
УТВЕРЖДЕНА

Решением Ученого совета
АНО ВО «Центральный университет»
«25» мая 2026 г.
Протокол №2

**Рабочая программа дисциплины (модуля)
«Математическая статистика»**

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) подготовки: Прикладной искусственный интеллект

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Срок освоения программы: 4 года

Год набора: 2026

**Москва
2026**

Содержание

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)	3
2. Перечень планируемых результатов обучения	5
3. Тематический план	8
4. Содержание дисциплины (модуля)	8
5. Учебно-методическое обеспечение	9
6. Материально-техническое обеспечение	9
7. Методические и оценочные материалы	11

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Математическая статистика» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», профиль «Прикладной искусственный интеллект», утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 807 от 23.08.2017 года.

Изучение дисциплины (модуля) «Математическая статистика» позволяет критически оценивать информацию, выбирать корректные методы анализа и делать надёжные выводы в условиях неопределённости. Математическая статистика является фундаментом для принятия решений на основе данных во многих областях — от науки и экономики до машинного обучения и медицины.

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина (модуль) включена в учебный план по программе подготовки бакалавриата по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», профиль «Прикладной искусственный интеллект» и входит в обязательную часть Блока 1.

Дисциплина (модуль) изучается на 2 курсе в 4 семестре, доступна для изучения после успешного освоения дисциплины (модуля) «Теория вероятностей».

Цель изучения дисциплины (модуля): заключается в формировании у студентов систематических знаний и практических навыков в области математической статистики для анализа данных, проверки гипотез и построения обоснованных выводов на основе выборочных наблюдений.

Задачи изучения дисциплины (модуля):

- освоение знаний об основных понятиях теории вероятностей и математической статистики: выборка, распределение, статистическая оценка, доверительный интервал, статистическая гипотеза;
- развитие понимания принципов построения доверительных интервалов, проверки гипотез и свойств выборочных распределений, а также условий применимости параметрических и непараметрических методов;
- формирование и развитие способностей применять методы корреляционного анализа, выбирать подходящие статистические критерии и интерпретировать результаты в контексте прикладных задач;
- приобретение навыков использования программных средств для статистической обработки данных, визуализации выборок и представления результатов анализа в понятной аналитической форме;
- развитие компетенций в критическом анализе данных, включая проверку предпосылок методов, выявление выбросов и оценку устойчивости выводов.

В результате освоения дисциплины (модуля), обучающийся должен:

знать:

- основные понятия теории вероятностей и математической статистики: выборка, распределение, параметр, статистическая оценка, статистическая гипотеза;
- свойства выборочных распределений и их связь с параметрами генеральной совокупности;
- принципы построения доверительных интервалов и проверки статистических гипотез;
- методы корреляционного анализа и условия их применимости;
- основы непараметрических методов статистики и особенности их применения.

уметь:

- строить и интерпретировать выборочные характеристики (средние, дисперсии, квантили и др.);
- вычислять доверительные интервалы и проводить проверку статистических гипотез для различных типов данных;
- применять методы корреляционного анализа для исследования статистических зависимостей;
- использовать непараметрические критерии при нарушении предпосылок параметрических методов;
- выбирать подходящие статистические методы для решения практических задач и интерпретировать полученные результаты.

владеть:

- навыками статистического анализа данных и формулирования обоснованных выводов;
- навыками оценки корректности применяемых статистических методов и учета их ограничений;
- навыками визуализации данных и представления результатов статистического анализа в понятной аналитической форме;
- навыками использования программных средств для выполнения статистических расчетов;
- навыками критического анализа данных, включая проверку предпосылок, выявление выбросов и оценку устойчивости результатов.

