

**УТВЕРЖДЕНА**

Решением Ученого совета  
АНО ВО «Центральный университет»  
«07» марта 2024 г.  
Протокол №1

**Рабочая программа дисциплины (модуля)  
«Методы дискретной оптимизации»**

**Направление подготовки:** 02.03.01 Математика и компьютерные науки

**Направленность (профиль) подготовки:** Искусственный интеллект

**Квалификация (степень) выпускника:** бакалавр

**Форма обучения:** очная

**Срок освоения программы:** 4 года

**Год набора:** 2024

**Москва  
2024**

## Содержание

<b>1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)</b> .....	<b>3</b>
<b>2. Перечень планируемых результатов обучения</b> .....	<b>5</b>
<b>3. Тематический план</b> .....	<b>7</b>
<b>4. Содержание дисциплины (модуля)</b> .....	<b>8</b>
<b>5. Учебно-методическое обеспечение</b> .....	<b>9</b>
<b>6. Материально-техническое обеспечение</b> .....	<b>9</b>
<b>7. Методические и оценочные материалы</b> .....	<b>11</b>

## 1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Методы дискретной оптимизации» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по специальности 02.03.01 Математика и компьютерные науки, профиль Искусственный интеллект, утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 807 от 23.08.2017 года.

Изучение дисциплины (модуля) «Методы дискретной оптимизации» позволяет эффективно решать задачи выбора оптимальных решений в условиях ограничений и дискретных параметров, что важно для прикладных областей, таких как логистика, планирование и информационные технологии. Освоение этих методов способствует развитию аналитического мышления и навыков моделирования сложных систем, что повышает конкурентоспособность специалистов на рынке труда.

### Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина (модуль) включена в учебный план по программе подготовки бакалавриата по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки, профиль Искусственный интеллект и входит в вариативную часть Блока 1, формируемую участниками образовательных отношений.

Дисциплина (модуль) является выборной и доступна для изучения на 3 или 4 курсе в 5, 6, 7, 8 семестрах на выбор.

**Цель изучения дисциплины (модуля):** формирование знаний и навыков разработки и применения алгоритмов для эффективного решения задач оптимизации с дискретными переменными в различных прикладных областях.

**Задачи изучения дисциплины (модуля)** направлены на формирование у студентов следующий знаний, умений и навыков:

- знание основных классов дискретных оптимизационных задач, включая NP-полные и NP-трудные задачи;
- знание формулировок и свойств задач покрытия множествами, упаковки в контейнеры, рюкзака и их приближённые алгоритмы;
- знание методов линейного, целочисленного и смешанно-целочисленного программирования и их применения;
- знание алгоритмов метода ветвей и границ, методов отсечений и прямо-двойственные методов;
- знание теории графов, включая паросочетания, циркуляции минимальной стоимости, раскраску графов, а также понятия хордальных и совершенных графов;
- умение формулировать задачи дискретной оптимизации в виде математических моделей;
- умение применять приближённые и эвристические алгоритмы для решения NP-полных задач;
- умение использовать методы ветвей и границ, отсечений и релаксаций для поиска оптимальных решений;
- умение решать задачи программирования с ограничениями и применять метаэвристики для сложных задач;
- умение анализировать свойства графов и использовать их для решения задач оптимизации, таких как раскраска и поиск паросочетаний;

- навыки разработки и реализации алгоритмов дискретной оптимизации на практике;
- навык работы с инструментами программного обеспечения для решения линейных и целочисленных программ;
- навык построения и анализа приближённых решений и оценки их качества;
- навык комбинирования точных и эвристических методов в гибридных алгоритмах;
- навык моделирования сложных прикладных задач оптимизации и выбора эффективных методов их решения.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

