

---

**УТВЕРЖДЕНА**

Решением Ученого совета  
АНО ВО «Центральный университет»  
«25» мая 2026 г.  
Протокол №2

**Рабочая программа дисциплины (модуля)  
«Дифференциальные уравнения»**

**Направление подготовки:** 02.03.01 Математика и компьютерные науки

**Направленность (профиль) подготовки:** Прикладной искусственный интеллект

**Квалификация (степень) выпускника:** бакалавр

**Форма обучения:** очная

**Срок освоения программы:** 4 года

**Год набора:** 2026

**Москва  
2026**

## Содержание

|                                                     |    |
|-----------------------------------------------------|----|
| 1. Краткая характеристика дисциплины (модуля) ..... | 3  |
| 2. Перечень планируемых результатов обучения .....  | 5  |
| 3. Тематический план .....                          | 7  |
| 4. Содержание дисциплины (модуля) .....             | 7  |
| 5. Учебно-методическое обеспечение .....            | 9  |
| 6. Материально-техническое обеспечение .....        | 9  |
| 7. Методические и оценочные материалы .....         | 11 |

## **1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)**

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Дифференциальные уравнения» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», профиль «Прикладной искусственный интеллект», утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 807 от 23.08.2017 года.

Изучение дисциплины (модуля) «Дифференциальные уравнения» обеспечивает математическую основу для понимания и описания процессов изменения во времени и пространстве, что является ключевым для разработки алгоритмов и программных средств в прикладной математике и компьютерных науках. Кроме того, знание дифференциальных уравнений способствует развитию аналитического мышления и способности к решению сложных междисциплинарных задач.

### **Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Настоящая дисциплина (модуль) включена в учебный план по программе подготовки бакалавриата по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», профиль «Прикладной искусственный интеллект» и входит в вариативную часть Блока 1 формируемую участниками образовательных отношений как дисциплина по выбору.

Дисциплина (модуль) изучается на 3 курсе в 5 семестре. Доступна к изучению после успешного освоения дисциплин (модулей): «Математический анализ. Часть 1», «Математический анализ. Часть 2» и «Линейная алгебра и геометрия. Часть 1», «Линейная алгебра и геометрия. Часть 2» или «Математический анализ. Продвинутый уровень. Часть 1», «Математический анализ. Продвинутый уровень. Часть 2» и «Линейная алгебра и геометрия. Продвинутый уровень. Часть 1», «Линейная алгебра и геометрия. Продвинутый уровень. Часть 2».

**Цель изучения дисциплины (модуля):** формирование у студентов фундаментальных знаний и навыков решения и анализа дифференциальных уравнений, необходимых для моделирования и исследования динамических процессов в различных областях науки и техники.

### **Задачи изучения дисциплины (модуля):**

- освоить основные типы и классификации дифференциальных уравнений и их решений;
- научиться анализировать и формулировать задачи, сводящиеся к дифференциальным уравнениям, решать различные прикладные задачи;
- научиться формулировать и решать задачи, моделируемых с помощью дифференциальных уравнений, в рамках междисциплинарных исследований;
- научиться осуществлять критический анализ и обосновывать выбор методов решения для конкретных типов уравнений.

### **В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:**

#### **знать:**

- основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) и их классификацию;
- фундаментальные теоремы существования и единственности решений;
- основные аналитические и качественные методы исследования ОДУ;
- теорию устойчивости решений и методы её анализа;
- важнейшие приложения ОДУ в естественных науках и технике.

#### **уметь:**

- определять тип ОДУ и выбирать соответствующий метод решения;
- применять аналитические методы для решения основных классов ОДУ;

- исследовать качественное поведение решений, включая вопросы устойчивости;
- строить фазовые портреты для автономных систем;
- использовать численные методы для приближённого решения ОДУ;
- применять теорию ОДУ для решения прикладных задач.

