ЦЕНТРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДЕНА

Решением Ученого совета
АНО ВО «Центральный университет»
«24» июня 2025 г.
Протокол № 2

Рабочая программа дисциплины (модуля)
«Методы оптимизации»

Направление подготовки: *02.04.01 Математика и компьютерные науки*

Направленность (профиль) подготовки: *Машинное обучение*

Квалификация (степень) выпускника: *магистр*

Форма обучения: *очная (с применением ДОТ)*

Срок освоения программы: *2 года*

Год набора: *2025*

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 0215B0C000D1B3FEB44A37EE631E0C27D4
Владелец: Ивашкевич Евгений Васильевич
Действителен: с 13.01.2026 до 13.04.2027

Электронный документ

Москва
2025

Содержание

1. **Краткая характеристика дисциплины (модуля)** 3
2. **Перечень планируемых результатов обучения** 5
3. **Тематический план** 7
4. **Содержание дисциплины (модуля)** 7
5. **Учебно-методическое обеспечение** 8
6. **Материально-техническое обеспечение** 8
7. **Методические и оценочные материалы** 10

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Методы оптимизации» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – магистратура по направлению 02.04.01 Математика и компьютерные науки, профиль Машинное обучение, утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 810 от 23.08.2017 года.

Изучение дисциплины (модуля) «Методы оптимизации» позволяет теоретическую и практическую основу для постановки, анализа и численного решения задач оптимизации, возникающих в прикладной математике, анализе данных и машинном обучении. Ее освоение обеспечивает понимание принципов работы современных оптимизационных алгоритмов, навыки их реализации, сравнения и настройки, а также способность обоснованно выбирать методы для решения прикладных и вычислительно сложных задач.

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина (модуль) включена в учебный план по программе подготовки магистратуры по направлению 02.04.01 Математика и компьютерные науки, профиль Машинное обучение и входит в Блок Факультативные дисциплины.

Дисциплина (модуль) изучается на 2 курсе в 4 семестре.

Цель изучения дисциплины (модуля): формирование у обучающихся системы знаний, умений и практических навыков в области математической постановки, анализа, реализации и применения методов оптимизации для решения вычислительных, прикладных и машинно-обучающих задач.

Задачи изучения дисциплины (модуля):

- сформировать у обучающихся знания базовых понятий линейной алгебры, выпуклого анализа, условий оптимальности и сходимости, необходимых для понимания современных методов оптимизации;
- научить обучающихся вычислять градиенты, гессианы и производные в вычислительных графах, включая использование автоматического дифференцирования и обратного распространения ошибки;
- сформировать умение формулировать задачи оптимизации, задавать целевые функции и ограничения, а также применять необходимые и достаточные условия оптимальности к задачам без ограничений и с ограничениями;
- научить обучающихся применять, реализовывать, сравнивать и настраивать основные численные методы оптимизации, включая градиентные, ньютоновские, проекционные, проксимальные, стохастические и адаптивные методы;
- сформировать практические навыки проведения вычислительных экспериментов, анализа сходимости алгоритмов и выбора оптимизаторов для задач машинного обучения и оптимизации нейронных сетей.

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

знать:

- базовые понятия линейной алгебры, используемые при анализе задач и методов оптимизации;
- понятия сходимости последовательностей и скорости сходимости итерационных методов;
- определения градиента, гессиана, линейного поиска и их роль в численных методах

оптимизации;

— принципы автоматического дифференцирования и обратного распространения ошибки;
— основные понятия выпуклого анализа: выпуклые множества, выпуклые функции, сильная выпуклость, условие Поляка – Лоясиевича;
— необходимые и достаточные условия оптимальности для типовых задач без ограничений и с ограничениями, включая условия Каруша-Куна-Таккера;
— принципы работы и области применимости основных классов численных методов оптимизации: градиентных, ускоренных, ньютоновских, квазиньютоновских, проекционных, субградиентных, проксимальных, стохастических и адаптивных методов;
— особенности постановки и решения оптимизационных задач, возникающих при обучении нейронных сетей;
— базовые идеи глобальной оптимизации и эволюционных методов;

уметь:

— вычислять градиенты и гессианы для типовых функций многих переменных;
— использовать автоматическое дифференцирование для вычисления производных в вычислительных графах;
— проверять выпуклость множеств и функций в простых случаях и интерпретировать роль выпуклости в задачах оптимизации;
— формулировать типовые задачи оптимизации: задавать целевую функцию, ограничения и критерии качества решения;
— применять условия оптимальности к задачам без ограничений и с ограничениями на уровне примеров курса;
— применять и сравнивать базовые численные методы оптимизации на модельных и прикладных задачах;
— решать типовые задачи с ограничениями с помощью проекционных методов и метода Франк-Вульфа;
— применять субградиентные и проксимальные методы к простым негладким задачам;
— настраивать параметры стохастических и адаптивных оптимизаторов при обучении моделей машинного обучения;
— проводить вычислительные эксперименты и интерпретировать влияние гиперпараметров на сходимость и качество решения;

владеть:

— навыками математической постановки типовых задач оптимизации;
— базовыми инструментами матрично-векторного и автоматического дифференцирования;
— навыками реализации и отладки простых методов оптимизации в программном коде;
— подходами к экспериментальному сравнению оптимизационных алгоритмов;
— навыками анализа сходимости численных методов на уровне оценок, рассматриваемых на дисциплине (модуле);
— практикой выбора и настройки оптимизаторов для задач машинного обучения;
— базовыми подходами к оптимизации нейронных сетей.

2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

Компетенция	Содержание компетенции	Индикатор компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)
УК-6.	Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки	УК-6.1.	Знает основные методы самооценки и анализа своей деятельности, а также принципы управления временем и целеполагания
		УК-6.2.	Умеет ставить реалистичные и достижимые цели, определять приоритеты в своей деятельности, а также разрабатывать и внедрять планы по совершенствованию своих навыков и компетенций на основе полученной самооценки
		УК-6.3.	Имеет практический опыт применения методов самооценки в своей профессиональной деятельности, включая участие в тренингах, семинарах и проектах, направленных на развитие личной эффективности и профессионального роста
ОПК-2.	Способен создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках, совершенствовать и разрабатывать концепции, теории и методы	ОПК-2.1.	Знает основные математические модели и методы, используемые в естественных науках, включая статистическое моделирование, дифференциальные уравнения и численные методы, а также современные подходы к исследованию и анализу данных
		ОПК-2.2.	Умеет разрабатывать и адаптировать математические модели для решения конкретных проблем в естественных науках, проводить их анализ и верификацию, а также интерпретировать полученные результаты в контексте научных исследований
		ОПК-2.3.	Имеет практический опыт создания и исследования математических моделей в

			рамках научных проектов или исследований, включая участие в публикациях, конференциях или коллаборациях, где были разработаны и апробированы новые концепции и методы
ПК-3.	Способен решать задачи профессиональной деятельности, формулировать результат, увидеть следствия полученного результата	ПК-3.1.	Знает основные принципы и методы решения задач профессиональной деятельности, а также способы формулирования и представления результатов, включая анализ последствий и их значимость в контексте проекта
		ПК-3.2.	Умеет применять математические и компьютерные методы для решения конкретных задач, формулировать четкие и обоснованные результаты, а также анализировать их последствия для дальнейших действий и решений
		ПК-3.3.	Имеет практический опыт в решении профессиональных задач, включая участие в проектах, где были получены результаты и проанализированы их следствия, что способствовало принятию обоснованных решений

3. Тематический план

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Трудоемкость, академические часы				ТКУ (текущий контроль успеваемости)
		Очная форма				
		Аудиторная работа		Контроль	Самостоятельная работа	
		Лекции	Семинары (практические занятия)			
1	Математическая база оптимизации	10	10		40	Домашние задания, Тесты
2	Золотая классика численных методов оптимизации	6	6		26	Домашние задания, Тесты
3	Методы оптимизации на практике	8	8		34	Домашние задания, Тесты
4	Оптимизация в машинном обучении	6	6		26	Домашние задания, Тесты
	Зачет			***4***		
Итого:		***30***	***30***	***4***	***126***	
Объем дисциплины (модуля) (в ак. ч.)		***190***				
Объем дисциплины (модуля) (в зач. ед.)		***5***				

4. Содержание дисциплины (модуля)