2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

Код и содержание компетенции	Индикатор компетенции и перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает методы поиска и анализа информации в области разработки, основные принципы критической оценки источников информации и их релевантности.
	УК-1.2. Умеет критически оценивать источники информации и синтезировать данные из различных источников для решения задач, применять системный подход к анализу и решению комплексных проблем.
	УК-1.3. Имеет практический опыт работы с современными инструментами и технологиями для обработки информации, формулировании и структурировании задач на основе полученной информации.
ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает основные понятия, методы и результаты математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической и дифференциальной геометрии, топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов и теоретической механики.
	ОПК-1.2. Умеет применять фундаментальные математические знания и методы для анализа и решения профессиональных задач.
	ОПК-1.3. Имеет практический опыт выбора, разработки и реализации математических моделей и методов при решении задач профессиональной деятельности.
ППК-ДА3. Способен проводить аналитические исследования с применением технологий больших данных	ППК-ДА3.1. – Применяет методы машинного обучения и статистического анализа (базовый) ППК-ДА3.1. 3-1. Знает основные алгоритмы машинного обучения ППК-ДА3.1. 3-2. Знает методы статистического анализа данных ППК-ДА3.1. 3-3. Знает критерии выбора алгоритмов для различных задач ППК-ДА3.1. У-1. Умеет реализовывать алгоритмы машинного обучения ППК-ДА3.1. У-2. Умеет интерпретировать результаты статистического анализа

	ППК-ДА3.2. – Обеспечивает соответствие результатов анализа бизнес-задачам заказчика (средний) ППК-ДА3.2. 3-1. Знает методы перевода бизнес-требований в аналитические задачи ППК-ДА3.2. 3-2. Знает ключевые бизнес-метрики в предметной области ППК-ДА3.2. 3-3. Знает принципы интерпретации результатов для бизнес-пользователей ППК-ДА3.2. У-1. Умеет адаптировать аналитические модели под бизнес-потребности ППК-ДА3.2. У-2. Умеет оценивать экономический эффект от аналитических решений
	ППК-ДА3.3. – Подготавливает отчеты и визуализации для презентации результатов (средний) ППК-ДА3.3 3-1. Знает принципы эффективной визуализации данных ППК-ДА3.3 3-2. Знает инструменты создания аналитических отчетов ППК-ДА3.3 3-3. Знает методы сторителлинга на основе данных ППК-ДА3.3 У-1. Умеет выбирать оптимальные типы визуализации ППК-ДА3.3 У-2. Умеет создавать интерактивные дашборды
ППК-ДА5. Способен применять методы статистического анализа и теорию эксперимента для планирования, проведения и интерпретации результатов экспериментов	ППК-ДА5.1. Разрабатывает дизайн эксперимента, включая формирование гипотез, определение метрик и размера выборки (базовый) ППК-ДА5.1. 3-1. Знает основные принципы планирования экспериментов (рандомизация, контрольные группы, мощность теста). ППК-ДА5.1. 3-2. Знает методы расчёта размера выборки для достижения заданной мощности. ППК-ДА5.1. У-1. Умеет формулировать статистические гипотезы (H_0, H_1). ППК-ДА5.1. У-2. Умеет выбирать метрики для оценки эффекта воздействия.
	ППК-ДА5.2. Проводит статистический анализ данных эксперимента (проверка гипотез, расчёт доверительных интервалов) (средний) ППК-ДА5.2. 3-1. Знает методы проверки гипотез (t-тест, χ^2, ANOVA). ППК-ДА5.2. 3-2. Знает методы построения доверительных интервалов для долей, средних, разностей. ППК-ДА5.2. У-1. Умеет применять критерии для сравнения групп. ППК-ДА5.2. У-2. Умеет интерпретировать p-value и уровень значимости.
	ППК-ДА5.3. Интерпретирует результаты экспериментов и формулирует выводы для принятия бизнес-решений (продвинутый) ППК-ДА5.3. 3-1. Знает принципы причинно-следственного вывода (Causal Inference).

	ППК-ДА5.3. 3-2. Знает ограничения и риски некорректной интерпретации (ложные положительные/отрицательные результаты). ППК-ДА5.3. У-1. Умеет визуализировать результаты эксперимента. ППК-ДА5.3. У-2. Умеет формулировать рекомендации на основе статистических выводов.
--	--

3. Тематический план

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Трудоемкость, академические часы				ТКУ (текущий контроль успеваемости)
		Очная форма				
		Аудиторная работа		Контроль	Самостоятель ная работа	
		Лекции	Практические занятия			
1	Параметрическая статистика: точечное оценивание	12	12		16	Домашнее задание
2	Параметрическая статистика: интервальное оценивание	6	6	2	24	Домашнее задание, Контрольная работа
3	Параметрическая статистика: проверка гипотез	6	6		24	Домашнее задание, Контест
4	Непараметрическая статистика	4	4		10	Домашнее задание, Контест
5	Специальные методы статистики	2	2	2	10	Домашнее задание, Контест
	Экзамен			2		
Итого:		30	30	6	124	
Объем дисциплины (модуля) (в ак. ч.)		190				
Объем дисциплины (модуля) (в зач. ед.)		5				

