
УТВЕРЖДЕНА

Решением Ученого совета
АНО ВО «Центральный университет»
«25» мая 2026 г.
Протокол № 2

**Рабочая программа дисциплины (модуля)
«Основы байесовского вывода»**

Направление подготовки: 02.04.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) подготовки: Методы исследований в
машинном обучении

Квалификация (степень) выпускника: магистр

Форма обучения: очная

Срок освоения программы: 2 года

Год набора: 2026

**Москва
2026**

Содержание

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)	3
2. Перечень планируемых результатов обучения.....	5
3. Тематический план.....	7
4. Содержание дисциплины (модуля).....	7
5. Учебно-методическое обеспечение	8
6. Материально-техническое обеспечение	8
7. Методические и оценочные материалы	10

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Основы байесовского вывода» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – магистратура по направлению 02.04.01 Математика и компьютерные науки, профиль Методы исследований в машинном обучении, утвержденным приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 810 от 23.08.2017 года.

Изучение дисциплины (модуля) «Основы байесовского вывода» позволяет сформировать глубокое понимание вероятностного подхода к машинному обучению, развить навыки моделирования неопределённости, обоснованного выбора моделей и интерпретации результатов в условиях ограниченной или зашумлённой информации.

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина (модуль) включена в учебный план по программе подготовки магистратуры по направлению 02.04.01 Математика и компьютерные науки, профиль Методы исследований в машинном обучении и входит в обязательную часть Блока 1.

Дисциплина (модуль) доступна к изучению на 1 курсе в 1 семестре.

Цель изучения дисциплины (модуля): сформировать у студентов теоретическую и практическую базу для построения, анализа и интерпретации байесовских моделей, обеспечивающих количественную оценку неопределённости и устойчивость выводов в задачах машинного обучения и анализа данных.

Задачи изучения дисциплины (модуля):

- освоить теоретические основы байесовского подхода: теорему Байеса, сопряжённые распределения, априорные и апостериорные распределения;
- научиться выполнять байесовский вывод в простых и сложных моделях (регрессия, классификация);
- приобрести навыки интерпретации регуляризации как следствия выбора априорного распределения;
- освоить методы сравнения моделей: маргинальное правдоподобие, AIC, BIC, эмпирический байес;
- развить способность анализировать обобщающую способность моделей через разложение ошибки и оценку влияния сложности и размерности.

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

знать:

- основные понятия машинного обучения и роль байесовского подхода в моделировании неопределённости;
- принципы теоремы Байеса, сопряжённых априорных распределений и их применение в простых моделях (монетка, гауссиан);
- вероятностные основы линейной и логистической регрессии, включая регуляризацию и её байесовскую интерпретацию;
- методы выбора моделей: маргинальное правдоподобие, информационные критерии (AIC, BIC), эмпирический байес;
- идеи неинформативных априорных распределений: принцип максимума энтропии и априорные распределения Джеффриса.

уметь:

- выполнять байесовский вывод в моделях с сопряжёнными априорными распределениями (например, для биномиального и нормального распределений);
- строить и интерпретировать линейные и логистические модели с регуляризацией, выводить их предсказательные распределения;
- применять информационные критерии для сравнения моделей и выбора их сложности;
- использовать ядерные методы (SVM, RVM) и интерпретировать их в байесовском и геометрическом контексте;
- анализировать ошибку модели с помощью разложения ошибки на смещение-дисперсию-шум (bias-variance-noise) и оценивать влияние размерности.

владеть:

- навыками построения полных байесовских моделей — от выбора априорного распределения до предсказания и интерпретации апостериорного;
- методами вероятностного моделирования для задач регрессии и классификации с учётом неопределённости;
- техниками обоснованного выбора априорных распределений в зависимости от задачи и доступной информации;
- практическими подходами к сравнению и валидации моделей в байесовской парадигме;
- инструментами анализа и интерпретации моделей с точки зрения обобщающей способности, устойчивости и баланса сложности.

