ОПК-1 |
| 12 | Определите, сколько типов языков выделяет теория вычислимости: рекурсивные и рекурсивно-перечислимые.                                   | 2                                 | ОПК-1 |
| 13 | Назовите проблему, доказанную неразрешимой методом диагонализации.  | Проблема остановки                | ПК-1  |
| 14 | Определите, сколько аксиом имеет исчисление высказываний.   | 10                                | ПК-1  |
| 15 | Назовите нормальную форму, представляющую формулу как конъюнкцию дизъюнкций.  | Конъюнктивная нормальная форма    | ПК-1  |
| 16 | Определите, сколько классов сложности выделяют в теории вычислений: P и NP.   | 2                                 | ПК-1  |
| 17 | Назовите алгоритм сжатия данных, строящий дерево на основе частот символов.   | Алгоритм Хаффмана                 | ПК-2  |
| 18 | Определите, сколько бит требуется для кода Хэмминга на 4 информационных бита.   | 7                                 | ПК-2  |
| 19 | Назовите функцию, используемую для решения рекуррентных соотношений в комбинаторике.  | Производящая функция              | ПК-2  |
| 20 | Определите, сколько методов интеграции охватывает курс: комбинация автоматов, логики и производящих функций.                            | 3                                 | ПК-2  |