***владеть:***

- математическим аппаратом теории обыкновенных дифференциальных уравнений;
- методами аналитического и качественного анализа ОДУ;
- навыками построения математических моделей с использованием ОДУ;
- техникой исследования устойчивости динамических систем;
- основами численных методов решения ОДУ.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

| <b>Код и содержание компетенции</b>                                                                                                                     | <b>Индикатор компетенции и перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)</b>                                                                                                                                                                                                             |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ППК-Р4. Способен использовать базы данных при создании программных модулей и компонентов                                                                | ППК-Р4.1. Пишет программный код с использованием языков определения и манипулирования данными в базах данных (базовый)<br>ППК-Р4.1. 3-1. Знает архитектуры современных систем управления баз данных, включая SQL и noSQL<br>ППК-Р4.1. У-1. Умеет применять выбранные языки работы с базами данных           |
| ППК-Р5. Способен разрабатывать требования и проектировать программное обеспечение                                                                       | ППК-Р5.1. Анализирует возможности реализации требований к компьютерному программному обеспечению (средний)<br>ППК-Р5.1. 3-1. Знает возможности существующей программно-технической архитектуры<br>ППК-Р5.1. У-3. Умеет вырабатывать варианты реализации требований к компьютерному программному обеспечению |
|                                                                                                                                                         | ППК-Р5.4. Выполняет логическое проектирование системы (продвинутый)<br>ППК-Р5.4. 3-3. Знает базовые технологии взаимодействия и интеграции систем и компонентов<br>ППК-Р5.4. У-1. Умеет описывать интеграции со смежными системами на логическом уровне                                                     |
| ППК-Р6. Способен участвовать в промышленной разработке программного обеспечения                                                                         | ППК-Р6.4. Участвует в развертывании и поддержке программного обеспечения (продвинутый)<br>ППК-Р6.4. 3-1. Знает стратегии развертывания промышленного программного обеспечения<br>ППК-Р6.4. У-1. Умеет развертывать приложения в облаке                                                                      |
| ППК-Р7. Способен применять искусственный интеллект (ИИ) для генерации и отладки программного кода                                                       | ППК-Р7.4. Оценивает этические и профессиональные аспекты применения ИИ в разработке (продвинутый)<br>ППК-Р7.4. 3-1. Знает этические нормы использования ИИ (конфиденциальность, плагиат кода и т.п.)<br>ППК-Р7.4. У-2. Умеет документировать использование ИИ в разработке                                  |
| ППК-ДА4. Способен выявлять бизнес-проблемы или бизнес-возможности                                                                                       | ППК-ДА4.2. Выявление истинных бизнес-проблем или бизнес-возможностей (продвинутый)<br>ППК-ДА4.2. 3-2. Знает инструменты, техники анализа бизнес-ситуации и предметной области, включая анализ данных<br>ППК-ДА4.2. У-1. Умеет выявлять и классифицировать бизнес-проблемы или бизнес-возможности            |
| ППК-ДА5. Способен применять методы статистического анализа и теорию эксперимента для планирования, проведения и интерпретации результатов экспериментов | ППК-ДА5.1. Разрабатывает дизайн эксперимента (базовый)<br>ППК-ДА5.1. 3-1. Знает основные принципы планирования экспериментов<br>ППК-ДА5.1. У-2. Умеет выбирать метрики для оценки эффекта воздействия                                                                                                       |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                            |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| МО-2. Способен проектировать и внедрять системы автоматизации жизненного цикла машинного обучения (MLOps)                                                                                                                                                                         | МО-2.4. Автоматизирует процессы переобучения и развертывания моделей (продвинутый)<br>МО-2.4. 3-1. Знает стратегии автоматизации переобучения<br>МО-2.4. У-1. Умеет автоматизировать переобучение моделей и А/В-тестирование развертываний |
| РГ-1. Способен руководить процессами разработки компьютерного программного обеспечения                                                                                                                                                                                            | РГ-1.1. Руководит разработкой программного кода (средний)<br>РГ-1.1. У-1. Способен распределять задачи на разработку программного кода между исполнителями<br>РГ-1.1. У-3. Оценивает качество и эффективность программного кода            |
| РГ-2. Способен организовать процессы разработки компьютерного программного обеспечения                                                                                                                                                                                            | РГ-2.4. Управляет конфигурациями и выпусками программного продукта (продвинутый)<br>РГ-2.5. У-1. Умеет управлять версиями отдельных компонентов и программного продукта в целом                                                            |
| РГ-4. Способен организовать промышленную разработку программного обеспечения                                                                                                                                                                                                      | РГ-4.4. Организует развертывание и поддержку программного обеспечения (продвинутый)<br>РГ-4.4. У-1. Умеет организовать развертывание приложения в облаке                                                                                   |
| РГ-5. Способен организовать процессы применения искусственного интеллекта (ИИ) для генерации и отладки программного кода                                                                                                                                                          | РГ-5.4. Оценивает этические и профессиональные аспекты применения ИИ в разработке (продвинутый)<br>РГ-5.4. 3-1. Знает этические нормы использования ИИ (конфиденциальность, плагиат кода и т.п.)                                           |
| УК-4. (УНК-01.) Способен осуществлять деловую коммуникацию в устной и письменной формах на государственном языке Российской Федерации и иностранном(ых) языке(ах) <i>(соответствует УНК-01 – Способен применять коммуникационные компетенции в профессиональной деятельности)</i> | УНК-01.02. Демонстрирует владение профессиональной культурой (базовый)<br>УНК-01.02.01. У-3. Умеет грамотно оформлять документацию и вести коммуникацию в соответствии с профессиональными стандартами                                     |
| УК-3. (УНК-02.) Способен осуществлять социальное взаимодействие и реализовывать свою роль в команде <i>(соответствует УНК-02 – Способен применять методы коллективной работы в профессиональной деятельности)</i>                                                                 | УНК-02.02. Проявляет лидерство и осуществляет наставничество (базовый)<br>УНК-02.02.01. У-3. Умеет делиться знаниями и опытом, оказывать поддержку и осуществлять наставничество коллегам                                                  |