2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

Компетенция	Содержание компетенции	Индикатор компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)
УК-6.	Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки	УК-6.1.	Знает основные методы самооценки и анализа своей деятельности, а также принципы управления временем и целеполагания
		УК-6.2.	Умеет ставить реалистичные и достижимые цели, определять приоритеты в своей деятельности, а также разрабатывать и внедрять планы по совершенствованию своих навыков и компетенций на основе полученной самооценки
		УК-6.3.	Имеет практический опыт применения методов самооценки в своей профессиональной деятельности, включая участие в тренингах, семинарах и проектах, направленных на развитие личной эффективности и профессионального роста
ПК-1.	Способен определять общие формы и закономерности методов исследований в машинном обучении	ПК-1.1.	Знает основные теоретические концепции и принципы, относящиеся к методам исследований в машинном обучении, а также ключевые закономерности и модели, которые помогают в анализе и интерпретации данных
		ПК-1.2.	Умеет проводить систематический анализ области разработки, выявлять и формулировать общие закономерности и тенденции, а также применять методы исследования для получения новых знаний и понимания

		ПК-1.3.	Имеет практический опыт работы в области исследований в машинном обучении, включая участие в научных проектах, исследованиях или практических заданиях, где были выявлены и описаны общие формы и закономерности
ПК-5.	Способен передавать результат решенных прикладных задач в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах области машинного обучения	ПК-5.1.	Знает основные методы и подходы к формулированию рекомендаций на основе результатов решения прикладных задач, а также термины и концепции, специфичные для области машинного обучения
		ПК-5.2.	Умеет анализировать результаты решенных задач и формулировать четкие, конкретные рекомендации, адаптируя их к требованиям и ожиданиям целевой аудитории
		ПК-5.3.	Имеет практический опыт в разработке и представлении рекомендаций на основе анализа прикладных задач, включая участие в проектах, где результаты были успешно применены и оценены в контексте области машинного обучения

3. Тематический план

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Трудоемкость, академические часы				ТКУ (текущий контроль успеваемости)
		Очная форма				
		Аудиторная работа		Контроль	Самостояте льная работа	
		Лекции	Семинары (практичес кие занятия)			
1	Машинное обучение: базовые модели и байесовский подход	11	10		43	Домашние задания
2	Оценивание, неопределённость и качество моделей	11	10		43	Домашние задания
3	Обобщенные и ядерные методы машинного обучения	10	8		40	Домашние задания
	Экзамен			4		
Итого:		32	28	4	126	
Объем дисциплины (модуля) (в ак. ч.)		190				
Объем дисциплины (модуля) (в зач. ед.)		5				

4. Содержание дисциплины (модуля)

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание дисциплины (модуля) по темам
1	Машинное обучение: базовые модели и байесовский подход	Введение в машинное обучение и байесовский вывод. Байесовский вывод для монетки, сопряжённые априорные распределения. Линейная регрессия. Байесовский вывод в линейной регрессии Основы классификации. Байесовский вывод в логистической регрессии.
2	Оценивание, неопределённость и качество моделей	Ближайшие соседи, проклятие размерности, разложение bias- variance-noise. Байесовский вывод для гауссиана. Байесовский выбор моделей. Информационные критерии Такеучи и Акаике. Обучение равномерного распределения: немецкие танки и американские утки. Пример Джейнса. Принцип максимума энтропии и априорные распределения Джеффриса.
3	Обобщенные и ядерные методы машинного обучения	Экспоненциальное семейство и обобщенные линейные модели (GLM). Метод опорных векторов. Ядерные методы и метод релевантных векторов.

5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Основная литература:

1. Тулупьев, А. Л. Основы теории байесовских сетей : учебник / А. Л. Тулупьев, С. И. Николенко, А. В. Сироткин. - Санкт-Петербург : СПбГУ, 2019. - 399 с. - ISBN 978-5-288-05892-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1243854>.

2. Сукар, Л. Вероятностные графовые модели. Принципы и приложения : практическое руководство / Л. Сукар ; пер. с англ. А. В. Снастина. — Москва : ДМК Пресс, 2021. — 338 с. — ISBN 978-5-97060-874-6. — Текст : электронный // ЭБС Znanium. — URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2109479>.

Дополнительная литература:

1. Мэрфи, К. П. Вероятностное машинное обучение: введение : практическое руководство / К. П. Мэрфи ; пер. с англ. А. А. Слинкина. — Москва : ДМК Пресс, 2023. — 990 с. — ISBN 978-5-93700-119-1. — Текст : электронный // ЭБС Znanium. — URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2109489>.