4. Содержание дисциплины (модуля)

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание дисциплины (модуля) по темам
1	Параметрическая статистика: точечное оценивание	Введение в параметрическую статистику. Сходимость случайных векторов. Сходимость случайных векторов. Оценки. Эффективные оценки. Метод максимального правдоподобия
2	Параметрическая статистика: интервальное оценивание	Доверительные интервалы. Классические методы доверительного оценивания. Бутстреп
3	Параметрическая статистика: проверка гипотез	Основы проверки статистических гипотез. Построение тестов. Практика проверки гипотез
4	Непараметрическая статистика	Основы непараметрической статистики. Непараметрические критерии согласия
5	Специальные методы статистики	Метод Монте-Карло

5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Основная литература:

1. Лагутин, М. Б. Наглядная математическая статистика : учебное пособие / М. Б. Лагутин. - 9-е изд. - Москва : Лаборатория знаний, 2023. - 475 с. - ISBN 978-5-93208-651-3. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2032511>.

2. Лагутин, М. Б. Наглядная математическая статистика : учебное пособие / М. Б. Лагутин. - 9-е изд. - Москва : Лаборатория знаний, 2023. - 475 с. - ISBN 978-5-93208-651-3. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2032511>.

Дополнительная литература:

1. Малугин, В. А. Математическая статистика : учебник для вузов / В. А. Малугин. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 218 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-06965-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/586161>.

6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- механическими калькуляторами;
- специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том

числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

№	Наименование портала (издания, курса, документа)	Ссылка
1.	Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека	https://elibrary.ru/defaultx.asp
2.	База данных для IT-специалистов	https://habr.com
3.	База данных ScienceDirect	https://www.sciencedirect.com
4.	Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации	https://minobrnauki.gov.ru/
5.	Федеральный портал «Российское образование»	https://www.edu.ru/
6.	Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	http://window.edu.ru/
7.	Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов	http://school-collection.edu.ru/
8.	Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов	http://fcior.edu.ru/

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Наименование ПО	Производство	Лицензионное / свободно распространяемое
Операционные системы:		
Microsoft Imagine (Windows Client, Server)	зарубежное	лицензионное
Браузеры:		
Яндекс.Браузер	отечественное	свободно распространяемое
Google Chrome	зарубежное	свободно распространяемое
Офисные приложения:		
Microsoft Imagine (Visio, OneNote)	зарубежное	лицензионное
TeXstudio	зарубежное	свободно распространяемое
Adobe Acrobat Reader	зарубежное	свободно распространяемое
Программное обеспечение для планирования и учета времени:		
Toggle app	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления проектами:		
Microsoft Imagine (Project)	зарубежное	лицензионное
Системы управления базами данных:		
Microsoft Imagine (SQL Server)	зарубежное	лицензионное
Системы резервного копирования (backup):		
Acronis Backup Advanced for HyperV	зарубежное	лицензионное
Справочно-правовые системы:		
КонсультантПлюс: справочно-правовая система	отечественное	лицензионное
Средства антивирусной защиты:		
Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition	отечественное	лицензионное
Среды разработки:		
Visual Studio Code	зарубежное	свободно распространяемое
Bash (Unix shell)	зарубежное	свободно распространяемое
Anaconda	зарубежное	свободно распространяемое
Robotic Operating System	зарубежное	свободно распространяемое

CopelliaSim	зарубежное	свободно распространяемое
Google Colaboratory	зарубежное	свободно распространяемое
Пакеты программных средств и библиотек:		
AutoPsy	зарубежное	свободно распространяемое
Interactive Disassembler (IDA)	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления библиографической информацией:		
Zotero	зарубежное	свободно распространяемое
Сервисы и службы:		
Bind	зарубежное	свободно распространяемое
Docker	зарубежное	свободно распространяемое

7. Методические и оценочные материалы

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Математическая статистика» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекции, семинары, домашние задания, контрольная работа и контест, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив. Кроме того, студентам предоставляется возможность получения бонусных баллов за высокий уровень выполнения домашних заданий, превышающий стандартные требования, проявление инициативы и креативности.