### 3. Тематический план

| №п/<br>п                                  | Наименование<br>раздела дисциплины<br>(модуля)                                           | Трудоемкость, академические часы |                      |          |                        | ТКУ<br>(текущий<br>контроль<br>успеваемости) |
|-------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|----------------------|----------|------------------------|----------------------------------------------|
|                                           |                                                                                          | Очная форма                      |                      |          |                        |                                              |
|                                           |                                                                                          | Аудиторная работа                |                      | Контроль | Самостоятельная работа |                                              |
|                                           |                                                                                          | Лекции                           | Практические занятия |          |                        |                                              |
| 1                                         | Основные понятия и определения                                                           | 2                                | 2                    |          | 8                      | Домашние задания,<br>Подготовка к семинару   |
| 2                                         | Простейшие типы дифференциальных уравнений первого порядка                               | 2                                | 2                    |          | 8                      | Домашние задания,<br>Подготовка к семинару   |
| 3                                         | Теоретические основы                                                                     | 4                                | 4                    |          | 16                     | Домашние задания,<br>Подготовка к семинару   |
| 4                                         | Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами n-го порядка            | 2                                | 2                    | 2        | 8                      | Домашние задания,<br>Контрольная работа      |
| 5                                         | Системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами | 4                                | 4                    |          | 16                     | Домашние задания,<br>Подготовка к семинару   |
| 6                                         | Линейные дифференциальные уравнения и системы с переменными коэффициентами               | 4                                | 4                    |          | 16                     | Домашние задания,<br>Подготовка к семинару   |
| 7                                         | Теоретические основы                                                                     | 2                                | 2                    |          | 8                      | Домашние задания,<br>Подготовка к семинару   |
| 8                                         | Автономные системы дифференциальных уравнений                                            | 6                                | 6                    | 2        | 24                     | Домашние задания,<br>Контрольная работа      |
| 9                                         | Основы теории устойчивости                                                               | 4                                | 4                    |          | 16                     | Домашние задания,<br>Подготовка к семинару   |
|                                           | Экзамен                                                                                  |                                  |                      | 4        |                        |                                              |
| Итого:                                    |                                                                                          | 30                               | 30                   | 8        | 122                    |                                              |
| Объем дисциплины (модуля)<br>(в ак. ч.)   |                                                                                          | 190                              |                      |          |                        |                                              |
| Объем дисциплины (модуля)<br>(в зач. ед.) |                                                                                          | 5                                |                      |          |                        |                                              |