6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- механическими калькуляторами;
- специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

№	Наименование портала (издания, курса, документа)	Ссылка
1.	Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека	https://elibrary.ru/defaultx.asp
2.	База данных для IT-специалистов	https://habr.com
3.	База данных ScienceDirect	https://www.sciencedirect.com
4.	Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации	https://minobrnauki.gov.ru/
5.	Федеральный портал «Российское образование»	https://www.edu.ru/
6.	Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам»	http://window.edu.ru/
7.	Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов	http://school-collection.edu.ru/
8.	Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов	http://fcior.edu.ru/

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Наименование ПО	Производство	Лицензионное / свободно распространяемое
Операционные системы:		
Microsoft Imagine (Windows Client, Server)	зарубежное	лицензионное
Браузеры:		
Яндекс.Браузер	отечественное	свободно распространяемое
Google Chrome	зарубежное	свободно распространяемое
Офисные приложения:		
Microsoft Imagine (Visio, OneNote)	зарубежное	лицензионное
TeXstudio	зарубежное	свободно распространяемое
Adobe Acrobat Reader	зарубежное	свободно распространяемое
Программное обеспечение для планирования и учета времени:		
Toggle app	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления проектами:		
Microsoft Imagine (Project)	зарубежное	лицензионное
Системы управления базами данных:		

Microsoft Imagine (SQL Server)	зарубежное	лицензионное
Системы резервного копирования (backup):		
Acronis Backup Advanced for HyperV	зарубежное	лицензионное
Справочно-правовые системы:		
КонсультантПлюс: справочно-правовая система	отечественное	лицензионное
Средства антивирусной защиты:		
Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition	отечественное	лицензионное
Среды разработки:		
Visual Studio Code	зарубежное	свободно распространяемое
Bash (Unix shell)	зарубежное	свободно распространяемое
Anaconda	зарубежное	свободно распространяемое
Robotic Operating System	зарубежное	свободно распространяемое
CopelliaSim	зарубежное	свободно распространяемое
Google Colaboratory	зарубежное	свободно распространяемое
Пакеты программных средств и библиотек:		
AutoPsy	зарубежное	свободно распространяемое
Interactive Disassembler (IDA)	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления библиографической информацией:		
Zotero	зарубежное	свободно распространяемое
Сервисы и службы:		
Bind	зарубежное	свободно распространяемое
Docker	зарубежное	свободно распространяемое

7. Методические и оценочные материалы

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Основы байесовского вывода» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекции, семинары, домашние задания, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

Лекция – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удастся, следует сформулировать вопрос и задать его преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

Семинар — это форма учебной деятельности, проводимая в учебном заведении под руководством преподавателя, где студенты активно участвуют в обсуждениях,

практических заданиях и других формах взаимодействия.

Для успешной подготовки к семинару рекомендуется заранее ознакомиться с темой занятия и основными материалами, чтобы иметь возможность активно участвовать в обсуждении. Также полезно подготовить вопросы и идеи для обсуждения, что поможет глубже понять материал и продемонстрировать заинтересованность.

Домашнее задание – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал, использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

Самостоятельная работа – работа студентов, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине (модулю) «Основы байесовского вывода»

Оценивание уровня учебных достижений обучающихся по дисциплине (модулю) осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) осуществляется в форме **экзамена**, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом, если иное не указано в syllabus дисциплины:

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
10	Отлично	Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину (модуль). Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами.
9	Отлично	
8	Отлично	
7	Хорошо	Студент обладает знаниями предмета почти в полном объеме

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
6	Хорошо	рабочей программы и самостоятельно, логически последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами.
5	Удовлетворительно	Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине (модулю), но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Студент способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования.
4	Удовлетворительно	
3	Не сдан	Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы.
2	Не сдан	
1	Не сдан	

Дисциплина (модуль) «Основы байесовского вывода» оценивается следующим образом:

Активность	Вес	Количество	Описание
Домашние задания	70%	7	Набор задач по темам недели
Экзамен	30%	1	Письменная или устная работа над заданием, направленным на проверку полученных знаний и навыков по дисциплине (модулю)

Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модулю) «Основы байесовского вывода»: $0,7 \times \text{среднее за домашние задания} + 0,3 \times \text{экзамен}$.

Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

Примерные домашние задания

Домашнее задание 1. Байесовский вывод в простых моделях

Задание:

- Пусть вы подбрасываете монетку 20 раз и получаете 14 орлов.
 - Используйте биномиальную модель с бета-априорным распределением (например, $\text{Beta}(1,1)$).
 - Найдите апостериорное распределение.
 - Постройте графики априорного и апостериорного распределений.
 - Вычислите 95% доверительный интервал (Credible Interval) для вероятности орла.

