

**УТВЕРЖДЕНА**

Решением Ученого совета  
АНО ВО «Центральный университет»  
«24» июня 2025 г.  
Протокол № 2

**Рабочая программа дисциплины (модуля)  
«Алгоритмы и структуры данных. Часть 2»**

**Направление подготовки:** 02.04.01 Математика и компьютерные науки

**Направленность (профиль) подготовки:** Продуктовая аналитика

**Квалификация (степень) выпускника:** магистр

**Форма обучения:** очная

**Срок освоения программы:** 2 года

**Год набора:** 2025

**Москва  
2025**

## Содержание

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля) .....	3
2. Перечень планируемых результатов обучения.....	5
3. Тематический план.....	7
4. Содержание дисциплины (модуля).....	7
5. Учебно-методическое обеспечение .....	8
6. Материально-техническое обеспечение .....	8
7. Методические и оценочные материалы .....	10

## 1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Алгоритмы и структуры данных. Часть 2» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – магистратура по специальности 02.04.01 Математика и компьютерные науки, профиль Продуктовая аналитика, утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 810 от 23.08.2017 года.

Изучение дисциплины (модуля) «Алгоритмы и структуры данных. Часть 2» является ключевым этапом в формировании у студентов навыков разработки эффективных и оптимизированных решений для сложных задач программирования, связанных с графами, строками и криптографией. Приобретенные знания и умения позволяют применять современные алгоритмические методы в различных областях информационных технологий, обеспечивая высокую производительность и безопасность программных систем.

### Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина (модуль) включена в учебный план по программе подготовки магистратуры по направлению 02.04.01 Математика и компьютерные науки, профиль Продуктовая аналитика и входит в вариативную часть Блока 1, формируемую участниками образовательных отношений, как дисциплина по выбору.

Дисциплина (модуль) изучается на 1 или 2 курсе во 2, 3 или 4 семестре на выбор, доступна для прохождения при условии успешного завершения дисциплины (модуля) «Алгоритмы и структуры данных. Часть 1».

**Цель изучения дисциплины (модуля):** формирование глубоких знаний и практических навыков применения алгоритмов графов, динамического программирования, обработки строк и теории чисел для решения сложных прикладных задач.

### Задачи изучения дисциплины (модуля):

- изучить алгоритмы обхода графов и методы поиска кратчайших путей с учетом различных вариантов решения;
- познакомиться с синтаксисом регулярных выражений и научиться применять их для решения алгоритмических задач;
- изучить классические алгоритмы обработки строк и развить навыки эффективного поиска подстрок и других операций;
- ознакомиться с классическими алгоритмами теории чисел и их применением в криптографии, включая реализацию простейших алгоритмов обмена ключами.

### В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

#### **знать:**

- алгоритмы обхода графов и поиска кратчайших путей;
- синтаксис регулярных выражений и их применение в решении алгоритмических задач;
- различные алгоритмы работы со строками;
- классические алгоритмы теории чисел и их применение в криптографии.

#### **уметь:**

- использовать регулярные выражения для решения практических задач разработки;
- искать кратчайшие пути в графах, особенности и специфики различных вариантов решений;
- реализовывать простейшие алгоритмы обмена ключами для шифрования.

***владеть:***

- навыками эффективного решения задач поиска подстрок и других классических задач, связанных с обработкой строк;
- навыками применения классических алгоритмов из области теории графов, теории обработки строк и теории чисел в прикладных задачах.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

Компетенция	Содержание компетенции	Индикатор компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)
УК-6.	Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки	УК-6.1.	Знает основные методы самооценки и анализа своей деятельности, а также принципы управления временем и целеполагания
		УК-6.2.	Умеет ставить реалистичные и достижимые цели, определять приоритеты в своей деятельности, а также разрабатывать и внедрять планы по совершенствованию своих навыков и компетенций на основе полученной самооценки
		УК-6.3.	Имеет практический опыт применения методов самооценки в своей профессиональной деятельности, включая участие в тренингах, семинарах и проектах, направленных на развитие личной эффективности и профессионального роста
ОПК-2.	Способен создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках, совершенствовать и разрабатывать концепции, теории и методы	ОПК-2.1.	Знает основные математические модели и методы, используемые в естественных науках, включая статистическое моделирование, дифференциальные уравнения и численные методы, а также современные подходы к исследованию и анализу данных
		ОПК-2.2.	Умеет разрабатывать и адаптировать математические модели для решения конкретных проблем в естественных науках, проводить их анализ и верификацию, а также интерпретировать полученные результаты в контексте научных исследований
		ОПК-2.3.	Имеет практический опыт создания и исследования математических моделей в