Компетенция	Содержание компетенции	Индикатор компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)
УК-6.	Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК-6.1.	Знает основные принципы самовоспитания и самообразования, профессионального и личностного развития, исходя из этапов карьерного роста и требований рынка труда
		УК-6.2.	Умеет планировать свое рабочее время и время для саморазвития. формулировать цели личностного и профессионального развития и условия их достижения, исходя из тенденций развития области профессиональной деятельности, индивидуально-личностных особенностей
		УК-6.3.	Имеет практический опыт получения дополнительного образования, изучения дополнительных образовательных программ
ОПК-1.	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1.	Знает основные концепции и теории в области математического анализа и смежных дисциплин; методы и подходы, используемые в различных областях математики
		ОПК-1.2.	Умеет применять математические методы для решения профессиональных задач
		ОПК-1.3.	Имеет практический опыт разработки и реализации математических моделей в профессиональной деятельности
ПК-1.	Способен формулировать задачи с математической точностью, обосновывать утверждения строго и анализировать полученные результаты в области	ПК-1.1.	Знает методы и подходы к формулированию задач, а также основные принципы математического доказательства и анализа результатов.

	математики и компьютерных наук	ПК-1.2.	Умеет корректно ставить и формулировать математические задачи, применять строгие методы доказательства и анализировать полученные результаты.
		ПК-1.3.	Имеет опыт работы с задачами в области математики и компьютерных наук, включая применение математических методов для решения практических задач
ПК-2.	Способен решать типовые задачи профессиональной деятельности в области искусственного интеллекта, опираясь на информационную и библиографическую культуру, используя информационно-коммуникационные технологии и учитывая основные требования информационной безопасности	ПК-2.1.	Знает основы информационной и библиографической культуры, а также принципы информационной безопасности и применения информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности
		ПК-2.2.	Умеет эффективно использовать информационно-коммуникационные технологии для решения стандартных задач профессиональной деятельности, учитывая требования информационной безопасности
		ПК-2.3.	Имеет опыт работы с информационными ресурсами и технологиями в области искусственного интеллекта, включая соблюдение норм информационной безопасности

### 3. Тематический план

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Трудоемкость, академические часы				ТКУ (текущий контроль успеваемости)
		<i>Очная форма</i>				
		Контактная работа		Контроль	Самостоятельная работа	
Лекции	Семинары (практические занятия)					
1	Введение. NP-полные задачи, задача покрытия множествами	2	2		8	Домашние задания
2	Задача об упаковке в контейнеры. Приближённые алгоритмы	2	2		8	Домашние задания
3	Задача о рюкзаке и приближения	2	2		8	Домашние задания
4	Линейное программирование	2	2		8	Домашние задания
5	Целочисленное и смешанно-целочисленное программирование	2	2		8	Домашние задания
6	Метод ветвей и границ	2	2		8	Домашние задания
7	Метод отсечений I	2	2		9	Домашние задания
8	Метод отсечений II	2	2		9	Домашние задания
9	Прямо-двойственные методы и кратчайшие пути	2	2		8	Домашние задания
10	Взвешенные паросочетания и циркуляции минимальной стоимости	2	2		8	Домашние задания
11	Раскраска графов I. Хордальные и совершенные графы	2	2		9	Домашние задания
12	Раскраска графов II. Clique и Stable Set	2	2		9	Домашние задания, Коллоквиум
13	Полуопределённые релаксации	2	2		8	Домашние задания
14	Квадратичные бинарные задачи	2	2		8	Домашние задания
15	Программирование в ограничениях и метаэвристики	2	2		8	Домашние задания
	<i>Зачет с оценкой</i>			6		
	<b>Итого:</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	<b>6</b>	<b>124</b>	
	<b>Объем дисциплины (модуля) (в ак. ч.)</b>	<b>190</b>				
	<b>Объем дисциплины (модуля) (в зач. ед.)</b>	<b>5</b>				

