

УТВЕРЖДЕНА

Решением Ученого совета
АНО ВО «Центральный университет»
«07» марта 2024 г.
Протокол №1

**Рабочая программа дисциплины (модуля)
«Дискретная математика. Основной курс»**

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) подготовки: Разработка

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Срок освоения программы: 4 года

Год набора: 2024

**Москва
2024**

Содержание

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)	3
2. Перечень планируемых результатов обучения	5
3. Тематический план	6
4. Содержание дисциплины (модуля)	6
5. Учебно-методическое обеспечение	7
6. Материально-техническое обеспечение	7
7. Методические и оценочные материалы	9

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Дискретная математика. Основной курс» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по специальности 02.03.01 Математика и компьютерные науки, профиль Разработка, утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 807 от 23.08.2017 года.

Изучение дисциплины (модуля) «Дискретная математика. Основной курс» является основой для многих других математических дисциплин. Дисциплина (модуль) развивает аналитическое и критическое мышление, что является важным навыком для решения сложных задач в различных сферах.

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина (модуль) включена в учебный план по программе подготовки бакалавриата по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки, профиль Разработка и входит в обязательную часть Блока 1 как дисциплина по выбору.

Дисциплина (модуль) изучается на 1 курсе во 2 семестре.

Цель изучения дисциплины (модуля): в формировании глубокого понимания пределов, непрерывности, производных и интегралов, а также их применения в различных областях науки и техники.

Задачи изучения дисциплины (модуля) направлены на формирование у студентов следующий знаний, умений и навыков:

- знание определения булевых функций, их таблицы истинности, законы булевой логики. Законы логики первого порядка, синтаксис и семантика формул;
- знание базовых понятий теории множеств. Соответствия и отображения между множествами и их виды;
- знание основных формул комбинаторики: числа сочетаний, размещений, перестановок. Бином Ньютона и треугольник Паскал;
- знание основных определений и теорем теорий графов. Классы графов: ориентированные графы, деревья, двудольные графы, эйлеровы графы;
- знание основных определений и теорем теорий чисел. Свойства делимости и сравнений по модулю. Малая теорема Ферма;
- умение чтения и записи формул с кванторами, применение законов логики для преобразования формул;
- применение принципа Дирихле, доказательства от противного. Построение рассуждений вида "оценка+пример" для минимизации или максимизации заданного параметра при ограничениях;
- применение основных формул комбинаторики для решения задач на подсчет количества вариантов;
- применение метода математической индукции, метода двойного подсчета, метода крайнего для решения задач теории графов;
- применение свойств делимости, свойств остатков и сравнений по модулю для решения задач теории чисел;
- владение основными методами доказательства, такими как доказательство примером, прямое доказательство, доказательство от противного и принцип Дирихле;
- применение комбинаторных формул и теорем для решения задач дискретной теории вероятностей. Расчет математического ожидания для дискретных случайных величин;
- применение теории графов для решения задач на попарные отношения между объектами в множестве. Перевод задач на язык теории графов;

— использование теории чисел для построения алгоритмов шифрования с открытым ключом и для других прикладных задач теории алгоритмов.

2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

Компетенция	Содержание компетенции	Индикатор компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)
ОПК-1.	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1.	Знает основные концепции и теории в области математического анализа и смежных дисциплин; методы и подходы, используемые в различных областях математики
		ОПК-1.2.	Умеет применять математические методы для решения профессиональных задач
		ОПК-1.3.	Имеет практический опыт разработки и реализации математических моделей в профессиональной деятельности
ПК-1.	Способен формулировать задачи с математической точностью, обосновывать утверждения строго и анализировать полученные результаты в области математики и компьютерных наук	ПК-1.1.	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических наук, программирования и информационных технологий
		ПК-1.2.	Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике
		ПК-1.3.	Имеет опыт работы с задачами в области математики и компьютерных наук, включая применение математических методов для решения практических задач