			рамках научных проектов или исследований, включая участие в публикациях, конференциях или коллаборациях, где были разработаны и апробированы новые концепции и методы
ПК-3.	Способен решать задачи профессиональной деятельности в области продуктовой аналитики, формулировать результаты анализа и выявлять последствия полученных данных для принятия обоснованных решений и оптимизации продуктов	ПК-3.1.	Знает методы и инструменты продуктовой аналитики
		ПК-3.2.	Умеет применять аналитические инструменты и программное обеспечение для обработки и визуализации данных, а также формулировать выводы на основе проведенного анализа
		ПК-3.3.	Имеет опыт работы над реальными проектами в области продуктовой аналитики, включая анализ пользовательского поведения и оптимизацию продуктов на основе полученных данных
ПК-4.	Способен публично представлять собственные и известные научные результаты	ПК-4.1.	Знает основные принципы эффективного публичного выступления, методы визуализации данных и основные требования к научным презентациям, включая структуру и содержание
		ПК-4.2.	Умеет четко и логично формулировать свои научные результаты, адаптируя их для различных аудиторий, а также использовать визуальные средства для улучшения восприятия информации
		ПК-4.3.	Имеет практический опыт участия в научных конференциях, семинарах или других мероприятиях, где успешно представлял свои и известные научные результаты, получая обратную связь и взаимодействуя с аудиторией

### 3. Тематический план

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Трудоемкость, академические часы				ТКУ (текущий контроль успеваемости)
		Очная форма				
		Аудиторная работа		Контроль	Самостоя тельная работа	
Лекции	Семинары (практичес кие занятия)					
1	Обходы графов	8	8		33	Домашнее задание
2	Кратчайшие пути в графах	4	4		17	Контест
3	Минимальные остовные деревья	2	2		9	Домашнее задание
4	Теория чисел и криптография	4	4		17	Контест
5	Строковые алгоритмы	6	6		25	Домашнее задание
6	Основы теории сложности вычислений	6	6		25	Контест
	<i>Зачет</i>			4		
	<b>Итого:</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	<b>4</b>	<b>126</b>	
	<b>Объем дисциплины (модуля) (в ак. ч.)</b>	<b>190</b>				
	<b>Объем дисциплины (модуля) (в зач. ед.)</b>	<b>5</b>				

### 4. Содержание дисциплины (модуля)

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание дисциплины (модуля) по темам
1	Обходы графов	Основы теории графов DFS, BFS, 0-k BFS DFS на ориентированных графах: топологическая сортировка, поиск компонент сильной связности DFS на неориентированных графах
2	Кратчайшие пути в графах	Алгоритм Дейкстры. Алгоритм A* Алгоритм Форда-Беллмана. Алгоритм Флойда-Уоршелла. Алгоритм Джонсона
3	Минимальные остовные деревья	Минимальные остовные деревья. Система непересекающихся множеств. Алгоритмы Прима и Крускала
4	Теория чисел и криптография	Арифметика остатков. Функция Эйлера. Алгоритм RSA Первообразные корни. Алгоритм Диффи-Хеллмана
5	Строковые алгоритмы	Задача поиска подстроки. Полиномиальное хеширование. Алгоритм Кнута-Морриса-Прата Конечные автоматы. Регулярные выражения. Бор. Автомат Ахо-Корасик
6	Основы теории сложности вычислений	Понятие сложных классов. Классы P и NP NP-трудность, NP-полнота. Примеры задач Эвристические и приближенные алгоритмы для сверхполиномиальных задач

## 5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

### *Основная литература:*

1. Федоренко, Ю. П. Алгоритмы и программы на C++Builder : практическое руководство / Ю. П. Федоренко. - 2-е изд. - Москва : ДМК Пресс, 2023. - 546 с. - ISBN 978-5-89818-483-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/2106253>.

2. Рафгарден, Т. Совершенный алгоритм. Алгоритмы для NP-трудных задач : практическое руководство / Т. Рафгарден. - Санкт-Петербург : Питер, 2021. - 304 с. - (Серия «Библиотека программиста»). - ISBN 978-5-4461-1799-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1733515>.