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание дисциплины (модуля) по темам
1	Математическая база оптимизации	Повторение линейной алгебры и сходимость последовательностей Матричное дифференцирование и одномерная оптимизация Автоматическое дифференцирование Выпуклость множеств и функций. Условие Поляка - Лоясиевича Условия оптимальности, условия Каруша–Куна–Таккера
2	Золотая классика численных методов оптимизации	Линейное программирование и симплекс метод Градиентный спуск и его сходимость Ускоренные градиентные методы. Идея метода сопряжённых градиентов
3	Методы оптимизации на практике	Метод Ньютона и квазиньютоновские методы Метод проекции градиента и метод Франк-Вульфа Негладкая оптимизация - субградиенты и проксимальный метод Стохастический градиентный спуск и адаптивные оптимизаторы
4	Оптимизация в машинном обучении	Специфика задач оптимизации при обучении нейронных сетей Методы оптимизации для обучения больших нейросетевых моделей Эволюционные подходы и глобальные методы оптимизации

5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Основная литература:

1. Сахарова, Л. В. Методы оптимизации для машинного обучения : учебное пособие / Л. В. Сахарова, Г. В. Лукьянова. - Ростов-на-Дону : Издательско-полиграфический комплекс Ростовского государственного экономического университета (РИНХ), 2023. - 87 с. - ISBN 978-5-7972-3139-4. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.ru/catalog/product/2213898.

2. Поляков, В. М. Методы оптимизации : учебное пособие / В. М. Поляков, З. С. Агаларов. - 2-е изд. - Москва : Дашков и К, 2022. - 86 с. - ISBN 978-5-394-05003-9. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1926409.

Дополнительная литература:

1. Аттетков, А. В. Методы оптимизации : учебное пособие / А. В. Аттетков, В. С. Зарубин, А. Н. Канатников. — Москва : РИОР : ИНФРА-М, 2023. — 270 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI: https://doi.org/10.12737/11456. - ISBN 978-5-369-01037-2. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.ru/catalog/product/1930702.

6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- механическими калькуляторами;

— специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

№	Наименование портала (издания, курса, документа)	Ссылка
1.	Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека	https://elibrary.ru/defaultx.asp
2.	База данных для IT-специалистов	https://habr.com
3.	База данных ScienceDirect	https://www.sciencedirect.com
4.	Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации	https://minobrnauki.gov.ru/
5.	Федеральный портал «Российское образование"	https://www.edu.ru/
6.	Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	http://window.edu.ru/
7.	Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов	http://school-collection.edu.ru/
8.	Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов	http://fcior.edu.ru/

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Наименование ПО	Производство	Лицензионное / свободно распространяемое
Операционные системы:		
Microsoft Imagine (Windows Client, Server)	зарубежное	лицензионное
Браузеры:		
Яндекс.Браузер	отечественное	свободно распространяемое
Google Chrome	зарубежное	свободно распространяемое
Офисные приложения:		
Microsoft Imagine (Visio, OneNote)	зарубежное	лицензионное
TeXstudio	зарубежное	свободно распространяемое
Adobe Acrobat Reader	зарубежное	свободно распространяемое
Программное обеспечение для планирования и учета времени:		
Toggle app	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления проектами:		
Microsoft Imagine (Project)	зарубежное	лицензионное

Системы управления базами данных:		
Microsoft Imagine (SQL Server)	зарубежное	лицензионное
Системы резервного копирования (backup):		
Acronis Backup Advanced for HyperV	зарубежное	лицензионное
Справочно-правовые системы:		
КонсультантПлюс: справочно-правовая система	отечественное	лицензионное
Средства антивирусной защиты:		
Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition	отечественное	лицензионное
Среды разработки:		
Visual Studio Code	зарубежное	свободно распространяемое
Bash (Unix shell)	зарубежное	свободно распространяемое
Anaconda	зарубежное	свободно распространяемое
Robotic Operating System	зарубежное	свободно распространяемое
CopelliaSim	зарубежное	свободно распространяемое
Google Colaboratory	зарубежное	свободно распространяемое
Пакеты программных средств и библиотек:		
AutoPsy	зарубежное	свободно распространяемое
Interactive Disassembler (IDA)	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления библиографической информацией:		
Zotero	зарубежное	свободно распространяемое
Сервисы и службы:		
Bind	зарубежное	свободно распространяемое
Docker	зарубежное	свободно распространяемое

7. Методические и оценочные материалы

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Методы оптимизации» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекции, семинары, домашние задания, тесты, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

Лекция – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удается, следует сформулировать вопрос и задать его преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

Семинар – это форма учебной деятельности, проводимая в учебном заведении под

руководством преподавателя, где студенты активно участвуют в обсуждениях, практических заданиях и других формах взаимодействия.