3. Тематический план

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Трудоемкость, академические часы				ТКУ (текущий контроль успеваемости)
		Очная форма				
		Контактная работа		Контроль	Самостоятельная работа	
Лекции	Семинары (практические занятия)					
1	Математическая логика	5	5		14	Домашнее задание
2	Методы доказательств	5	5		14	Домашнее задание
3	Комбинаторика	5	5		15	Домашнее задание Контрольная работа
4	Теория информации	5	5		15	Домашнее задание Контрольная работа
5	Теория графов	5	5		14	Домашнее задание
6	Теория чисел	5	5		14	Контроль теоретического материала
	<i>Экзамен</i>			6		
	Итого:	30	30	6	86	
	Объем дисциплины (модуля) (в ак. ч.)	152				
	Объем дисциплины (модуля) (в зач. ед.)	4				

4. Содержание дисциплины (модуля)

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание дисциплины (модуля) по темам
1	Математическая логика	Булева логика. Логика первого порядка. Множества и отображения
2	Методы доказательств	Доказательство от противного. Оценка + пример. Индукция
3	Комбинаторика	Правила сложения и умножения. Размещения и перестановки. Сочетания без повторов. Сочетания с повторениями
4	Теория информации	Количество информации. Приложения к решению задач
5	Теория графов	Подсчет степеней вершин и ребер. Связность графов и деревья. Ориентированные графы. Эйлеровы графы
6	Теория чисел	Делимость и остатки. Сравнение по модулю. Разложение на простые множители. Алгоритм Евклида

5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Основная литература:

1. Константинова, Е. В. Теория графов: алгебраическая теория : учебник для вузов / Е. В. Константинова. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 123 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-20172-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/569211>.

2. Скорубский, В. И. Математическая логика : учебник и практикум для вузов / В. И. Скорубский, В. И. Поляков, А. Г. Зыков. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 211 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01114-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/561076>.

3. Дискретная математика : учебное пособие для вузов / под научной редакцией А. Н. Сесекина. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 85 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-21182-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/559511>.

Дополнительная литература:

1. Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика. Математические основы информатики. — М. : Вильямс, 2009. — 784 с.

6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и

обеспечением доступа к в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

№	Наименование портала (издания, курса, документа)	Ссылка
1.	Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека	https://elibrary.ru/defaultx.asp
2.	База данных для IT-специалистов	https://habr.com
3.	База данных ScienceDirect	https://www.sciencedirect.com
4.	Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации	https://minobrnauki.gov.ru/
5.	Федеральный портал «Российское образование»	https://www.edu.ru/
6.	Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	http://window.edu.ru/
7.	Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов	http://school-collection.edu.ru/
8.	Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов	http://fcior.edu.ru/

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Наименование ПО	Производство	Лицензионное / свободно распространяемое
Операционные системы:		
Microsoft Imagine (Windows Client, Server)	зарубежное	лицензионное
Браузеры:		
Яндекс.Браузер	отечественное	свободно распространяемое
Google Chrome	зарубежное	свободно распространяемое
Офисные приложения:		
Microsoft Imagine (Visio, OneNote)	зарубежное	лицензионное
TeXstudio	зарубежное	свободно распространяемое
Adobe Acrobat Reader	зарубежное	свободно распространяемое
Программное обеспечение для планирования и учета времени:		
Toggle app	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления проектами:		
Microsoft Imagine (Project)	зарубежное	лицензионное
Системы управления базами данных:		
Microsoft Imagine (SQL Server)	зарубежное	лицензионное
Системы резервного копирования (backup):		
Acronis Backup Advanced for HyperV	зарубежное	лицензионное
Справочно-правовые системы:		
КонсультантПлюс: справочно-правовая система	отечественное	лицензионное
Средства антивирусной защиты:		
Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition	отечественное	лицензионное
Среды разработки:		

Visual Studio Code	зарубежное	свободно распространяемое
Bash (Unix shell)	зарубежное	свободно распространяемое
Anaconda	зарубежное	свободно распространяемое
Robotic Operating System	зарубежное	свободно распространяемое
CopelliaSim	зарубежное	свободно распространяемое
Google Colaboratory	зарубежное	свободно распространяемое
Пакеты программных средств и библиотек:		
AutoPsy	зарубежное	свободно распространяемое
Interactive Disassembler (IDA)	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления библиографической информацией:		
Zotero	зарубежное	свободно распространяемое
Сервисы и службы:		
Bind	зарубежное	свободно распространяемое
Docker	зарубежное	свободно распространяемое