### *Дополнительная литература:*

1. Рафгарден, Т. Совершенный алгоритм. Жадные алгоритмы и динамическое программирование : практическое руководство / Т. Рафгарден. - Санкт-Петербург : Питер, 2020. - 256 с. - (Серия «Библиотека программиста»). - ISBN 978-5-4461-1445-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1756121>.

2. Рафгарден, Т. Совершенный алгоритм. Графовые алгоритмы и структуры данных : практическое руководство / Т. Рафгарден. - Санкт-Петербург : Питер, 2019. - 256 с. - (Серия «Библиотека программиста»). - ISBN 978-5-4461-1272-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1760816>.

## 6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- механическими калькуляторами;
- специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и

обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

№	Наименование портала (издания, курса, документа)	Ссылка
1.	Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека	<a href="https://elibrary.ru/defaultx.asp">https://elibrary.ru/defaultx.asp</a>
2.	База данных для IT-специалистов	<a href="https://habr.com">https://habr.com</a>
3.	База данных ScienceDirect	<a href="https://www.sciencedirect.com">https://www.sciencedirect.com</a>
4.	Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации	<a href="https://minobrnauki.gov.ru/">https://minobrnauki.gov.ru/</a>
5.	Федеральный портал «Российское образование»	<a href="https://www.edu.ru/">https://www.edu.ru/</a>
6.	Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	<a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a>
7.	Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов	<a href="http://school-collection.edu.ru/">http://school-collection.edu.ru/</a>
8.	Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов	<a href="http://fcior.edu.ru/">http://fcior.edu.ru/</a>

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Наименование ПО	Производство	Лицензионное / свободно распространяемое
<b>Операционные системы:</b>		
Microsoft Imagine (Windows Client, Server)	зарубежное	лицензионное
<b>Браузеры:</b>		
Яндекс.Браузер	отечественное	свободно распространяемое
Google Chrome	зарубежное	свободно распространяемое
<b>Офисные приложения:</b>		
Microsoft Imagine (Visio, OneNote)	зарубежное	лицензионное
TeXstudio	зарубежное	свободно распространяемое
Adobe Acrobat Reader	зарубежное	свободно распространяемое
<b>Программное обеспечение для планирования и учета времени:</b>		
Toggle app	зарубежное	свободно распространяемое
<b>Системы управления проектами:</b>		
Microsoft Imagine (Project)	зарубежное	лицензионное
<b>Системы управления базами данных:</b>		
Microsoft Imagine (SQL Server)	зарубежное	лицензионное
<b>Системы резервного копирования (backup):</b>		
Acronis Backup Advanced for HyperV	зарубежное	лицензионное
<b>Справочно-правовые системы:</b>		
КонсультантПлюс: справочно-правовая система	отечественное	лицензионное
<b>Средства антивирусной защиты:</b>		

Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition	отечественное	лицензионное
<b>Среды разработки:</b>		
Visual Studio Code	зарубежное	свободно распространяемое
Bash (Unix shell)	зарубежное	свободно распространяемое
Anaconda	зарубежное	свободно распространяемое
Robotic Operating System	зарубежное	свободно распространяемое
CopelliaSim	зарубежное	свободно распространяемое
Google Colaboratory	зарубежное	свободно распространяемое
<b>Пакеты программных средств и библиотек:</b>		
AutoPsy	зарубежное	свободно распространяемое
Interactive Disassembler (IDA)	зарубежное	свободно распространяемое
<b>Системы управления библиографической информацией:</b>		
Zotero	зарубежное	свободно распространяемое
<b>Сервисы и службы:</b>		
Bind	зарубежное	свободно распространяемое
Docker	зарубежное	свободно распространяемое

## 7. Методические и оценочные материалы

### Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Алгоритмы и структуры данных. Часть 2» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекции, семинары, контесты, домашние задания, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

*Лекция* – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удастся, следует сформулировать вопрос и задать его преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

*Семинар* — это форма учебной деятельности, проводимая в учебном заведении под руководством преподавателя, где студенты активно участвуют в обсуждениях, практических заданиях и других формах взаимодействия.

Для успешной подготовки к семинару рекомендуется заранее ознакомиться с темой занятия и основными материалами, чтобы иметь возможность активно участвовать в обсуждении. Также полезно подготовить вопросы и идеи для обсуждения, что поможет глубже понять материал и продемонстрировать заинтересованность.