Лекция – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удастся, следует сформулировать вопрос и задать его преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

Семинар – это форма учебной деятельности, проводимая в учебном заведении под руководством преподавателя, где студенты активно участвуют в обсуждениях, практических заданиях и других формах взаимодействия.

Для успешной подготовки к семинару рекомендуется заранее ознакомиться с темой занятия и основными материалами, чтобы иметь возможность активно участвовать в обсуждении. Также полезно подготовить вопросы и идеи для обсуждения, что поможет глубже понять материал и продемонстрировать заинтересованность.

Домашнее задание – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал. Использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

Контрольная работа – письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время.

Цель контрольной работы – получить специальные знания по одной или нескольким темам дисциплины и продемонстрировать навыки их практического применения.

Контест – интерактивная платформа с заданиями разного уровня сложности и

Электронный документ

автоматической проверкой результатов.

Контекст позволяет оперативно оценивать усвоение материала и выявлять пробелы в знаниях через тесты и практические задачи. Такой формат способствует регулярной самопроверке и повышает мотивацию к изучению дисциплины.

Самостоятельная работа – работа студентов, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине (модулю) «Математическая статистика»

Оценивание уровня учебных достижений, обучающихся по дисциплине (модулю), осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) осуществляется в форме *экзамена*, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом, если иное не указано в syllabus дисциплины:

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
10	Отлично	Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину. Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами.
9	Отлично	
8	Отлично	
7	Хорошо	Студент обладает знаниями предмета почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты
6	Хорошо	

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
		анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами.
5	Удовлетворительно	Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине (модулю), но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Студент способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования.
4	Удовлетворительно	
3	Не сдан	Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы.
2	Не сдан	
1	Не сдан	

Дисциплина (модуль) «Математическая статистика» оценивается следующим образом:

Активность	Вес	Количество	Описание
Домашнее задание	15%	15	Набор задач по темам недели
Контеcт	30%	3	Интерактивные задания разного уровня сложности с автоматической проверкой результатов
Контрольная работа	20%	1	Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время
Экзамен	35%	1	Письменная или устная работа над заданием, направленным на проверку полученных знаний и навыков по дисциплине (модулю)

В рамках изучения дисциплины (модуля) возможно получение бонусных баллов.

Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модулю) «Математическая статистика»: $\langle 0,15 \times \text{среднее за домашние задания} + 0,3 \times \text{среднее за контеcты} + 0,3 \times \text{контрольная работа} + 0,35 \times \text{экзамен} \rangle$.

Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

Примерные домашние задания

Домашнее задание 1.

Задание 1. Опишите основные понятия параметрической статистики: выборка, статистическая модель, параметр распределения, точечная оценка. Приведите примеры распределений (нормальное, биномиальное, экспоненциальное) и их параметров.

Задание 2. Для заданного набора данных (например, выборка из нормального или экспоненциального распределения) вычислите выборочные оценки параметров (среднее, дисперсия). Сравните их с истинными значениями (если известны) и проанализируйте поведение оценок при увеличении объёма выборки.

Задание 3. Примените метод максимального правдоподобия для нахождения оценок параметров распределения (на выбор: нормальное, биномиальное или экспоненциальное). Выведите формулы аналитически и реализуйте вычисления на примере синтетических или реальных данных.

Задание 4: Исследуйте свойства оценок: состоятельность, несмещённость, эффективность. На моделированных данных покажите, как оценки ведут себя при росте объёма выборки. Постройте графики зависимости смещения и дисперсии от размера выборки.

Домашнее задание 2.

Задание 1. Постройте доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии нормально распределённой случайной величины при известной и неизвестной дисперсии. Объясните, почему в каждом случае используется разное распределение (нормальное, t-Стьюдента, хи-квадрат).

Задание 2. Для заданной выборки постройте доверительные интервалы различными методами: аналитически (по формулам) и с помощью бутстрепа. Сравните полученные интервалы и проанализируйте их ширину и покрытие при разных уровнях доверия.