7. Методические и оценочные материалы

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Дискретная математика. Основной курс» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекция, практические занятия, контрольные работы и домашние задания, контроль теоретических знаний, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

Лекция – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удастся, следует сформулировать вопрос и задать его преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

Контроль теоретических знаний – устные ответы на вопросы, список которых известен студенту заранее,

В процессе подготовки студенту необходимо проанализировать учебные материалы, ознакомившись с лекциями, учебниками и дополнительными источниками, акцентируя внимание на ключевых темах. Рекомендуется создать структурированные конспекты, выделяя основные идеи, термины и формулы.

Домашнее задание – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал. Использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

Контрольная работа – письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время.

Цель контрольной работы - получить специальные знания по одной или нескольким темам дисциплины (модуля) и продемонстрировать навыки их практического применения.

Самостоятельная работа – работа студентов, направленная на углубленное

изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине «Дискретная математика. Основной курс»

Оценивание уровня учебных достижений, обучающихся по дисциплине (модулю), осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) осуществляется в форме *экзамена*, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом:

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
10	Отлично	Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину. Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами.
9	Отлично	
8	Отлично	
7	Хорошо	Студент обладает знаниями предмета почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими
6	Хорошо	

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
		задачами.
5	Удовлетворительно	Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине, но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Студент способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования.
4	Удовлетворительно	
3	Не сдан	Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы.
2	Не сдан	
1	Не сдан	

Дисциплина (модуль) «Дискретная математика. Основной курс» оценивается следующим образом:

Активность	Вес	Количество	Описание
Домашние задания	25%	13	Набор задач по темам недели
Контрольные работы по решению задач	20%	2	Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время
Контроль теоретического материала	15%	1	Ответы на вопросы, список которых известен студенту заранее
Экзамен	40%	1	Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время

Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модулю) «Дискретная математика. Основной курс»: « $0,25 \times$ среднее за домашние задания + $0,2 \times$ среднее за контрольные работы + $0,15 \times$ контроль теоретических знаний + $0,4 \times$ экзамен».

Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

Примерные задания для контроля теоретических знаний

Определения и формулировки теорем. За эту часть вы получаете до 4 баллов.

- Булевы операции: отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквивалентность, исключаящее «или».
- Таблицы истинности булевых операций.
- Логические законы: закон исключённого третьего, закон двойного отрицания, законы де Моргана, закон непротиворечивости, закон контрапозиции.
- Определение импликации через другие логические операции.
- Предикат. Параметры предиката.
- Множество истинности высказывания.
- Равносильность высказываний.
- Следствие высказывания.
- Кванторы.
- Множество определения переменной предиката. Записи $\exists x \in S : A(x)$, $\forall x \in S : A(x)$ как сокращения.

• Логические законы для утверждений с кванторами: законы де Моргана, вынесение кванторов за скобки, перестановка кванторов.

• Принцип Дирихле.

• Формальная запись утверждения « n – наименьшее число, для которого выполнено $P(x)$ ».

• Объединение, пересечение, разность, симметрическая разность множеств.

• Упорядоченная пара. Декартово произведение множеств.

• Бинарное отношение.

• Функция (формальное определение). Аргументы и значения функции.

• Образ и прообраз множества для функции.

• Композиция функций.

• Биекция.

• Принцип математической индукции (формальная запись).

• Принцип полной математической индукции (формальная запись).

• Метод наименьшего контрпримера. Принцип наименьшего числа.

• Комбинаторика: правило суммы.

• Комбинаторика: правило произведения.

• Размещения без повторений: определение и формула.

• Перестановки без повторений: определение и формула.

• Перестановки с повторениями: определение и формула.

• Сочетания: определение и формула.

• Бином Ньютона.

• Полиномиальная формула.

• Треугольник Паскаля.

Доказательства. Вы можете САМИ ВЫБРАТЬ три вопроса из этого списка и рассказать доказательство принимающему. Выбранные вопросы должны быть из разных недель. За эту часть вы получаете до 6 баллов (по 2 балла за каждый вопрос).

