
УТВЕРЖДЕНА

Решением Ученого совета
АНО ВО «Центральный университет»
«25» мая 2026 г.
Протокол № 2

**Рабочая программа дисциплины (модуля)
«Прикладная математика для машинного обучения»**

Направление подготовки: 02.04.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) подготовки: Продуктовая аналитика

Квалификация (степень) выпускника: магистр

Форма обучения: очная

Срок освоения программы: 2 года

Год набора: 2026

**Москва
2026**

Содержание

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)	3
2. Перечень планируемых результатов обучения.....	5
3. Тематический план.....	7
4. Содержание дисциплины (модуля).....	7
5. Учебно-методическое обеспечение	8
6. Материально-техническое обеспечение	8
7. Методические и оценочные материалы	10

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Прикладная математика для машинного обучения» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – магистратура по направлению 02.04.01 Математика и компьютерные науки, профиль Продуктовая аналитика, утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 810 от 23.08.2017 года.

Изучение дисциплины (модуля) «Прикладная математика для машинного обучения» позволяет заложить прочный математический фундамент, необходимый для понимания, разработки и критической оценки современных алгоритмов машинного обучения. Дисциплина (модуль) формирует способность формулировать прикладные задачи на строгом математическом языке, что критически важно для исследовательской и инженерной деятельности в области искусственного интеллекта.

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина (модуль) включена в учебный план по программе подготовки магистратуры по направлению 02.04.01 Математика и компьютерные науки, профиль Продуктовая аналитика и входит в вариативную часть Блока 1, формируемую участниками образовательных отношений, как дисциплина по выбору.

Дисциплина (модуль) доступна к изучению на 1 курсе в 1 семестре.

Цель изучения дисциплины (модуля): формирование у обучающихся глубокого понимания математических основ машинного обучения и развитие навыков применения аппарата линейной алгебры, анализа, оптимизации и теории вероятностей для постановки, анализа и обоснования алгоритмов машинного обучения.

Задачи изучения дисциплины (модуля):

- изучить ключевые концепции линейной алгебры, включая матричные разложения и спектральный анализ, и их применение в анализе данных;
- освоить методы многомерного анализа и построение градиентов сложных функций с использованием графов вычислений;
- научиться исследовать функции потерь на выпуклость и решать задачи оптимизации с ограничениями с помощью условий ККТ и метода Лагранжа;
- овладеть базовыми и стохастическими алгоритмами оптимизации, используемыми при обучении моделей;
- развить навыки применения теории вероятностей для вывода функций потерь и интерпретации моделей в байесовском контексте.

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

знать:

- ключевые концепции линейной алгебры: матричную алгебру, системы уравнений и основные матричные и спектральные разложения;
- основы многомерного анализа и оптимизации: градиент, дифференциал, граф вычислений, условия выпуклости, условия ККТ для условной оптимизации;
- базовые и продвинутое алгоритмы оптимизации: методы оптимизации первого порядка, методы оптимизации второго порядка, стохастические методы оптимизации;

- основы теории вероятностей: случайные величины, основные законы распределения, математическое ожидание, дисперсию, формула Байеса.

уметь:

- выполнять матрично-тензорные вычисления и применять матричные разложения для решения задач анализа данных;
- вычислять производные сложных векторно-матричных функций с помощью аппарата дифференциалов и строить прямое и обратное распространение ошибки по графу вычислений;
- исследовать функции потерь на выпуклость и решать задачи оптимизации (безусловной и условной, включая формализм Лагранжа), обоснованно выбирая численные методы;
- применять теорию вероятностей: вычислять матожидания и ковариации, а также выводить стандартные функции потерь из вероятностных предположений.

владеть:

- навыками «векторизации» и тензорного дифференцирования для перевода алгоритмов в эффективные матричные операции и быстрого расчета градиентов;
- навыком математической постановки задач машинного обучения: способностью формулировать прикладные задачи как задачи математической оптимизации (с ограничениями или без) и интерпретировать их в вероятностных терминах;
- навыком аналитического обоснования алгоритмов машинного обучения с опорой на фундаментальные теоремы линейной алгебры, матанализа и теории вероятностей.