*Контест* – интерактивная платформа с заданиями разного уровня сложности и автоматической проверкой результатов.

Контест позволяет оперативно оценивать усвоение материала и выявлять пробелы в знаниях через тесты и практические задачи. Такой формат способствует регулярной самопроверке и повышает мотивацию к изучению дисциплины.

*Домашнее задание* – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с Электронный документ

требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал. Использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

*Самостоятельная работа* – работа студентов, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

### **Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)**

#### **Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине (модулю) «Алгоритмы и структуры данных. Часть 2»**

Оценивание уровня учебных достижений обучающихся по дисциплине (модулю) осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

**Промежуточная аттестация** по дисциплине (модулю) осуществляется в форме *зачета*, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом:

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Оценка за зачет	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
10	Отлично	Зачтено	Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину (модуль). Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами.
9	Отлично	Зачтено	
8	Отлично	Зачтено	
7	Хорошо	Зачтено	Студент обладает знаниями предмета почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически
6	Хорошо	Зачтено	

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Оценка за зачет	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
			последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами.
5	Удовлетворительно	Зачтено	Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине (модулю), но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Студент способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования.
4	Удовлетворительно	Зачтено	
3	Не сдан	Не зачтено	Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы.
2	Не сдан	Не зачтено	
1	Не сдан	Не зачтено	

Дисциплина (модуль) «Алгоритмы и структуры данных. Часть 2» оценивается следующим образом:

Активность	Вес	Описание
Контесты	30%	Задания разного уровня сложности с автоматической проверкой результатов
Домашние задания	20%	За каждое из заданий можно набрать 10 баллов
Зачет	50%	Письменная или устная работа над заданием, направленным на проверку полученных знаний и навыков по дисциплине (модулю)

**Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модулю) «Алгоритмы и структуры данных. Часть 2»:** « $0,3 \times \text{среднее за контесты} + 0,2 \times \text{среднее за домашние задания} + 0,5 \times \text{зачет}$ ».

# Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

## Примерные домашние задания

### Домашнее задание

#### Задача А. Верные подмножества

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

В классе есть  $N$  ребят, у каждого из которых есть свое уникальное число конфет. Пара школьников с числом конфет  $a$  и  $b$  соответственно готова делиться между собой, если  $a$  делится на  $b$  или  $b$  делится на  $a$  без остатка.

Назовем подмножество учеников класса *верным*, если два любых школьника в нем готовы делиться друг с другом, то есть для любой пары числа конфет  $a$  и  $b$  одно из них делится на другое.

Найдите наибольшее по числу ребят верное подмножество в классе.

#### Формат входных данных

В первой строке дано число  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^3$ ) — число школьников в классе.

На второй строке даны  $N$  чисел  $a_i$  ( $1 \leq a_i \leq 2 \cdot 10^9$ ) через пробел — количество конфет у  $i$ -го ученика.

#### Формат выходных данных

Выведите на первой строке число  $M$  — размер самого большого верного подмножества. На второй строке  $M$  чисел через пробел — число конфет у каждого школьника в найденном подмножестве.

Если ответов несколько, выведите любой. Выводить количества конфет у школьников можно в любом порядке.

#### Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
3 1 2 3	2 2 1
4 1 2 4 8	4 8 4 2 1

#### Задача В. НОП

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Даны две последовательности, требуется найти и вывести их наибольшую общую подпоследовательность.

#### Формат входных данных

В первой строке входных данных содержится число  $N$  — длина первой последовательности ( $1 \leq N \leq 1000$ ). Во второй строке заданы члены первой последовательности (через пробел) — целые числа, не превосходящие 10000 по модулю.

В третьей строке записано число  $M$  — длина второй последовательности ( $1 \leq M \leq 1000$ ). В четвертой строке задаются члены второй последовательности (через пробел) — целые числа, не превосходящие 10000 по модулю.

#### Формат выходных данных

Требуется вывести наибольшую общую подпоследовательность данных последовательностей, через пробел.

#### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
3 1 2 3 4 2 3 1 5	2 3

## Задача С. Альтернирующая последовательность

Имя входного файла: стандартный ввод  
Имя выходного файла: стандартный вывод  
Ограничение по времени: 1 секунда  
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Последовательность чисел  $a_1, \dots, a_n$  является *альтернирующей*, если выполнено одно из двух соотношений на элементы последовательности:  $a_1 < a_2 > a_3 < a_4 > \dots$  либо  $a_1 > a_2 < a_3 > a_4 < \dots$ .

Последовательность  $b_1, \dots, b_k$  называется подпоследовательностью  $a_1, \dots, a_n$ , если существуют такие индексы  $i_1 < i_2 < \dots < i_k$ , что  $b_j = a_{i_j}$ . Например, последовательность  $[1, 2, 3]$  является подпоследовательностью для  $[1, 2, 0, 3]$  и не является для  $[1, 3, 0, 2]$ .

Найдите наибольшую по длине *альтернирующую* подпоследовательность данной последовательности.

### Формат входных данных

В первой строке входного потока записано число  $n$ . Во второй строке записаны  $n$  ( $1 \leq n \leq 2000$ ) целых чисел  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  ( $|a_i| \leq 10^9$ ).

### Формат выходных данных

В первой строке выведите длину найденной подпоследовательности. На второй строке выведите саму подпоследовательность. Если таких последовательностей несколько, то выведите любую.

### Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
10 1 4 2 3 5 8 6 7 9 10	6 1 4 2 8 6 7
5 1 2 3 4 5	2 1 2
1 100	1 100

## Примерные задания для контестов

### Контест 1.

#### Условие:

У вас есть карта из  $n$  городов и  $m$  дорог между ними. Каждая дорога имеет длину (вес). Некоторые дороги — односторонние. Нужно найти кратчайшие расстояния между всеми парами городов.

#### Вход:

- $n, m$  ( $1 \leq n \leq 100, 0 \leq m \leq n^2$ )
- $m$  строк:  $u v w$  — дорога из  $u$  в  $v$  длиной  $w$  (веса могут быть отрицательными!)
- Затем  $q$  запросов ( $1 \leq q \leq 1000$ ): два города  $a$  и  $b$  — найти кратчайшее расстояние от  $a$  до  $b$ .

#### Выход:

Для каждого запроса вывести кратчайшее расстояние или "Impossible", если пути нет, или "Negative cycle", если существует отрицательный цикл, достижимый из  $a$ .

#### Требование:

Используйте алгоритм Флойда-Уоршелла с проверкой отрицательных циклов. *Запрещено использовать Дейкстру — она не работает с отрицательными весами!*

#### Оценка:

- 5 баллов — корректная реализация Флойда-Уоршелла
- 3 балла — обработка отрицательных циклов
- 2 балла — корректный вывод для каждого запроса

## Контест 2.

### Условие:

Два друга, Алиса и Боб, хотят обменяться секретным ключом по незащищённому каналу. Используйте **алгоритм Диффи-Хеллмана** для генерации общего секрета.

### Вход:

- Простое число  $p$  ( $2 < p \leq 10^9$ )
- Первичный корень  $g$  по модулю  $p$
- Секрет Алисы:  $a$  ( $1 \leq a \leq p-2$ )
- Секрет Боба:  $b$  ( $1 \leq b \leq p-2$ )

**Выход:** Общий секретный ключ:  $K = (g^{(a*b)}) \bmod p$

**Дополнительно (опционально, +3 балла):** Проверьте, что  $g$  — действительно первообразный корень по модулю  $p$ . Если нет — вывести "Invalid generator".

**Требование:** Используйте **быстрое возведение в степень по модулю**.

*Не используйте готовые библиотеки для криптографии (например, BigInteger.pow в Java без модуля).*

### Оценка:

- 6 баллов — правильный расчёт  $K$
- 3 балла — проверка первообразного корня (с использованием функции Эйлера)
- 1 балл — корректная обработка граничных случаев

## Контест 3.

### Условие:

У вас есть рюкзак вместимостью  $W$  и  $n$  предметов. Каждый предмет имеет вес  $w[i]$  и ценность  $v[i]$ . Нужно выбрать предметы, чтобы максимизировать общую ценность, не превысив вес.

### Вход:

- $n$  ( $1 \leq n \leq 20$ ),  $W$  ( $1 \leq W \leq 1000$ )
- $n$  пар:  $w[i] v[i]$  (целые числа,  $1 \leq w[i], v[i] \leq 100$ )

**Выход:** Максимальную возможную ценность.

**Ограничение:** Решение должно работать за **полиномиальное время** — не использовать полный перебор ( $2^n$ ). Используйте **приближённый алгоритм** или **динамическое программирование**.