#### 4. Содержание дисциплины (модуля)

| №п/п | Наименование раздела дисциплины (модуля)                                                 | Содержание дисциплины (модуля) по темам                                                                                                                                                                                                                      |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1    | Основные понятия и определения                                                           | Общее определение дифференциального уравнения. Нормальный вид одного уравнения и системы. Задача Коши для одного уравнения и для системы                                                                                                                     |
| 2    | Простейшие типы дифференциальных уравнений первого порядка                               | Простейшие типы дифференциальных уравнений первого порядка                                                                                                                                                                                                   |
| 3    | Теоретические основы                                                                     | Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Теорема о продолжении решения                                                                                                                                                                    |
| 4    | Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами $n$ -го порядка         | Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами $n$ -го порядка                                                                                                                                                                             |
| 5    | Системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами | Общее решение однородной системы. Матричная экспонента и ее применение. Частное решение для правой части в виде вектор-квазимногочлена                                                                                                                       |
| 6    | Линейные дифференциальные уравнения и системы с переменными коэффициентами               | Фундаментальная система и фундаментальная матрица решений. Определитель Вронского. Формула Лиувилля-Остроградского. Метод вариации постоянных                                                                                                                |
| 7    | Теоретические основы                                                                     | Теорема о непрерывной зависимости от параметра и начальных условий. Теорема о дифференцируемости по параметру и начальному условию                                                                                                                           |
| 8    | Автономные системы дифференциальных уравнений                                            | Основные свойства фазовых траекторий. Положения равновесий линейных систем на плоскости. Построение фазовых портретов в окрестности гиперболических особых точек для нелинейных систем на плоскости. Теорема о выпрямлении векторного поля. Первые интегралы |
| 9    | Основы теории устойчивости                                                               | Устойчивость по Ляпунову и асимптотическая устойчивость. Теорема об устойчивости по первому приближению. Функция Ляпунова. Теоремы Ляпунова и Четаева                                                                                                        |

## 5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

### *Основная литература:*

1. Жукова, Г. С. Дифференциальные уравнения в примерах и задачах : учебное пособие / Г.С. Жукова. — Москва : ИНФРА-М, 2024. — 348 с. — (Высшее образование). — DOI 10.12737/1072182. - ISBN 978-5-16-019782-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2082671>.

2. Басов, В. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения: лекции и практические занятия : учебное пособие / В. В. Басов. - Санкт-Петербург : Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2023. - 438 с. - ISBN 978-5-288-06319-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2184296>.

3. Муратова, Т. В. Дифференциальные уравнения : учебник и практикум для вузов / Т. В. Муратова. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 524 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19174-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/560212>.

### *Дополнительная литература:*

1. Капкаева, Л. С. Математический анализ: теория пределов, дифференциальное исчисление : учебник для вузов / Л. С. Капкаева. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 246 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04898-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/563592>.

## 6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- механическими калькуляторами;
- специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

| №  | Наименование портала<br>(издания, курса, документа)                            | Ссылка                                                                          |
|----|--------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| 1. | Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека                          | <a href="https://elibrary.ru/defaultx.asp">https://elibrary.ru/defaultx.asp</a> |
| 2. | База данных для IT-специалистов                                                | <a href="https://habr.com">https://habr.com</a>                                 |
| 3. | База данных ScienceDirect                                                      | <a href="https://www.sciencedirect.com">https://www.sciencedirect.com</a>       |
| 4. | Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации | <a href="https://minobrnauki.gov.ru/">https://minobrnauki.gov.ru/</a>           |
| 5. | Федеральный портал «Российское образование»                                    | <a href="https://www.edu.ru/">https://www.edu.ru/</a>                           |
| 6. | Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"        | <a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a>                       |
| 7. | Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов                             | <a href="http://school-collection.edu.ru/">http://school-collection.edu.ru/</a> |
| 8. | Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов                     | <a href="http://fcior.edu.ru/">http://fcior.edu.ru/</a>                         |