Задание 3. Проведите численный эксперимент: сгенерируйте множество выборок из известного распределения и постройте доверительные интервалы для среднего. Оцените долю интервалов, накрывающих истинное значение (покрытие). Проанализируйте, как покрытие зависит от объёма выборки и уровня доверия.

Задание 4: Используя бутстреп, постройте доверительные интервалы для медианы и коэффициента вариации — параметров, для которых нет аналитических формул. Сравните результаты с классическими интервалами для среднего.

Домашнее задание 3.

Задание 1. Сформулируйте нулевую и альтернативную гипотезы для проверки равенства среднего значения генеральной совокупности заданному числу. Проведите z- или t-тест, в зависимости от условий, и сделайте вывод на основе p-value.

Задание 2. Проверьте гипотезу о равенстве средних двух независимых выборок с помощью t-критерия Стьюдента. Проверьте предпосылки (нормальность, равенство дисперсий), при необходимости используйте непараметрическую альтернативу.

Задание 3. Постройте мощность теста численно: зафиксируйте объём выборки и уровень значимости, затем оцените вероятность отвержения нулевой гипотезы при различных значениях альтернативы. Постройте график мощности.

Задание 4: Проведите множественную проверку гипотез (например, сравнение средних в нескольких группах). Примените поправку Бонферрони или метод Холма для контроля уровня ложных открытий (FWER). Объясните, зачем такие поправки нужны.

Примерные задания для контеста

Контест 1.

Задание 1.

Как называется вероятность отвергнуть нулевую гипотезу, когда она верна?

Ответ: ошибка первого рода / уровень значимости / α

Задание 2.

Для проверки гипотезы о среднем при известной дисперсии нормального распределения используется:

- A) t-критерий
- B) критерий хи-квадрат
- C) z-критерий
- D) критерий Фишера

Ответ: C

Задание 3.

Выборка из 25 наблюдений имеет среднее 10.4 и стандартное отклонение 2. Проверяется гипотеза $H_0: \mu = 10$ против $H_1: \mu \neq 10$.

Рассчитайте значение t-статистики. Округлите до двух знаков после запятой.

Ответ: 1.00

Задание 4.

p-value оказалось равно 0.03. При уровне значимости 0.05 нулевая гипотеза:

- A) Принимается
- B) Отклоняется
- C) Требуется больше данных
- D) Не может быть проверена

Ответ: B

Задание 5.

При сравнении средних двух независимых выборок объёмом 15 и 18, с равными, но неизвестными дисперсиями, число степеней свободы для t-критерия Стьюдента равно:

Ответ: 31

Контест 2.**Задание 1.**

Какой критерий используется для проверки гипотезы о медиане одной выборки при отсутствии предположений о распределении?

- A) t-критерий
- B) Критерий знаков
- C) Критерий хи-квадрат
- D) Критерий Фишера

Ответ: B

Задание 2.

Критерий Манна–Уитни применяется для сравнения:

- A) Дисперсий двух выборок
- B) Средних трёх и более выборок
- C) Медиан двух независимых выборок
- D) Согласия с нормальным распределением

Ответ: C

Задание 3

Выборка: 3, 5, 7, 8, 10. Проверяется гипотеза о том, что медиана равна 6. Сколько наблюдений больше 6?

Ответ: 3

Задание 4

Критерий Колмогорова–Смирнова используется для проверки:

- A) Равенства средних
- B) Нормальности распределения
- C) Независимости признаков
- D) Согласия эмпирического распределения с теоретическим

Ответ: D

Задание 5

Для двух выборок объёмом 10 и 12 критерий Манна–Уитни дал статистику $U=35$.
Чему равна сумма рангов в первой выборке?

Подсказка: $U=R1-2n1(n1+1)$

Ответ: 90

Контеcт 3.

Задание 1

Метод Монте-Карло основан на:

- A) Аналитических преобразованиях
- B) Символьных вычислениях
- C) Случайном моделировании
- D) Градиентном спуске

Ответ: C

Задание 2

Чтобы оценить $E[X^2]$, где $X \sim \text{Uniform}(0,2)$, с помощью Монте-Карло нужно:

- A) Взять одно значение X и возвести в квадрат
- B) Сгенерировать много значений X , возвести в квадрат, найти среднее
- C) Решить интеграл аналитически
- D) Построить гистограмму

Ответ: B

Задание 3

С помощью метода Монте-Карло оцените $\int_0^1 e^{-x^2} dx$.