• Утверждение о том, что существует сколько угодно подряд идущих составных чисел

• Доказательство бесконечности множества простых чисел

• Доказательство иррациональности $\sqrt{2}$

• В компании из нечетного числа людей не может оказаться так, что каждый пожал руку ровно 3 другим; а вот в компании из четного числа людей это возможно

• Доказательство принципа Дирихле в общем виде

• Для любого n найдется число из одних единиц и нулей, которое делится на n

• Для нахождения самого тяжелого из 100 камней минимальное необходимое число взвешиваний в худшем случае равно 99

• Если на плоскости проведено несколько прямых, то можно раскрасить получившиеся области в два цвета так, что соседние области будут покрашены в разные цвета

• Любое натуральное число, большее 7, можно представить в виде суммы троек и пятерок

• Если выпуклый 1000-угольник разрезать на треугольники диагоналями, которые не пересекаются во внутренних точках, то получится ровно 998 треугольников

• Формула для количества подмножеств конечного множества

• Нахождение количества пятизначных чисел, в которых хотя бы одна цифра четная

• Нахождение количества способов разбить n парней и n девушек на пары

• Нахождение количества способов составить хоровод из n людей

• Нахождение количества способов составить ожерелье из n различных бусин

• Формула для количества сочетаний

• Формула для количества перестановок с повторениями

• Бином Ньютона

Примерные задания по контрольной работе

Контрольная работа №1

Контрольная работа № 1

Продолжительность: 2 часа

1. Нельзя иметь при себе электронные устройства. Если нарушишь это требование, работа будет аннулирована и её нельзя будет переписать.

2. **В каждой задаче приведи обоснование ответа, иначе он не будет засчитан.**

3. Если считаешь, что решение задачи неправильное, зачеркни его и напиши новое. В случае, если в работе приведены два разных ответа или решения, оцениваться будет только первое.

Оценка за контрольную работу ставится по формуле:

Оценка = $\min(\text{сумма баллов за задачи}; 10)$.

Задача 1.

1 балл

Про каждое из утверждений определи, истинно оно или ложно.

А) $\forall n \in \mathbb{N} \exists k \in \mathbb{N} (n + k > 10 \rightarrow n + k^2 > 15)$;

б) $\exists x \in \mathbb{R} \forall S \subseteq \mathbb{R} (\exists y \in \mathbb{R} y \in S \vee \exists z \in \mathbb{R} x + z \in S)$.

Задача 2.

2 балла

Какие из следующих высказываний равносильны высказыванию «Хорошо смеется тот, кто смеется последним»? В каждом пункте нужно пояснить ответ.

- а) Кто смеется последним, тот смеется хорошо.
- б) Кто не смеется последним, тот не смеется хорошо.
- в) Кто не смеется хорошо, тот не смеется последним.
- г) Кто хорошо смеется, тот смеется последним.
- д) Только тот, кто хорошо смеется, смеется последним.
- е) Каждый или смеется хорошо, или не смеется последним.
- ж) Каждый или не смеется хорошо, или смеется последним
- з) Плохо смеется тот, кто смеется не последним.
- и) Плохо смеется тот, кто не смеется последним.
- к) Не бывает такого, что кто-то плохо смеется и смеется последним.

Задача 3.

2 балла

В 20 ящиков разложили 60 чёрных и 60 белых шариков — по 6 шариков в каждый. Ваня заметил, что в каждом из первых 14 ящиков чёрных шариков оказалось больше, чем белых. Верно ли, что среди последних 6 ящиков точно найдётся такой, в котором все шарики белые?

Задача 4.

2 балла

Дощатый забор перекрашивают в два цвета: серый и чёрный — таким образом, чтобы с каждой серой доской рядом обязательно была чёрная. Какое наибольшее число серых досок может быть в заборе, если он состоит из 62 досок?

Задача 5.

2 балла

Пусть множества A и B таковы, что существует сюръекция $f : A \rightarrow B$ такая, что прообраз любого одноэлементного подмножества B бесконечен. Верно ли, что не существует инъекции из A в B ?

Задача 6.