2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

Компетенция	Содержание компетенции	Индикатор компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)
УК-6.	Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки	УК-6.1.	Знает основные методы самооценки и анализа своей деятельности, а также принципы управления временем и целеполагания
		УК-6.2.	Умеет ставить реалистичные и достижимые цели, определять приоритеты в своей деятельности, а также разрабатывать и внедрять планы по совершенствованию своих навыков и компетенций на основе полученной самооценки
		УК-6.3.	Имеет практический опыт применения методов самооценки в своей профессиональной деятельности, включая участие в тренингах, семинарах и проектах, направленных на развитие личной эффективности и профессионального роста
ОПК-1.	Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы прикладной и компьютерной математики	ОПК-1.1.	Знает основные методы и подходы к решению задач прикладной и компьютерной математики, включая алгоритмы, математическое моделирование и теорию оптимизации, а также современные инструменты и технологии, используемые в этой области
		ОПК-1.2.	Умеет анализировать и формулировать математические задачи, применять соответствующие методы и алгоритмы для их решения, а также интерпретировать и представлять результаты в

			понятной и доступной форме
		ОПК-1.3.	Имеет практический опыт работы над проектами или исследованиями в области прикладной и компьютерной математики, включая участие в конкурсах, олимпиадах или научных публикациях, где были решены актуальные и значимые задачи
ПК-3.	Способен решать задачи профессиональной деятельности в области продуктовой аналитики, формулировать результаты анализа и выявлять последствия полученных данных для принятия обоснованных решений и оптимизации продуктов	ПК-3.1.	Знает методы и инструменты продуктовой аналитики
		ПК-3.2.	Умеет применять аналитические инструменты и программное обеспечение для обработки и визуализации данных, а также формулировать выводы на основе проведенного анализа
		ПК-3.3.	Имеет опыт работы над реальными проектами в области продуктовой аналитики, включая анализ пользовательского поведения и оптимизацию продуктов на основе полученных данных

3. Тематический план

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Трудоемкость, академические часы				ТКУ (текущий контроль успеваемости)
		Очная форма				
		Аудиторная работа		Контроль	Самостояте льная работа	
		Лекции	Семинары (практичес кие занятия)			
1	Линейная алгебра	8	8		35	Домашнее задание
2	Математический анализ	15	15		56	Домашнее задание
3	Теория вероятностей	7	7		35	Домашнее задание
	Зачет с оценкой			4		
Итого:		30	30	4	126	
Объем дисциплины (модуля) (в ак. ч.)		190				
Объем дисциплины (модуля) (в зач. ед.)		5				

4. Содержание дисциплины (модуля)

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание дисциплины (модуля) по темам
1	Линейная алгебра	Матрицы и вектора Матрицы и вектора Решение системы линейных уравнений Матричные разложения
2	Математический анализ	Производная и градиент Выпуклый анализ Дифференциал Методы выпуклой оптимизации Продвинутые методы выпуклой оптимизации Граф вычислений Тензорные вычисления с помощью дифференциалов Адаптивные методы оптимизации Условная оптимизация
3	Теория вероятностей	Основы теории вероятностей Теория вероятностей в машинном обучении

5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Основная литература:

1. Математический анализ : учебное пособие / О.И. Воронин, В. А. Жулего, С. М. Демидов [и др.]. ; под ред. А. М. Попова. - Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2024. - 224 с. - ISBN 978-5-9729-1720-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2171787>.

2. Канарейкин, А. И. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / А. И. Канарейкин. - Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2024. - 136 с. - ISBN 978-5-9729-1976-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2171810>.

Дополнительная литература:

1. Линейная алгебра : учебное пособие / О. И. Воронин, В. А. Жулего, С. М. Демидов [и др.]. - Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2023. - 176 с. - ISBN 978-5-9729-1556-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2094434>.