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

| Наименование ПО                                                  | Производство  | Лицензионное / свободно распространяемое |
|------------------------------------------------------------------|---------------|------------------------------------------|
| <b>Операционные системы:</b>                                     |               |                                          |
| Microsoft Imagine (Windows Client, Server)                       | зарубежное    | лицензионное                             |
| <b>Браузеры:</b>                                                 |               |                                          |
| Яндекс.Браузер                                                   | отечественное | свободно распространяемое                |
| Google Chrome                                                    | зарубежное    | свободно распространяемое                |
| <b>Офисные приложения:</b>                                       |               |                                          |
| Microsoft Imagine (Visio, OneNote)                               | зарубежное    | лицензионное                             |
| TeXstudio                                                        | зарубежное    | свободно распространяемое                |
| Adobe Acrobat Reader                                             | зарубежное    | свободно распространяемое                |
| <b>Программное обеспечение для планирования и учета времени:</b> |               |                                          |
| Toggle app                                                       | зарубежное    | свободно распространяемое                |
| <b>Системы управления проектами:</b>                             |               |                                          |
| Microsoft Imagine (Project)                                      | зарубежное    | лицензионное                             |
| <b>Системы управления базами данных:</b>                         |               |                                          |
| Microsoft Imagine (SQL Server)                                   | зарубежное    | лицензионное                             |
| <b>Системы резервного копирования (backup):</b>                  |               |                                          |
| Acronis Backup Advanced for HyperV                               | зарубежное    | лицензионное                             |
| <b>Справочно-правовые системы:</b>                               |               |                                          |
| КонсультантПлюс: справочно-правовая система                      | отечественное | лицензионное                             |
| <b>Средства антивирусной защиты:</b>                             |               |                                          |

|                                                                        |               |                           |
|------------------------------------------------------------------------|---------------|---------------------------|
| Kaspersky Endpoint Security для бизнеса<br>Стандартный Russian Edition | отечественное | лицензионное              |
| <b>Среды разработки:</b>                                               |               |                           |
| Visual Studio Code                                                     | зарубежное    | свободно распространяемое |
| Bash (Unix shell)                                                      | зарубежное    | свободно распространяемое |
| Anaconda                                                               | зарубежное    | свободно распространяемое |
| Robotic Operating System                                               | зарубежное    | свободно распространяемое |
| CopelliaSim                                                            | зарубежное    | свободно распространяемое |
| Google Colaboratory                                                    | зарубежное    | свободно распространяемое |
| <b>Пакеты программных средств и библиотек:</b>                         |               |                           |
| AutoPsy                                                                | зарубежное    | свободно распространяемое |
| Interactive Disassembler (IDA)                                         | зарубежное    | свободно распространяемое |
| <b>Системы управления библиографической информацией:</b>               |               |                           |
| Zotero                                                                 | зарубежное    | свободно распространяемое |
| <b>Сервисы и службы:</b>                                               |               |                           |
| Bind                                                                   | зарубежное    | свободно распространяемое |
| Docker                                                                 | зарубежное    | свободно распространяемое |

## 7. Методические и оценочные материалы

### Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Дифференциальные уравнения» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекции, семинары, домашние задания, контрольная работа, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

*Лекция* – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удастся, следует сформулировать вопрос и задать его преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

*Семинар* – это форма учебной деятельности, проводимая в учебном заведении под руководством преподавателя, где студенты активно участвуют в обсуждениях, практических заданиях и других формах взаимодействия.

Для успешной подготовки к семинару рекомендуется заранее ознакомиться с темой занятия и основными материалами, чтобы иметь возможность активно участвовать в обсуждении. Также полезно подготовить вопросы и идеи для обсуждения, что поможет глубже понять материал и продемонстрировать заинтересованность.