2. Пусть даны наблюдения $x_1, \dots, x_n \sim N(\mu, \sigma^2)$, где $\sigma^2=1$ известно.
 - Используйте нормальное априорное распределение для μ .
 - Выведите формулу апостериорного распределения $p(\mu|x)$.
 - Продемонстрируйте, как апостериорное распределение сужается с ростом n .
3. Сравните результаты с частотным подходом (доверительный интервал).

Требования:

- Решение с пояснениями.
- Графики (matplotlib/seaborn).
- Выводы о влиянии априорного распределения.

Домашнее задание 2. Байесовская линейная и логистическая регрессия

Задание:

1. На синтетических данных:
 - Смоделируйте данные для линейной регрессии: $y = w_0 + w_1x + \varepsilon$, $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$.
 - Постройте байесовскую линейную регрессию с нормальным априором на веса.
 - Найдите апостериорное распределение весов и предсказательное распределение.
 - Постройте доверительные полосы для предсказаний.
2. Для бинарной классификации:
 - Сгенерируйте данные (например, два кластера).
 - Реализуйте логистическую регрессию с нормальным априором (эквивалент L2-регуляризации).
 - Интерпретируйте априор как регуляризацию.
 - Сравните с нерегуляризованной версией.
3. Оцените неопределённость предсказаний.

Требования:

- Код на Python (NumPy, SciPy или PyMC/Stan).
- Визуализация предсказаний и неопределённости.
- Обсуждение связи априорного распределения и переобучения.

Домашнее задание 3. Сравнение моделей и выбор априорных распределений

Задание:

1. Даны данные: выборка из нормального распределения с неизвестным средним.
 - Постройте две модели:
 - а) Модель 1: нормальный априор с малой дисперсией (информативный).
 - б) Модель 2: нормальный априор с большой дисперсией (слабо информативный).
 - Вычислите маргинальное правдоподобие для обеих моделей (приблизённо, например, с помощью лапласовского приближения).
2. Рассчитайте информационные критерии: AIC, BIC, WAIC (если возможно).
3. Примените принцип максимума энтропии:
 - Выведите априорное распределение для параметра λ экспоненциального распределения при условии известного среднего.
4. Сравните неинформативные априоры: равномерный vs априор Джеффриса для дисперсии.

Требования:

- Аналитические выводы и численные расчёты.
- Обоснование выбора априорных распределений.
- Выводы о балансе между сложностью и соответствием данным.

Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

№ п/п	Задание	Ответ	Компетенция
1.	Как называется распределение $p(\theta X)$?	Апостериорное	ПК-5
2.	Как называется распределение $p(X \theta)$?	Правдоподобие	ПК-5
3.	Как называется распределение $p(\theta)$?	Априорное	ПК-1
4.	Как называется знаменатель в формуле Байеса?	Нормировочная константа	ПК-1
5.	Сопряжённый априор для биномиальной модели?	Бета-распределение	УК-6
6.	Сопряжённый априор для пуассоновской модели?	Гамма-распределение	ПК-5
7.	Основной метод выборки из апостериорного?	МСМС	ПК-5
8.	Популярный алгоритм цепей Маркова?	Метрополиса-Гастингса	ПК-1
9.	Точечная оценка максимума апостериорного?	МАР-оценка	ПК-1
10.	Байесовский аналог L2-регуляризации?	Гауссовский априор	ПК-1
11.	Байесовский аналог L1-регуляризации?	Лапласовский априор	ПК-5
12.	Априор при полном отсутствии информации?	Неинформативный	ПК-5
13.	Априор, инвариантный к параметризации?	Джеффриса	ПК-5
14.	Байесовский аналог доверительного интервала?	Credible Interval	УК-6
15.	Распределение для новых наблюдений?	Предсказательное	ПК-1
16.	Критерий выбора модели (штраф за параметры)?	BIC	ПК-5
17.	Как называются параметры априорного распределения?	Гиперпараметры	УК-6
18.	Метод аппроксимации сложного апостериорного?	Вариационный вывод	ПК-1
19.	Процесс обновления знаний по новым данным?	Байесовское обновление	УК-6
20.	Проблема роста количества признаков?	Проклятие размерности	ПК-1