Сгенерируйте 10000 точек из $\text{Uniform}(0,1)$, вычислите среднее $e^{-x_i^2}$.

Введите результат с точностью до 3 знаков после запятой.

Примерный правильный ответ: 0.747

(Система принимает значения в диапазоне $[0.740, 0.755]$ с учётом статистической вариации)

Задание 4

Чтобы оценить мощность теста с помощью Монте-Карло, нужно:

- A) Проверить гипотезу один раз
- B) Многократно моделировать данные под альтернативой и считать долю отвержений H_0
- C) Найти p-value аналитически
- D) Использовать бутстреп

Ответ: B

Задание 5

Пусть $X_1, \dots, X_n \sim N(0,1)$. Оцените с помощью Монте-Карло вероятность $P(X > 0.5)$ при $n=25$.

Проведите 10000 симуляций. Введите результат с точностью до 3 знаков после запятой.

Примерный правильный ответ: 0.006

(Допустимый диапазон: $[0.005, 0.007]$)

Примерные задания для контрольной работы

1. Выборка объёмом 100 из нормального распределения имеет выборочное среднее 15.2. Является ли это значение точечной оценкой математического ожидания? Обоснуйте ответ.
2. Для выборки $x_1, x_2, \dots, x_n$ из экспоненциального распределения с плотностью $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, x > 0$, запишите функцию правдоподобия.

3. Найдите оценку максимального правдоподобия параметра λ для экспоненциального распределения.
4. Выборка: 4, 6, 5, 7, 3. Найдите несмещённую оценку дисперсии.
5. Что означает, что оценка является *состоятельной*? Приведите пример состоятельной оценки.
6. Постройте 95%-й доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения, если известно: $\bar{x}=20$, $\sigma=4$, $n=64$. Используйте квантиль $z_{0.975}=1.96$.
7. Чему равен коэффициент доверия, если уровень значимости $\alpha=0.01$?
8. В каком случае для построения доверительного интервала для среднего используется t-распределение вместо нормального?
9. Объясните, в чём суть метода бутстрепа при построении доверительного интервала для медианы.
10. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёмом 25. Выборочное среднее — 50, исправленное стандартное отклонение — 10. Найдите значение t-статистики для проверки гипотезы $H_0: \mu=48$.

Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

№ п/п	Задание	Ответ	Компетенция	Индикатор
1.	В контексте параметрической статистики укажите термин для базового понятия, обозначающего числовую характеристику генеральной совокупности, которую необходимо оценить.	параметр / параметр распределения	УК-1	УК-1.1
2.	В разделе теоретических основ укажите название метода, используемого для построения точечных оценок на основе наблюдаемых данных.	метод максимального правдоподобия / maximum likelihood estimation	УК-1	УК-1.1
3.	При анализе свойств оценок укажите термин для оценки, математическое ожидание которой совпадает с истинным значением параметра.	несмещённая оценка / unbiased estimator	УК-1	УК-1.2
4.	В системном подходе к статистическому выводу укажите свойство оценки, при котором она приближается к истинному значению при увеличении объёма выборки.	состоятельность / consistent estimator	УК-1	УК-1.2
5.	При работе с научными источниками укажите репозиторий для публикации статистических данных и кода анализа с версионированием.	GitHub / GitLab / Zenodo / Figshare	УК-1	УК-1.3
6.	При использовании современных инструментов укажите программную среду для статистического анализа с открытым исходным кодом.	R / Python / JASP / Jamovi	УК-1	УК-1.3