*Аудиторная работа* – активная работа студента на семинаре, его ответы на вопросы преподавателя и участие в дискуссии.

Для успешного участия в семинаре студентам рекомендуется заранее ознакомиться с темой обсуждения, прочитать необходимые материалы и подготовить вопросы. Важно активно слушать и вовлекаться в дискуссию, высказывая свои мнения и аргументируя их. При ответах на вопросы преподавателя стоит быть уверенным, четким и логичным, опираясь на изученный материал. Также полезно поддерживать диалог с однокурсниками, чтобы обогатить обсуждение и расширить свои знания.

*Домашнее задание* – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал. Использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

*Контрольная работа* – письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время.

Цель контрольной работы – получить специальные знания по одной или нескольким темам дисциплины и продемонстрировать навыки их практического применения.

*Самостоятельная работа* – работа студентов, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

#### **Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)**

**Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине (модулю) «Дифференциальные уравнения»**

Оценивание уровня учебных достижений, обучающихся по дисциплине (модулю), осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

**Промежуточная аттестация** по дисциплине (модулю) осуществляется в форме *экзамена*, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом, если иное не указано в силлабусе дисциплины:

| Десятибалльная<br>оценка | Пятибалльная<br>оценка | Общая характеристика результата обучения по<br>дисциплине (модулю)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|--------------------------|------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 10                       | Отлично                | Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину. Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами. |
| 9                        | Отлично                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| 8                        | Отлично                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| 7                        | Хорошо                 | Студент обладает знаниями предмета почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| 6                        | Хорошо                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |

| Десятибалльная оценка | Пятибалльная оценка | Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|-----------------------|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                       |                     | последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами. |
| 5                     | Удовлетворительно   | Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине (модулю), но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Студент способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования.                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| 4                     | Удовлетворительно   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| 3                     | Не сдан             | Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| 2                     | Не сдан             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| 1                     | Не сдан             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |

Дисциплина (модуль) «Дифференциальные уравнения» оценивается следующим образом:

| Активность         | Вес | Количество | Описание                                                                                                               |
|--------------------|-----|------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Домашние задания   | 20% | 14         | Набор задач по темам недели                                                                                            |
| Аудиторная работа  | 15% | 14         | Активная работа студента на семинаре, его ответы на вопросы преподавателя и участие в дискуссии                        |
| Контрольная работа | 30% | 2          | Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время                                          |
| Экзамен            | 35% | 1          | Письменная или устная работа над заданием, направленным на проверку полученных знаний и навыков по дисциплине (модулю) |

**Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модулю) «Дифференциальные уравнения»:** « $0,2 \times$  среднее за домашние задания +  $0,15 \times$  среднее за аудиторную работу +  $0,3 \times$  среднее за контрольные работы +  $0,35 \times$  экзамен».

**Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)**

**Примерные домашние задания**

**Домашнее задание 1.**

1. Классифицируйте следующие уравнения по порядку и типу:  
а)  $y' + 3y = \sin x$

b)  $y''+y=0$

c)  $y'=y^2$

2. Решите уравнение  $y'=3y$  аналитически с начальным условием  $y(0)=2$ .
3. Найдите общее решение уравнения  $y''-4y'+4y=0$ .
4. Используя метод Эйлера, приближенно решите задачу Коши для уравнения  $y'=y-x$ ,  $y(0)=1$  на интервале  $[0,1]$  с шагом 0.2.
5. Сравните полученные численные решения с аналитическим решением из задания 2, сделайте выводы о точности метода.

### Домашнее задание 2.

1. Найдите общее решение уравнения  $y''+2y'+y=0$ .
2. Решите систему линейных ОДУ:

$$\begin{cases} x' = 2x + y \\ y' = -x + 4y \end{cases}$$

3. Представьте систему из задания 2 в матричной форме и найдите собственные значения матрицы коэффициентов.
4. Используя метод вариации постоянных, решите уравнение  $y'+y=e^x$ .
5. Объясните, как линейность уравнений упрощает процесс нахождения решений по сравнению с нелинейными случаями.