Для успешной подготовки к семинару рекомендуется заранее ознакомиться с темой занятия и основными материалами, чтобы иметь возможность активно участвовать в обсуждении. Также полезно подготовить вопросы и идеи для обсуждения, что поможет глубже понять материал и продемонстрировать заинтересованность.

Домашнее задание – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал, использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

Тест – особая форма проверки знаний. Проводится после освоения одной или нескольких тем и свидетельствует о качестве понимания основных понятий изучаемого материала. Тестовые задания составлены к ключевым понятиям, основным разделам, важным терминологическим категориям изучаемой дисциплины.

Для подготовки к тесту необходимо знать терминологический аппарат дисциплины, понимать смысл научных категорий и уметь их использовать в профессиональной лексике. Владение понятийным аппаратом, включённым в тестовые задания, позволяет преподавателю быстро проверить уровень понимания студентами важных методологических категорий.

Бонусные баллы — это оценки, которые студенты могут получить за выполнение дополнительных заданий.

Формат бонусных баллов позволяет студентам улучшить общую оценку по дисциплине (модулю) и стимулирует углубленное изучение материала.

Самостоятельная работа – работа студентов, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине (модулю) «Методы оптимизации»

Оценивание уровня учебных достижений обучающихся по дисциплине (модулю) осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) осуществляется в форме ***зачета***, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом:

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Оценка за зачет	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
10	Отлично	Зачтено	Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину (модуль). Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами.
9	Отлично	Зачтено	
8	Отлично	Зачтено	
7	Хорошо	Зачтено	Студент обладает знаниями предмета почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами.
6	Хорошо	Зачтено	
5	Удовлетворительно	Зачтено	Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине (модулю), но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Студент
4	Удовлетворительно	Зачтено	

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Оценка за зачет	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
			способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования.
3	Не сдан	Не зачтено	Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы.
2	Не сдан	Не зачтено	
1	Не сдан	Не зачтено	

Дисциплина (модуль) «Методы оптимизации» оценивается следующим образом:

Активность	Вес	Количество	Описание
Домашние задания	42%	14	Набор задач по темам недели
Тесты	25%	14	Форма проверки знаний студентов через ответы на вопросы с выбором из нескольких вариантов ответов
Зачет	33%	1	Письменная или устная работа над заданием, направленным на проверку полученных знаний и навыков по дисциплине (модулю)

В рамках изучения дисциплины (модуля) возможно получение бонусных баллов.

Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модулю) «Методы оптимизации»: «0,42 × Среднее за домашние задания + 0,25 × Среднее за тесты + 0,33 × Зачет».

Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

Примерные домашние задания

Домашнее задание 1

Рассмотрите несколько функций многих переменных и множеств, заданных аналитически, и выполните комплексный разбор:

1. Для заданных последовательностей определите, являются ли они сходящимися, и оцените скорость их сходимости.

2. Для двух функций многих переменных вычислите градиент и гессиан, а также найдите стационарные точки с использованием одномерного линейного поиска вдоль выбранного направления.

3. Для простого вычислительного графа вручную распишите прямой проход и вычислите производные с помощью обратного распространения ошибки.

4. Исследуйте заданные множества и функции на выпуклость, а для одной функции проверьте выполнение условия Поляка–Лоясиевича на уровне рассуждений курса.

5. Для одной задачи без ограничений и одной задачи с ограничениями выпишите условия оптимальности, а для задачи с ограничениями — условия Каруша–Куна–Таккера и найдите кандидатов на решение.

Домашнее задание 2

Решите и сравните несколько базовых задач оптимизации классическими численными методами:

1. Приведите задачу линейного программирования к каноническому виду и решите её симплекс-методом, подробно показав переходы между опорными планами.

2. Для гладкой выпуклой функции реализуйте градиентный спуск, исследуйте влияние шага на сходимость и постройте график убывания целевой функции.