### Требование:

- Если используете **ДП** — вы получите 10 баллов (это полиномиальное решение для малых  $W$ ).
- Если используете **жадный алгоритм** (по удельной ценности) — максимум 6 баллов.
- Если используете **полный перебор** — 0 баллов (даже если работает на  $n=20$ ).

**Дополнительно (опционально, +2 балла):** Выведите, на сколько процентов ваше решение отличается от оптимального (если вы посчитали оба варианта).

### Оценка:

- 10 баллов — корректное ДП ( $O(n \cdot W)$ )
- 6 баллов — жадный алгоритм (доказуемо не оптимален, но работает быстро)
- 2 балла — упоминание, что задача NP-трудна и почему ДП здесь допустимо

### Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

№ п/п	Задание	Ответ	Компетенция
1.	Выберите из списка алгоритмов те, которые решают задачу поиска кратчайшего пути: А) Алгоритм Рабина-Карпа Б) Алгоритм Дейкстры В) Алгоритм Косарайю Г) Обход в глубину (DFS)	БД	УК-6

	Д) Алгоритм Форда-Беллмана		
2.	Какой из предложенных алгоритмов работает быстрее всех с асимптотической точки зрения для поиска кратчайших путей в графе с неотрицательными весами ребер: А) Алгоритм Флойда-Уоршелла Б) Алгоритм Дейкстры В) 0-k BFS Г) Алгоритм Форда-Беллмана	Б	ОПК-2
3.	За какое время можно вычислить префикс-функцию для строки из $N$ символов. <i>Ответ дайте в <math>O</math>-нотации</i>	$O(N)$	ПК-3
4.	За какое время можно вычислить компоненты сильной связности в графе на $N$ вершинах и $M$ ребрах ( $M > N$ ). <i>Ответ дайте в <math>O</math>-нотации</i>	$O(N + M)/O(M)$	ПК-3
5.	За какое время работает алгоритм Прима в графе на $N$ вершинах и $M$ ребрах ( $M > N$ ), если в качестве контейнера для поиска безопасного ребра используется TreeSet. <i>Ответ дайте в <math>O</math>-нотации</i>	$O(M \log N)$	ПК-4
6.	За какое время можно решить задачу о рюкзаке: есть $N$ предметов, каждый имеет свой вес $w_i > 0$ и стоимость $c_i > 0$ , необходимо собрать набор предметов суммарным весом не более $W$ , максимизируя суммарную стоимость.	$O(NW)$	ПК-4
7.	Укажите способ определения приоритетов в выборе алгоритма Дейкстры.	Анализ графа	УК-6
8.	Укажите подход к разработке модели выпуклой оболочки.	Геометрические преобразования	ОПК-2
9.	Укажите следствие применения алгоритма Прима.	Минимальное дерево	ПК-3
10.	Укажите метод демонстрации выпуклой оболочки.	Визуализация фигур	ПК-4
11.	Назовите теорию моделирования криптографических алгоритмов.	Теория чисел	ОПК-2
12.	Назовите элемент самооценки в работе с Кнудом-Моррисом-Пратом.	Временная сложность	УК-6
13.	Укажите результат работы с полиномиальным хешированием.	Быстрый поиск	ПК-3
14.	Назовите математическую модель для динамического программирования.	Рекуррентные соотношения	ОПК-2
15.	Назовите формат презентации алгоритма Дейкстры.	Диаграмма графа	ПК-4
16.	Укажите технику совершенствования в вычислительной геометрии.	Оптимизация вычислений	УК-6
17.	Назовите результат решения задачи о рюкзаке.	Максимальная стоимость	ПК-3
18.	Укажите метод исследования модели кратчайших путей.	Симуляция на графе	ОПК-2
19.	Укажите способ публичного представления DFS.	Демонстрация кода	ПК-4
20.	Назовите вывод из использования $A^*$ .	Оптимальный путь	ПК-3
21.	Назовите подход к самооценке в криптографических протоколах.	Проверка корректности	УК-6

22.	Назовите концепцию моделирования строковых алгоритмов.	Автоматные модели	ОПК-2
23.	Назовите элемент презентации системы RSA.	Математические выкладки	ПК-4