#### 4. Содержание дисциплины (модуля)

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание дисциплины (модуля) по темам
1	Введение. NP-полные задачи, задача покрытия множествами	Классы сложности. Постановка задач. Greedy-алгоритмы. Set Cover.
2	Задача об упаковке в контейнеры. Приближённые алгоритмы	Bin Packing. Жадные и APTAS/AFPTAS подходы.
3	Задача о рюкзаке и приближения	0/1 Knapsack. FPTAS. Округление. Динамическое программирование.
4	Линейное программирование	Симплекс-метод. Двойственность. Теорема Куна-Таккера.
5	Целочисленное и смешанно-целочисленное программирование	Постановка. Предобработка. Интегральность. LP-релаксации.
6	Метод ветвей и границ	Применение к задачам рюкзака. Клики. Комбинаторика.
7	Метод отсечений I	Gomory cuts. Cover inequalities.
8	Метод отсечений II	Lift-and-project. Другие классы valid inequalities.
9	Прямо-двойственные методы и кратчайшие пути	Dijkstra. Duality-based подходы. Циклы минимальной средней стоимости.
10	Взвешенные паросочетания и циркуляции минимальной стоимости	Остаточные сети. Алгоритмы проталкивания и Карпа.
11	Раскраска графов I. Хордальные и совершенные графы	Характеризации. Алгоритмы. Теоремы о совершенных графах.
12	Раскраска графов II. Clique и Stable Set	Релаксации. Greedy-алгоритмы. Theta-функция.
13	Полуопределённые релаксации	SDP. Применение к Max-Cut и задачам на графах.
14	Квадратичные бинарные задачи	QUBO. Задачи клики и Max-Cut. Локальный поиск.
15	Программирование в ограничениях и метаэвристики	Constraint programming. Отжиг. Локальные улучшения. Генетика.

## 5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

### *Основная литература:*

1. Методы оптимизации : учебник и практикум для вузов / Ф. П. Васильев, М. М. Потапов, Б. А. Будаков, Л. А. Артемьева ; под редакцией Ф. П. Васильева. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 375 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-6157-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/560070>.

### *Дополнительная литература:*

1. Сухарев, А. Г. Методы оптимизации : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 367 с. — (Бакалавр и магистр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3859-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/507818>.

## 6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

№	Наименование портала (издания, курса, документа)	Ссылка
1.	Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека	<a href="https://elibrary.ru/defaultx.asp">https://elibrary.ru/defaultx.asp</a>
2.	База данных для IT-специалистов	<a href="https://habr.com">https://habr.com</a>
3.	База данных ScienceDirect	<a href="https://www.sciencedirect.com">https://www.sciencedirect.com</a>
4.	Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации	<a href="https://minobrnauki.gov.ru/">https://minobrnauki.gov.ru/</a>
5.	Федеральный портал «Российское образование»	<a href="https://www.edu.ru/">https://www.edu.ru/</a>
6.	Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	<a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a>
7.	Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов	<a href="http://school-collection.edu.ru/">http://school-collection.edu.ru/</a>
8.	Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов	<a href="http://fcior.edu.ru/">http://fcior.edu.ru/</a>

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Наименование ПО	Производство	Лицензионное / свободно распространяемое
<b>Операционные системы:</b>		
Microsoft Imagine (Windows Client, Server)	зарубежное	лицензионное
<b>Браузеры:</b>		
Яндекс.Браузер	отечественное	свободно распространяемое
Google Chrome	зарубежное	свободно распространяемое
<b>Офисные приложения:</b>		
Microsoft Imagine (Visio, OneNote)	зарубежное	лицензионное
TeXstudio	зарубежное	свободно распространяемое
Adobe Acrobat Reader	зарубежное	свободно распространяемое
<b>Программное обеспечение для планирования и учета времени:</b>		
Toggle app	зарубежное	свободно распространяемое
<b>Системы управления проектами:</b>		
Microsoft Imagine (Project)	зарубежное	лицензионное
<b>Системы управления базами данных:</b>		
Microsoft Imagine (SQL Server)	зарубежное	лицензионное
<b>Системы резервного копирования (backup):</b>		
Acronis Backup Advanced for HyperV	зарубежное	лицензионное
<b>Справочно-правовые системы:</b>		
КонсультантПлюс: справочно-правовая система	отечественное	лицензионное
<b>Средства антивирусной защиты:</b>		
Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition	отечественное	лицензионное
<b>Среды разработки:</b>		
Visual Studio Code	зарубежное	свободно распространяемое
Bash (Unix shell)	зарубежное	свободно распространяемое
Anaconda	зарубежное	свободно распространяемое
Robotic Operating System	зарубежное	свободно распространяемое
CopelliaSim	зарубежное	свободно распространяемое
Google Colaboratory	зарубежное	свободно распространяемое
<b>Пакеты программных средств и библиотек:</b>		