2 балла

10 мальчиков и 10 девочек строят хоровод. В хороводе мальчики и девочки должны чередоваться. Но среди девочек есть одна, по имени Маша, которая не хочет стоять рядом с одним из мальчиков, которого зовут Саша. Сколько существует способов составить хоровод из 10 мальчиков и 10 девочек, чтобы Маша не стояла рядом с Сашей?

Задача 7.

2 балла

Найди число отображений f из множества $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ в $\{a, b, c, d, e\}$ таких, что $|f^{-1}(\{a, b\})| = 4$, а $|f(\{1,2,3,4,5\})| = 5$.

Контрольная работа №2

Задача 1.

1 балл

Словом называется произвольная последовательность букв. Алфавитной записью для данного слова будем называть слово, записанное теми же буквами, но в алфавитном порядке. Например, алфавитная запись слова «математика» – это «аааеикммтт». Сколько существует различных слов длины 10, для которых алфавитная запись совпадает с исходным словом? В качестве букв можно использовать лишь строчные буквы русского алфавита.

Задача 2.

1,5 балла

Лягушка сидит в вершине A квадрата $ABCD$. Каждым прыжком она перемещается в вершину квадрата, соседнюю с той, в которой она находится. Сколькими способами лягушка может прыгать так, чтобы ровно через n прыжков оказаться в вершине B ?

Задача 3.

1,5 балла

В некоторой компании студентов оказалось, что у каждого парня ровно 9 знакомых девушек, а у каждой девушки ровно 9 знакомых парней. Может ли в этой компании быть ровно 50 студентов?

Задача 4.

1,5 балла

В некоторой стране каждые два города соединены либо авиалинией, либо железной дорогой. Докажите, что можно выбрать вид транспорта так, чтобы от каждого города можно было добраться до любого другого, пользуясь только этим видом транспорта.

Задача 5.

1 балл

В некотором связном графе степени всех вершин равны 10. Докажите, что при удалении любого ребра этот граф останется связным.

Задача 6.

1,5 балла

В каждой строке и каждом столбце шахматной доски стоит по 3 ладьи. Докажите, что можно выбрать 8 ладей, не бьющих друг друга.

Задача 7.

2 балла

Граф G является планарным, однако при добавлении к нему любого ребра свойство планарности теряется. Докажите, что в этом графе нет вершин степени меньше 3.

Задача 8.

1,5 балла

У Ильи была бумажка, на которой написаны числа от 1 до 10. Илья вычеркнул некоторые 5 из этих чисел. Алла хочет отгадать, какие именно. Для этого она может задавать Илье любые вопросы, ответы на которые могут быть только «да» или «нет». Но Илья дал подсказку: число 1 и число 2 либо оба вычеркнуты, либо оба не вычеркнуты.

За какое наименьшее число вопросов Алла гарантированно сможет отгадать, какие именно числа вычеркнуты, учитывая данную подсказку?

Примерные домашние задания

Домашнее задание по теме: «Предикаты и кванторы. Логика первого порядка»

1. ПРЕДИКАТЫ И КВАНТОРЫ. ЛОГИКА ПЕРВОГО ПОРЯДКА

*** ЗАДАЧА 1

0.5 балла

Предположим, что все переменные обозначают натуральные числа. Про каждое из следующих утверждений определи, истинно ли оно. Обоснуй ответы.

- а) $\forall x \exists y : 2x - y = 0$.
- б) $\exists x \forall y : 2x - y = 0$.
- в) $\forall x \exists y : x - 2y = 0$.

*** ЗАДАЧА 2

1 балл

Запиши каждое из следующих утверждений без слов. Разрешается использовать логические знаки, скобки и кванторы, а также символы $=$, $>$, $<$, \leq , \geq . Подразумевается, что все переменные берутся из множества действительных чисел.

- а) Каждое число, которое больше x , больше y .
- б) Какое ни взять значение a , уравнение $ax^2 + 4x - 2 = 0$ будет иметь решения тогда и только тогда, когда $a \geq -2$.
- в) Любое решение неравенства $x^3 - 3x < 3$ меньше 10.
- г) Если для некоторого x выполнено $x^2 + 5x = w$ и для некоторого y выполнено $4 - y^2 = w$, то w находится в отрезке от -10 до 10.