3. Для той же или аналогичной задачи сравните обычный градиентный спуск с ускоренным градиентным методом по числу итераций и качеству решения.

4. Для квадратичной задачи опишите идею метода сопряжённых градиентов и выполните несколько первых итераций вручную или программно.

5. Сформулируйте вывод о том, в каких случаях каждый из рассмотренных методов оказывается наиболее эффективным.

Домашнее задание 3

На примере нескольких модельных задач реализуйте и сравните практически важные методы оптимизации:

1. Для гладкой задачи без ограничений реализуйте метод Ньютона и один квазиньютоновский метод, сравнив их по скорости сходимости и устойчивости.

2. Для задачи с ограничениями реализуйте метод проекции градиента и метод Франк–Вульфа, а затем сопоставьте поведение методов на одной и той же допустимой области.

3. Для негладкой задачи примените субградиентный метод и проксимальный метод, пояснив различия в их работе и в характере получаемых решений.

4. Для задачи машинного обучения реализуйте стохастический градиентный спуск и не менее двух адаптивных оптимизаторов, сравнив качество решения и чувствительность к выбору гиперпараметров.

5. Подготовьте краткий отчет с таблицей результатов, графиками сходимости и выводами о практической применимости рассмотренных методов.

Домашнее задание 4

Проанализируйте особенности оптимизации в задачах машинного обучения и выполните вычислительный эксперимент:

1. Опишите основные особенности задач оптимизации при обучении нейронных сетей, включая невыпуклость, большую размерность, стохастичность и влияние инициализации параметров.

2. На примере задачи обучения нейросети сравните несколько оптимизаторов, используемых для больших моделей, по скорости обучения, устойчивости и качеству итогового решения.

3. Проведите эксперимент с изменением гиперпараметров оптимизации, например шага обучения, размера батча или коэффициентов адаптивного метода, и интерпретируйте результаты.

4. Для одной сложной или многомодальной функции рассмотрите эволюционный или другой глобальный метод оптимизации и сравните его поведение с локальным методом.

5. Сформулируйте вывод о том, почему в задачах машинного обучения выбор метода оптимизации является важной частью построения модели.

Примерные задания для тестов

Тест 1

Вопрос 1.

Какое из условий означает сходимость последовательности xk к числу $x*$?

A. Все элементы последовательности равны $x*$.

B. Последовательность ограничена сверху.

C. Последовательность монотонна.

D. Начиная с некоторого номера, элементы последовательности становятся сколь угодно близки к $x*$.

Правильный ответ: D.

Вопрос 2.

Что называется градиентом функции многих переменных?

A. Матрица вторых производных функции.

B. Число, равное значению функции в точке.

C. Вектор частных производных первого порядка.

D. Множество всех допустимых направлений.

Правильный ответ: C.

Вопрос 3.

В чем состоит основная идея автоматического дифференцирования?

A. Производные вычисляются по правилу цепочки на вычислительном графе.

B. Производные приближенно вычисляются по формуле конечных разностей.

C. Производные находятся только символьным преобразованием формулы.

D. Производные заменяются случайными величинами.

Правильный ответ: A.

Вопрос 4.

Какая функция является выпуклой на всей числовой прямой?

A. $f(x)=-x2$

B. $f(x)=x3$

C. $f(x)=x2$

D. $f(x)=\sin x$

Правильный ответ: C.

Вопрос 5.

Какое условие является необходимым условием локального минимума гладкой функции без ограничений?

A. Градиент в точке равен нулю.

B. Гессиан в точке отрицательно определён.

C. Значение функции в точке равно нулю.

D. Все частные производные второго порядка равны нулю.

Правильный ответ: A.

Тест 2

Вопрос 1.

Какова цель задачи линейного программирования?

A. Найти корни нелинейной функции.

B. Найти максимум или минимум линейной функции при линейных ограничениях.
C. Найти собственные значения матрицы.
D. Найти градиент функции.
Правильный ответ: B.

Вопрос 2.
В чем состоит идея симплекс-метода?
A. Перебирать все допустимые точки области.
B. Заменять задачу линейного программирования градиентным спуском.
C. Переходить между вершинами допустимого многогранника, улучшая значение целевой функции.
D. Использовать случайный поиск по области допустимых решений.
Правильный ответ: C.