AutoPsy	зарубежное	свободно распространяемое
Interactive Disassembler (IDA)	зарубежное	свободно распространяемое
<b>Системы управления библиографической информацией:</b>		
Zotero	зарубежное	свободно распространяемое
<b>Сервисы и службы:</b>		
Bind	зарубежное	свободно распространяемое
Docker	зарубежное	свободно распространяемое

## 7. Методические и оценочные материалы

### Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Методы дискретной оптимизации» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекции, семинары, коллоквиум, домашние задания, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

*Лекция* – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удастся, следует сформулировать вопрос и задать его преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

*Участие в семинаре* – активная работа студента на семинаре, его ответы на вопросы преподавателя и участие в дискуссии.

Для успешного участия в семинаре студентам рекомендуется заранее ознакомиться с темой обсуждения, прочитать необходимые материалы и подготовить вопросы. Важно активно слушать и вовлекаться в дискуссию, высказывая свои мнения и аргументируя их. При ответах на вопросы преподавателя стоит быть уверенным, четким и логичным, опираясь на изученный материал. Также полезно поддерживать диалог с однокурсниками, чтобы обогатить обсуждение и расширить свои знания.

*Домашнее задание* – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал. Использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

*Коллоквиум* – устные ответы на вопросы, список которых известен студенту заранее.

В процессе подготовки к коллоквиуму необходимо проанализировать учебные материалы, ознакомившись с лекциями, учебниками и дополнительными источниками, акцентируя внимание на ключевых темах. Рекомендуется создать структурированные конспекты, выделяя основные идеи, термины и формулы.

*Самостоятельная работа* – работа студентов, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов, планов

и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

### Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

#### Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине (модулю) «Методы дискретной оптимизации»

Оценивание уровня учебных достижений, обучающихся по дисциплине (модулю), осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

**Промежуточная аттестация** по дисциплине (модулю) осуществляется в форме *зачета с оценкой*, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом:

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Оценка за зачет	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
10	Отлично	Зачтено	Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину. Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами.
9	Отлично	Зачтено	
8	Отлично	Зачтено	
7	Хорошо	Зачтено	Студент обладает знаниями предмета почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его
6	Хорошо	Зачтено	

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Оценка за зачет	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
			ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами.
5	Удовлетворительно	Зачтено	Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине (модулю), но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Студент способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования.
4	Удовлетворительно	Зачтено	
3	Не сдан	Не зачтено	Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы.
2	Не сдан	Не зачтено	
1	Не сдан	Не зачтено	

Дисциплина (модуль) «Методы дискретной оптимизации» оценивается следующим образом:

Активность	Вес	Количество	Описание
Домашние задания	20%	13	Набор задач по темам недели
Коллоквиум	40%	1	Устные ответы на вопросы, список которых известен студенту заранее
Зачет с оценкой	40%	1	Письменная или устная работа над заданием, направленным на проверку полученных знаний и навыков по курсу

**Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модулю) «Методы дискретной оптимизации»:**  $\langle 0,2 \times \text{среднее за домашние задания} + 0,4 \times \text{коллоквиум} + 0,4 \times \text{зачет с оценкой} \rangle$ .

**Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)**

**Примерные домашние задания**

**Домашнее задание по теме «Задача об упаковке в контейнеры. Приближённые алгоритмы»**

1. Реализуйте жадный алгоритм для задачи упаковки в контейнеры и протестируйте его на наборе тестовых данных.