*** ЗАДАЧА 3

2 балла

Однажды Илья сказал: «Кто говорит, что дискретная математика – это просто, тот ничего в ней не понимает». Влад ответил: «Это не так». Про каждое из следующих утверждений ответь на два вопроса:

- 1. Если Влад прав, может ли это утверждение быть истинным?
- 2. Если Влад прав, обязано ли это утверждение быть истинным?

Утверждения:

- а) Кто говорит, что дискретная математика — это просто, тот что-то в ней понимает.
- б) Кто говорит, что дискретная математика — это сложно, тот что-то в ней понимает.
- в) Кто что-то понимает в дискретной математике, тот говорит, что дискретная математика — это сложно.
- г) Кто что-то понимает в дискретной математике, тот ничего не говорит.
- д) Некоторые из тех, кто что-то понимает в дискретной математике, говорят, что дискретная математика — это просто.
- е) Существуют некоторые, кто что-то понимает в дискретной математике.
- ж) Существуют некоторые, кто ничего не понимает в дискретной математике, но при этом они ничего не говорят.
- з) Никто ничего не понимает в дискретной математике.
- и) Никто не говорит, что дискретная математика — это просто.

ЗАДАЧА 4

2 балла

Предположим, что все переменные обозначают точки на плоскости. Предикат $E(A, B)$ означает «расстояние между точками A и B равно 1». Используя лишь предикат E и логические символы (и никаких других математических обозначений), запиши формулы, утверждающие, что:

- а) Точки A и B совпадают;
- б) Расстояние между точками A и B равно 2;
- в) Расстояние между точками A и B равно $\sqrt{3}$;
- г) Расстояние между точками A и B равно $\frac{1}{2}$.

ЗАДАЧА 5

2 балла

Пусть все переменные обозначают некоторые подмножества действительных чисел. Пусть предикат $S(A, B)$ обозначает « A является подмножеством B ». Используя лишь предикат S и логические знаки (и никаких других математических обозначений), напиши формулы, обозначающие:

- а) A – пустое множество;
- б) A является множеством всех действительных чисел;
- в) A и B совпадают;
- г) A состоит ровно из одного элемента;
- д) A состоит ровно из двух элементов.

ЗАДАЧА 6

2,5 балла

Рассмотрим утверждение: «Не ошибается только тот, кто ничего не делает». Ниже приведен список других утверждений. Твоя задача — разбить эти утверждения на 4 группы:

- 1. Утверждения, равносильные исходному;
- 2. Утверждения, которые следуют из исходного, но не равносильные ему;
- 3. Утверждения, из которых следует исходное, но не равносильные ему;
- 4. Все остальные утверждения.

В каждом пункте объясни свой выбор.

- а) Кто не ошибается, тот ничего не делает.
- б) Кто ничего не делает, тот не ошибается.
- в) Кто что-то делает, тот ошибается.
- г) Кто ошибается, тот что-то делает.
- д) Ошибается только тот, кто что-то делает.
- е) Что-то делает только тот, кто ошибается.
- ж) Не бывает такого, что кто-то что-то делает и не ошибается.
- з) Каждый или ничего не делает, или ошибается.
- и) Каждый либо ничего не делает, либо ошибается.
- к) Все ошибаются.
- л) Никто ничего не делает.
- м) Или все ошибаются, или никто ничего не делает.

- н) Если никто ничего не делает, то никто не ошибается.
- о) Если никто не ошибается, то никто ничего не делает.
- п) В любом треугольнике медианы пересекаются в одной точке.
- р) Около любого четырехугольника можно описать окружность.

Домашнее задание по теме: «Соответствия и отображения множеств»