6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- механическими калькуляторами;
- специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья,

Электронный документ

оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

№	Наименование портала (издания, курса, документа)	Ссылка
1.	Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека	https://elibrary.ru/defaultx.asp
2.	База данных для IT-специалистов	https://habr.com
3.	База данных ScienceDirect	https://www.sciencedirect.com
4.	Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации	https://minobrnauki.gov.ru/
5.	Федеральный портал «Российское образование»	https://www.edu.ru/
6.	Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	http://window.edu.ru/
7.	Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов	http://school-collection.edu.ru/
8.	Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов	http://fcior.edu.ru/

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Наименование ПО	Производство	Лицензионное / свободно распространяемое
Операционные системы:		
Microsoft Imagine (Windows Client, Server)	зарубежное	лицензионное
Браузеры:		
Яндекс.Браузер	отечественное	свободно распространяемое
Google Chrome	зарубежное	свободно распространяемое
Офисные приложения:		
Microsoft Imagine (Visio, OneNote)	зарубежное	лицензионное
TeXstudio	зарубежное	свободно распространяемое
Adobe Acrobat Reader	зарубежное	свободно распространяемое
Программное обеспечение для планирования и учета времени:		
Toggle app	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления проектами:		
Microsoft Imagine (Project)	зарубежное	лицензионное
Системы управления базами данных:		
Microsoft Imagine (SQL Server)	зарубежное	лицензионное
Системы резервного копирования (backup):		

Acronis Backup Advanced for HyperV	зарубежное	лицензионное
Справочно-правовые системы:		
КонсультантПлюс: справочно-правовая система	отечественное	лицензионное
Средства антивирусной защиты:		
Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition	отечественное	лицензионное
Среды разработки:		
Visual Studio Code	зарубежное	свободно распространяемое
Bash (Unix shell)	зарубежное	свободно распространяемое
Anaconda	зарубежное	свободно распространяемое
Robotic Operating System	зарубежное	свободно распространяемое
CopelliaSim	зарубежное	свободно распространяемое
Google Colaboratory	зарубежное	свободно распространяемое
Пакеты программных средств и библиотек:		
AutoPsy	зарубежное	свободно распространяемое
Interactive Disassembler (IDA)	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления библиографической информацией:		
Zotero	зарубежное	свободно распространяемое
Сервисы и службы:		
Bind	зарубежное	свободно распространяемое
Docker	зарубежное	свободно распространяемое

7. Методические и оценочные материалы

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Прикладная математика для машинного обучения» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекции, коллоквиум, тест, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

Лекция – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удастся, следует сформулировать вопрос и задать его преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

Семинар – это форма учебной деятельности, проводимая в учебном заведении под руководством преподавателя, где студенты активно участвуют в обсуждениях, практических заданиях и других формах взаимодействия.

Для успешной подготовки к семинару рекомендуется заранее ознакомиться с темой

Электронный документ

занятия и основными материалами, чтобы иметь возможность активно участвовать в обсуждении. Также полезно подготовить вопросы и идеи для обсуждения, что поможет глубже понять материал и продемонстрировать заинтересованность.

Домашнее задание – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал, использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

Бонусные баллы — это оценки, которые студенты могут получить за выполнение дополнительных заданий.

Формат бонусных баллов позволяет студентам улучшить общую оценку по дисциплине (модулю) и стимулирует углубленное изучение материала.

Самостоятельная работа – работа студентов, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине (модулю) «Прикладная математика для машинного обучения»

Оценивание уровня учебных достижений обучающихся по дисциплине (модулю) осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) осуществляется в форме *зачета с оценкой*, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом, если иное не указано в силлабусе дисциплины:

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
10	Отлично	Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину (модуль). Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи.
9	Отлично	
8	Отлично	

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
		Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами.
7	Хорошо	Студент обладает знаниями предмета почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами.
6	Хорошо	
5	Удовлетворительно	Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине (модулю), но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Студент способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования.
4	Удовлетворительно	
3	Не сдан	Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы.
2	Не сдан	
1	Не сдан	

Дисциплина (модуль) «Прикладная математика для машинного обучения» оценивается следующим образом:

Активность	Вес	Количество	Описание
Домашние задания	90%	15	Набор задач по темам недели
Зачет с оценкой	10%	1	Письменная или устная работа над заданием, направленным на проверку полученных знаний и навыков по дисциплине (модулю)

Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модулю) «Прикладная математика для машинного обучения»: $\langle 0,9 \times \text{Среднее за домашние задания} + 0,1 \times \text{Зачет с оценкой} \rangle$.