Вопрос 3.
В каком направлении выполняется шаг градиентного спуска?
A. В направлении, противоположном градиенту.
B. В направлении градиента.
C. В случайном направлении.
D. В направлении собственного вектора матрицы Гессе.
Правильный ответ: A.

Вопрос 4.
Для чего используются ускоренные градиентные методы?
A. Для уменьшения объема исходных данных.
B. Для более быстрой сходимости по сравнению с обычным градиентным спуском.
C. Для повышения точности вычисления градиента.
D. Для замены ограничений в задаче оптимизации.
Правильный ответ: B.

Вопрос 5.
На каких задачах метод сопряжённых градиентов особенно эффективен?
A. На задачах целочисленного программирования.
B. На любых негладких задачах.
C. На квадратичных задачах с симметричной положительно определённой матрицей.
D. Только на одномерных задачах.
Правильный ответ: C.

Тест 3

Вопрос 1.
Какую дополнительную информацию использует метод Ньютона по сравнению с градиентным спуском?
A. Только значение функции.
B. Только первый градиент.
C. Только ограничения задачи.
D. Градиент и гессиан.
Правильный ответ: D.

Вопрос 2.
В чем состоит идея квазиньютоновских методов?
A. Приближать гессиан или его обратную матрицу по информации о предыдущих шагах.
B. Полностью отказаться от использования производных.
C. Использовать только случайные направления поиска.
D. Решать только задачи с линейными ограничениями.
Правильный ответ: A.

Вопрос 3.
Что делает метод проекции градиента после градиентного шага?
A. Умножает градиент на случайное число.
B. Проецирует полученную точку на допустимое множество.
C. Заменяет целевую функцию на линейную.
D. Увеличивает размерность задачи.
Правильный ответ: B.

Вопрос 4.
Когда обычно применяют субградиентный метод?
A. Когда функция гладкая и дважды дифференцируема.
B. Когда задача является строго линейной.
C. Когда функция негладкая, но выпуклая.
D. Когда нет никаких ограничений на переменные.
Правильный ответ: C.

Вопрос 5.
Какова основная особенность стохастического градиентного спуска?
A. На каждом шаге используется весь набор данных.
B. Метод требует вычисления гессиана.
C. Метод работает только для выпуклых функций одной переменной.
D. На каждом шаге используется приближенная оценка градиента по части данных.
Правильный ответ: D.

Тест 4

Вопрос 1.
Какая особенность характерна для задач оптимизации при обучении нейронных сетей?
A. Они всегда являются линейными.
B. Они всегда имеют единственное аналитическое решение.
C. Они не требуют настройки гиперпараметров.
D. Они обычно невыпуклые и имеют большое число параметров.
Правильный ответ: D.

Вопрос 2.
Почему при обучении больших нейросетевых моделей часто используют мини-батчи?
A. Чтобы уменьшить вычислительные затраты и ускорить обучение.
B. Чтобы точно вычислять полный градиент на каждом шаге.
C. Чтобы исключить необходимость в функции потерь.
D. Чтобы сделать задачу выпуклой.

Правильный ответ: A.

Вопрос 3.
Какой из оптимизаторов относится к адаптивным методам?
A. SGD
B. Frank-Wolfe
C. Adam
D. Симплекс-метод
Правильный ответ: C.

Вопрос 4.
В чем состоит преимущество эволюционных методов оптимизации?
A. Они всегда быстрее градиентных методов на гладких задачах.
B. Они не требуют вычисления производных и могут применяться в сложных многомодальных задачах.
C. Они работают только в задачах линейного программирования.
D. Они обязательно находят глобальный минимум за конечное число шагов.
Правильный ответ: B.

Вопрос 5.
Что обычно понимают под глобальной оптимизацией?
A. Поиск любого стационарного решения.
B. Поиск решения только в локальной окрестности начальной точки.
C. Поиск решения только для выпуклых функций.
D. Поиск наилучшего решения среди всех допустимых решений задачи.
Правильный ответ: D.

Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

№ п/п	Задание	Ответ	Компетенция
1.	Как называется процесс оценки собственных знаний и навыков по темам курса оптимизации для выявления пробелов? **Ответ запиши в виде одного слова или словосочетания на русском языке.**	Самооценка/рефлексия	УК-6
2.	Как называется действие по выбору наиболее важных тем для изучения при освоении методов оптимизации? **Ответ запиши в виде одного слова или словосочетания на русском языке.**	Приоритизация/расстановка приоритетов	УК-6
3.	Как называется процесс оценки собственных знаний и навыков по темам курса оптимизации для выявления пробелов? **Ответ запиши в виде одного слова или словосочетания на русском языке.**	Совершенствование/самосовершенствование	УК-6
4.	Как называется навык распределения времени при изучении сложных разделов, таких как условия оптимальности и численные методы? **Ответ запиши в виде одного слова или словосочетания на русском языке.**	Тайм-менеджмент/управление временем	УК-6

5.	Как называется анализ собственных ошибок при выводе формул градиентного спуска или метода Ньютона? **Ответ запиши в виде одного слова или словосочетания на русском языке.**	Рефлексия/анализ ошибок	УК-6
6.	Как называется самостоятельное освоение новых адаптивных оптимизаторов сверх программы курса? **Ответ запиши в виде одного слова или словосочетания на русском языке.**	Самообразование/ самообучени	УК-6
7.	Как называется постановка личных учебных целей при изучении раздела оптимизации в машинном обучении? **Ответ запиши в виде одного слова или словосочетания на русском языке.**	Целеполагание/по становка целей	УК-6
8.	Как называется свойство функции, гарантирующее отсутствие локальных минимумов, отличных от глобального? **Ответ запиши в виде одного слова или словосочетания на русском языке.**	Выпуклость/выпу клая функция	ОПК-2
9.	Как называются условия оптимальности для задач с ограничениями в виде равенств и неравенств? **Ответ запиши в виде аббревиатуры или словосочетания.**	ККТ/условия Каруша–Куна–Таккера	ОПК-2
10.	Как называется классический метод решения задач линейного программирования? **Ответ запиши в виде одного слова или словосочетания на русском языке.**	Симплекс-метод	ОПК-2
11.	Как называется метод оптимизации, использующий информацию о вторых производных (гессиан)? **Ответ запиши в виде одного слова или словосочетания на русском языке.**	Метод Ньютона	ОПК-2
12.	Как называется вариант градиентного спуска, использующий случайную выборку для вычисления градиента? **Ответ запиши в виде аббревиатуры или словосочетания.**	SGD/стохастическ ий градиентный спуск	ОПК-2
13.	Как называется метод, применяемый для негладкой оптимизации через операцию свертки? **Ответ запиши в виде одного слова или словосочетания на русском языке.**	Проксимальный метод	ОПК-2
14.	Как называется условие сходимости последовательности приближений к оптимальному решению? **Ответ запиши в виде одного слова или словосочетания на русском языке.**	Сходимость/услов ие сходимости	ОПК-2
15.	Как называется функция, значение которой необходимо минимизировать при обучении нейронной сети? **Ответ запиши в виде одного слова или словосочетания на русском языке.**	Функция потерь/loss function	ПК-3
16.	Как называется гиперпараметр, определяющий размер шага в градиентном спуске? **Ответ запиши в виде одного слова или словосочетания на русском языке.**	Шаг обучения/learning rate/скорость обучения	ПК-3

17.	Как называется ситуация, когда метод оптимизации не находит минимум из-за слишком большого шага? **Ответ запиши в виде одного слова или словосочетания на русском языке.**	Расходимость/расхождение	ПК-3
18.	Как называется метод выбора оптимизатора для обучения больших нейросетевых моделей с учетом памяти? **Ответ запиши в виде одного слова или словосочетания.**	Адаптивные оптимизаторы/Adam	ПК-3
19.	Как называется операция возвращения точки в допустимую область при наличии ограничений? **Ответ запиши в виде одного слова или словосочетания на русском языке.**	Проекция/проектирование	ПК-3
20.	Как называется тип методов, используемых для поиска глобального оптимума в сложных ландшафтах? **Ответ запиши в виде одного слова или словосочетания на русском языке.**	Эволюционные методы/глобальные методы	ПК-3
21.	Как называется результат решения задачи оптимизации, выраженный в терминах целевой функции? **Ответ запиши в виде одного слова или словосочетания на русском языке.**	Оптимальное значение/минимум/максимум	ПК-3