1. СООТВЕТСТВИЯ И ОТОБРАЖЕНИЯ МНОЖЕСТВ, БИЕКЦИИ

*** ЗАДАЧА 1	1 балл Верно ли, что для любых множеств A, B, C выполнены соотношения: а) $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$; б) $((A \setminus B) \cup (A \setminus C)) \cap (A \setminus (B \cap C)) = A \setminus (B \cup C)$; в) $(A \cup B) \setminus (A \setminus B) \subseteq B$?
*** ЗАДАЧА 2	2 балла Пусть $f : X \rightarrow Y, B_1, B_2 \subseteq Y$. Обязательно ли верно, что: а) $f^{-1}(B_1 \cup B_2) = f^{-1}(B_1) \cup f^{-1}(B_2)$; б) $f^{-1}(B_1 \cap B_2) = f^{-1}(B_1) \cap f^{-1}(B_2)$; в) если $B_1 \subseteq B_2$, то $f^{-1}(B_1) \subseteq f^{-1}(B_2)$; г) если $f^{-1}(B_1) \subseteq f^{-1}(B_2)$, то $B_1 \subseteq B_2$; д) если $A \subseteq X$, то $f(A) \cap B_1 = f(A \cap f^{-1}(B_1))$; е) $f(f^{-1}(B_1)) = B_1$?
*** ЗАДАЧА 3	1 балл Функция g действует из множества положительных целых чисел в множество положительных целых чисел и сопоставляет каждому числу $n > 1$ его наибольший простой делитель, а $g(1) = 1$. а) Является ли g инъекцией? А сюръекцией? б) Верно ли, что если множество $X \subseteq \mathbb{N}$ конечное, то и множество $g^{-1}(X)$ конечное? в) Найди множество $g^{-1}(3)$.
*** ЗАДАЧА 4	1.5 балла Существует ли такая сюръекция $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, что прообраз любого одноэлементного множества является бесконечным множеством?
*** ЗАДАЧА 5	1 балл Пусть A и B — произвольные множества. Докажи, что существует инъекция из A в B тогда и только тогда, когда существует сюръекция из B в A .
*** ЗАДАЧА 6	1.5 балла Каких треугольников с целочисленными длинами сторон больше: а) с периметром 2024 или с периметром 2027? б) с периметром 2025 или с периметром 2028?

Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

№ п/п	Задание	Ответ	Компетенция															
1.	Сколькими способами можно переставить буквы слова «ПАРК»? 1. 24 2. 4032 3. 672 4. 168	1	ПК-1															
2.	Дан неориентированный граф G с вершинами A, B, C, D, E и рёбрами $\{A,B\}; \{A,C\}; \{A,D\}; \{B,C\}; \{C,D\}; \{D,E\}$. Чему равна сумма степеней вершин? 1. 12 2. 10 3. 6 4. 5	1	ОПК-1															
3.	Какие числа пропущены в таблице истинности дизъюнкции? <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>y</td> <td>$x \vee y$</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>a_1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>a_2</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </table> <p>В ответе перечисли a_1 и a_2 через точку с запятой без пробела: $a_1;a_2$.</p>	x	y	$x \vee y$	0	0	0	0	1	a_1	1	0	a_2	1	1	1	1;1	ОПК-1
x	y	$x \vee y$																
0	0	0																
0	1	a_1																
1	0	a_2																
1	1	1																
4.	_____ – это связный граф без циклов. В ответ запиши пропущенное слово с маленькой буквы.	дерево	ОПК-1															
5.	В турнире по интеллектуальным играм приняли участие две команды по 10 человек. В блиц пройдёт один человек от каждой команды. Сколькими способами можно сделать выбор этих двух людей?	100	ПК-1															
6.	Есть 5 кандидатов на 5 вакансий. Сколькими способами можно заполнить вакансии? (Все кандидаты подходят на все вакансии; каждая вакансия должна быть заполнена.) Ответ запиши в виде целого числа.	120	ОПК-1															
7.	В группе учатся 10 студентов. У каждого студентов есть один из трёх любимых цветов: красный, синий или зеленый. Если каждый студент выбрал свой любимый цвет, какое минимальное количество студентов выберет один и тот же цвет?	4	ПК-1															
8.	Число 23 — простое? Ответ запиши в виде да/нет.	ДА/Да/да	ОПК-1															
9.	«При любой рассадке $n + 1$ кроликов по n клеткам найдется такая клетка, в которой оказалось хотя бы 2 кролика» Какой принцип сформулирован выше? В ответе запиши одно слово.	Дирихле	ПК-1															
10.	В группе 30 человек. Из них 20 человек занимаются спортом, 15 человек — музыкой, а 10 человек занимаются и спортом, и музыкой. Сколько человек не занимаются ни спортом, ни музыкой?	5	ПК-1															