В рамках изучения дисциплины (модуля) возможно получение бонусных баллов.

Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

Примерные домашние задания

Домашнее задание 1. Матричные разложения и анализ данных

1. Дан набор векторов данных (матрица 10×3).
2. Найдите среднее по каждому признаку и центрируйте данные.
3. Вычислите ковариационную матрицу.
4. Проведите сингулярное разложение (SVD) и выделите главные компоненты.
5. Объясните, какое количество компонент достаточно для объяснения 90% дисперсии.
6. Оформите решение с пояснением смысла SVD в контексте понижения размерности.

Домашнее задание 2. Вычисление градиентов с помощью дифференциалов

1. Рассмотрите функцию потерь линейной регрессии: $L(w) = \|Xw - y\|^2$.
2. Найдите дифференциал dL и выразите градиент $\nabla_w L$.
3. Повторите для логистической регрессии: $L(w) = -\sum [y_i \log \sigma(x_i^T w)]$.
4. Постройте граф вычислений для одного шага прямого и обратного распространения.
5. Оформите решение с пояснением связи дифференциала и градиента.

Домашнее задание 3. Выпуклость и оптимизация

1. Исследуйте на выпуклость функцию: $f(x) = x^T A x + b^T x + c$, где A — симметричная матрица.
2. При каких условиях на A функция выпукла? строго выпукла?
3. Запишите условия первого и второго порядка экстремума.
4. Решите задачу минимизации без ограничений аналитически.
5. Оформите выводы о связи спектра матрицы и свойств функции.

Домашнее задание 4. Условная оптимизация и множители Лагранжа

1. Решите задачу: минимизировать $f(x) = x_1^2 + x_2^2$ при условии $2x_1 + x_2 = 3$.
2. Постройте функцию Лагранжа.
3. Найдите стационарные точки, проверьте условия ККТ.
4. Проинтерпретируйте решение геометрически.
5. Оформите решение с пояснением смысла множителей Лагранжа.

Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

№ п/п	Задание	Ответ	Компетенция
1.	Как называется количество линейно независимых строк матрицы?	Ранг матрицы	ОПК-1
2.	Какое разложение используется для сжатия и шумоподавления данных?	Сингулярное разложение	ПК-3
3.	Что гарантирует единственность решения системы линейных уравнений?	Не нулевой определитель	ОПК-1
4.	Какая операция измеряет проекцию одного вектора на другой?	Скалярное произведение	ОПК-1

5.	Как называется матрица, совпадающая со своей транспонированной версией?	Симметричная матрица	ОПК-1
6.	Что представляет собой вектор частных производных функции?	Градиент	ПК-3
7.	Какая матрица содержит вторые частные производные функции?	Матрица Гессе	ПК-3
8.	Какое свойство функции гарантирует наличие одного глобального минимума?	Выпуклость	ОПК-1
9.	Какой итеративный метод использует градиент для минимизации функции?	Градиентный спуск	ПК-3
10.	Какой оптимизатор адаптирует шаг обучения на основе моментов?	Адаптивный момент	ПК-3
11.	Какой метод вводит дополнительные переменные для учета ограничений?	Множители Лагранжа	ОПК-1
12.	Что лежит в основе алгоритма автоматического дифференцирования?	Граф вычислений	ПК-3
13.	Как называется обобщение матрицы на произвольное число измерений?	Тензор	ОПК-1
14.	Какое правило дифференцирует композицию функций?	Цепное правило	ОПК-1
15.	Какая теорема обновляет вероятность гипотезы при новых данных?	Теорема Байеса	ПК-3
16.	Что описывает вероятность попадания непрерывной величины в интервал?	Функция плотности	ОПК-1
17.	Какая мера оценивает разброс значений относительно среднего?	Дисперсия	ОПК-1
18.	Какая функция используется для оценки параметров модели по данным?	Функция правдоподобия	ПК-3
19.	Какой принцип предотвращает социальный вред от математических моделей?	Социальная ответственность	УК-6
20.	Что обеспечивает доверие к результатам теоретического анализа?	Обоснованность выводов	УК-6