2. Сравните результаты жадного алгоритма и алгоритма первого подходящего контейнера (First-Fit) на одинаковых входных данных.
3. Исследуйте влияние сортировки предметов по убыванию размера (First-Fit Decreasing) на качество решения задачи упаковки.
4. Разработайте и реализуйте алгоритм приближения для задачи упаковки с ограничением на максимальное количество контейнеров.
5. Проанализируйте оценку аппроксимации для одного из рассмотренных приближённых алгоритмов и подтвердите её экспериментально.

#### **Домашнее задание по теме «Задача о рюкзаке и приближения»**

1. Сформулируйте задачу о рюкзаке (0-1) и реализуйте динамическое программирование для её решения.
2. Разработайте и реализуйте приближённый алгоритм с гарантией качества (FPTAS) для задачи о рюкзаке.
3. Сравните точное и приближённое решения задачи о рюкзаке на различных наборах данных.
4. Проанализируйте влияние параметров приближённого алгоритма на качество и время решения.
5. Решите задачу о рюкзаке с несколькими ограничениями (многомерный рюкзак) с помощью эвристического метода.

#### **Домашнее задание по теме «Линейное программирование»**

1. Сформулируйте и решите задачу линейного программирования методом симплекс для заданной прикладной задачи.
2. Реализуйте метод двойственного симплекса и сравните его с классическим симплекс-методом на примерах.
3. Исследуйте влияние выбора базисного решения на скорость сходимости симплекс-метода.
4. Используя графический метод, решите задачу линейного программирования с двумя переменными и визуализируйте область допустимых решений.
5. Проведите анализ чувствительности решения задачи линейного программирования при изменении коэффициентов целевой функции.

#### **Домашнее задание по теме «Целочисленное и смешанно-целочисленное программирование»**

1. Сформулируйте задачу целочисленного программирования и решите её с помощью метода ветвей и границ.
2. Реализуйте смешанно-целочисленное программирование для задачи планирования производства с дискретными ограничениями.
3. Исследуйте влияние параметров отсечения на эффективность метода отсечений в решении целочисленных задач.
4. Сравните методы ветвей и границ и отсечений на примерах задач смешанного целочисленного программирования.
5. Разработайте и протестируйте гибридный алгоритм, сочетающий методы ветвей и границ с эвристиками для решения сложной задачи.

#### **Примерное описание и критерии оценивания к коллоквиуму**

##### **Описание коллоквиума:**

Коллоквиум охватывает основные темы курса, включающие теоретические основы и практические методы решения задач дискретной оптимизации. В ходе коллоквиума проверяются знания о классах сложности, NP-полных задачах, приближённых алгоритмах, методах линейного и целочисленного программирования, а также специализированных алгоритмах для задач на графах и комбинаторных структурах.

### Основные темы коллоквиума:

1. Классы сложности, NP-полные задачи, задача покрытия множествами, жадные алгоритмы.
2. Задача упаковки в контейнеры, приближённые алгоритмы (Greedy, APPTAS/APPTAS).
3. Задача о рюкзаке, динамическое программирование, FPTAS, методы округления.
4. Линейное программирование: симплекс-метод, двойственность, условия оптимальности (Куна-Таккера).
5. Целочисленное и смешанно-целочисленное программирование, LP-релаксации, интегральность.
6. Метод ветвей и границ, применение к задачам рюкзака и кликам.
7. Метод отсечений: Gomory cuts, cover inequalities, lift-and-project.
8. Прямо-двойственные методы, алгоритмы кратчайших путей (Dijkstra), циклы минимальной средней стоимости.
9. Взвешенные паросочетания, циркуляции минимальной стоимости, алгоритмы проталкивания.
10. Раскраска графов, хордалные и совершенные графы, теоремы о совершенных графах.
11. Релаксации для задач раскраски, greedy-алгоритмы, theta-функция.