7.	В прикладной математике статистики укажите интервал, который с заданной вероятностью покрывает истинное значение параметра.	доверительный интервал / confidence interval	ОПК-1	ОПК-1.1
8.	При формулировке задачи оценки среднего при неизвестной дисперсии укажите распределение, используемое для построения доверительного интервала.	t-распределение / распределение Стьюдента	ОПК-1	ОПК-1.1
9.	В анализе результатов проверки гипотез укажите величину, определяющую порог для отклонения нулевой гипотезы.	уровень значимости / alpha	ОПК-1	ОПК-1.2
10.	При решении задач проверки гипотез укажите значение, при котором нулевая гипотеза отклоняется, если оно меньше заданного уровня значимости.	p-value / достигаемый уровень значимости	ОПК-1	ОПК-1.2
11.	В математической формулировке статистических задач укажите гипотезу, подлежащую проверке и предполагающую отсутствие эффекта.	нулевая гипотеза / H_0	ОПК-1	ОПК-1.3
12.	При обосновании статистического вывода укажите математическую операцию, лежащую в основе построения доверительного интервала для среднего.	оценка стандартной ошибки / вычисление стандартной ошибки	ОПК-1	ОПК-1.3
13.	В методах статистического анализа укажите алгоритм машинного обучения для задачи классификации на основе байесовской теоремы.	наивный байесовский классификатор / Naive Bayes	ППК-ДА3	ППК-ДА3.1
14.	При выборе алгоритмов МО укажите метод, используемый для задачи регрессии с регуляризацией L1.	Lasso-регрессия / Lasso regression	ППК-ДА3	ППК-ДА3.1
15.	В интерпретации результатов статистического анализа укажите метрику для оценки качества классификации при несбалансированных классах.	F1-score / F1-мера / ROC-AUC	ППК-ДА3	ППК-ДА3.1
16.	При адаптации аналитических моделей под бизнес-потребности укажите подход к упрощению модели для интерпретации заказчиком.	feature importance / важность признаков / SHAP values	ППК-ДА3	ППК-ДА3.2
17.	При создании аналитических отчетов укажите принцип эффективной визуализации, избегающий избыточных элементов.	data-ink ratio / принцип минимализма	ППК-ДА3	ППК-ДА3.3
18.	В инструментах создания дашбордов укажите платформу для интерактивной визуализации статистических данных.	Tableau / Power BI / Plotly Dash	ППК-ДА3	ППК-ДА3.3

19.	При планировании экспериментов укажите принцип, обеспечивающий случайное распределение участников по группам.	рандомизация / randomization	ППК-ДА5	ППК-ДА5.1
20.	В определении размера выборки укажите параметр, определяющий вероятность обнаружения эффекта при его наличии.	мощность теста / statistical power	ППК-ДА5	ППК-ДА5.1
21.	При формулировке статистических гипотез укажите обозначение гипотезы, предполагающей наличие эффекта.	альтернативная гипотеза / H_1	ППК-ДА5	ППК-ДА5.1
22.	В выборе метрик для оценки эффекта воздействия укажите показатель для сравнения средних значений двух групп.	разница средних / mean difference	ППК-ДА5	ППК-ДА5.1
23.	При проверке гипотез укажите критерий для сравнения средних двух независимых выборок при нормальном распределении.	t-тест Стьюдента / Student's t-test	ППК-ДА5	ППК-ДА5.2
24.	В методах построения доверительных интервалов укажите подход для оценки доли в генеральной совокупности.	интервал Уилсона / Wilson interval / нормальное приближение	ППК-ДА5	ППК-ДА5.2
25.	При применении критериев для сравнения групп укажите тест для сравнения средних трёх и более групп.	ANOVA / дисперсионный анализ	ППК-ДА5	ППК-ДА5.2
26.	В интерпретации p-value и уровня значимости укажите пороговое значение, принятое по умолчанию в большинстве исследований.	0.05 / 5%	ППК-ДА5	ППК-ДА5.2
27.	При причинно-следственном выводе укажите метод для оценки эффекта лечения при наличии смешивающих переменных.	propensity score matching / метод склонности	ППК-ДА5	ППК-ДА5.3
28.	В ограничениях интерпретации укажите тип ошибки при отклонении верной нулевой гипотезы.	ошибка I рода / Type I error / false positive	ППК-ДА5	ППК-ДА5.3
29.	При визуализации результатов эксперимента укажите график для отображения распределения данных по группам.	box plot / box-and-whisker plot / ящик с усами	ППК-ДА5	ППК-ДА5.3
30.	При формулировке рекомендаций на основе статистических выводов укажите документ для представления результатов заказчику.	аналитический отчёт / executive summary	ППК-ДА5	ППК-ДА5.3