### Критерии оценивания:

Критерий	Максимальный балл	Описание
Теоретические знания	4	Понимание ключевых понятий, определений, теорем и их доказательств по всем темам курса.
Формулировка задач и методов	2	Корректная постановка задач, умение описать и объяснить алгоритмы и методы решения.
Решение задач и примеры	2.5	Умение применять методы для решения конкретных задач, точность и полнота решений.
Анализ алгоритмов и оценка качества решений	1	Анализ сложности, оценка аппроксимации и сравнение алгоритмов.
Чёткость и логика изложения	0.5	Логичность, структурированность и ясность ответов.

### Дополнительные рекомендации:

- При ответах рекомендуется приводить примеры и пояснения.
- Важно уметь формулировать основные теоремы и приводить краткие доказательства.
- Желательно показать понимание взаимосвязи между разными методами и их применимостью.
- Для задач с приближёнными алгоритмами необходимо уметь объяснять оценку качества и условия применимости.
- В части методов программирования — уметь формулировать модели и описывать основные шаги алгоритмов.

### Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

№ п/п	Задание	Ответ	Компетенция
1.	Класс сложности NP-полных задач характеризуется тем, что: а) Все задачи из NP могут быть решены за полиномиальное время	б	ОПК-1

	<p>б) Каждая задача из NP сводится к любой NP-полной задаче за полиномиальное время</p> <p>в) NP-полные задачи решаются жадным алгоритмом</p> <p>г) NP-полные задачи не содержат подзадач из класса P</p>		
2.	<p>Какой из следующих алгоритмов является FPTAS для задачи упаковки в контейнеры (Bin Packing)?</p> <p>а) First Fit Decreasing (FFD)</p> <p>б) Жадный алгоритм First Fit</p> <p>в) Алгоритм Кормена-Лейзерсона-Ривеста (KLR)</p> <p>г) Алгоритм Хаффмана</p>	в	ПК-2
3.	<p>Для задачи 0/1 Knapsack FPTAS достигается за счёт:</p> <p>а) Использования жадного выбора предметов</p> <p>б) Прямого перебора всех вариантов</p> <p>в) Применения симплекс-метода</p> <p>г) Округления значений предметов и динамического программирования</p>	г	ПК-1
4.	Симплекс-метод используется для решения	Линейных программ	ПК-2
5.	<p>Что из перечисленного относится к LP-релаксации целочисленной задачи?</p> <p>а) Замена целочисленных ограничений на вещественные</p> <p>б) Добавление новых ограничений для сужения множества решений</p> <p>в) Использование жадных алгоритмов для приближения</p> <p>г) Применение алгоритма Дейкстры</p>	а	ПК-1
6.	<p>В методе ветвей и границ для задачи рюкзака граница (bound) используется для:</p> <p>а) Определения следующего ветвления</p> <p>б) Отсечения подрешений, не ведущих к оптимуму</p> <p>в) Вычисления симплекс-метода</p> <p>г) Оценки времени работы алгоритма</p>	б	УК-6
7.	<p> Gomory cuts — это:</p> <p>а) Жадные эвристики для задачи покрытия множествами</p> <p>б) Алгоритмы для поиска клики в графах</p> <p>в) Отсечения, добавляемые для исключения дробных решений в целочисленном программировании</p> <p>г) Методы локального поиска для QUBO</p>	в	ПК-2
8.	Для нахождения кратчайших путей в графах с неотрицательными весами используется...	Алгоритм Дейкстры	ОПК-1
9.	Как называется класс задач, для которых решение можно проверить за полиномиальное время?	NP	ОПК-1
10.	Какой метод используется для приближённого решения задачи 0/1 Knapsack с гарантией точности?	FPTAS	ПК-1
11.	Назовите метод оптимизации, основанный на поэтапном делении пространства решений и отсечении ветвей.	Метод ветвей и границ	ПК-2
12.	Как называется релаксация целочисленной задачи, в которой целочисленные ограничения заменены на вещественные?	LP-релаксация	УК-6