### Домашнее задание 3.

1. Постройте фазовый портрет системы:

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = -x \end{cases}$$

2. Определите устойчивость равновесной точки  $(0,0)$  для системы из задания 1.
3. Рассмотрите уравнение  $y'=y(1-y)$ . Найдите точки равновесия и исследуйте их устойчивость.
4. Объясните понятие бифуркации на примере уравнения  $y'=ry-y^3$ , где  $r$  — параметр.
5. Приведите пример динамической системы с бифуркацией и опишите её поведение при изменении параметра.

### Примерные задания для контрольной работы

1. Найдите общее решение уравнения второго порядка:  
 $y''-3y'+2y=0$ .
2. Решите неоднородное уравнение:  
 $y''+y=\cos x$ .
3. Запишите систему двух линейных ОДУ в матричной форме:

$$\begin{cases} x' = 4x + y, \\ y' = -2x + 3y. \end{cases}$$

4. Найдите собственные значения и собственные векторы матрицы коэффициентов системы из задания 3.
5. Решите систему из задания 3, используя метод диагонализации матрицы.
6. Примените метод вариации постоянных для решения уравнения:  
 $y'+2y=e^{-x}$ .
7. Рассмотрите систему:

$$\begin{cases} x' = 3x + 4y, \\ y' = -4x + 3y. \end{cases}$$

8. Постройте фазовый портрет системы из задания 7.
9. Определите тип и устойчивость равновесной точки системы из задания 7.
10. Объясните, почему метод собственных значений и собственных векторов является эффективным для решения систем линейных ОДУ с постоянными коэффициентами.

### Примерные вопросы для подготовки к занятию

#### 1. Основы и методы решения ОДУ

1. Какие существуют классификации обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)?
2. В чем отличие уравнений первого и второго порядка?
3. Что такое линейное и нелинейное ОДУ? Приведите примеры.
4. Какие методы аналитического решения ОДУ вам известны?
5. Как решается уравнение с разделяющимися переменными?
6. Что такое задача Коши для ОДУ?
7. Какие численные методы решения ОДУ вы знаете? В чем особенности метода Эйлера?
8. Какие преимущества и недостатки имеют численные методы по сравнению с аналитическими?

#### 2. Линейные уравнения и системы

9. Что такое линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами?
10. Как найти общее решение однородного линейного ОДУ второго порядка?
11. Что такое характеристическое уравнение и как оно используется?
12. Как решать неоднородные линейные уравнения?
13. Как записать систему линейных ОДУ в матричной форме?
14. Что такое собственные значения и собственные векторы матрицы коэффициентов системы?
15. Как метод диагонализации помогает решать системы линейных ОДУ?
16. В чем суть метода вариации постоянных для решения неоднородных систем?

#### 3. Качественная теория и устойчивость решений

17. Что такое фазовый портрет и как его строить для систем двух уравнений?
18. Какие типы равновесных точек существуют (узлы, седла, фокусы и т.п.)?
19. Как определить устойчивость равновесной точки?
20. Что такое асимптотическая устойчивость?
21. Какие методы исследования устойчивости вы знаете?
22. Что такое бифуркация в динамических системах?
23. Приведите пример бифуркации и опишите её поведение.
24. Как качественный анализ помогает понять поведение решений без явного решения уравнений?

#### 4. Расширенные темы и приложения

25. Какие основные методы анализа нелинейных дифференциальных уравнений вы знаете?
26. Как моделируются реальные процессы с помощью ОДУ? Приведите пример.
27. В чем особенности численных методов для нелинейных систем?
28. Какие программные средства применяются для решения и анализа ОДУ?
29. Как методы численного интегрирования адаптируются для сложных моделей?
30. Какие современные направления исследований в области дифференциальных уравнений вам известны?

### Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

| №<br>п/п | Задание                                                                                                                      | Ответ                                                                                     | Компетенция | Индикатор        |
|----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|------------------|
| 1.       | Определите порядок дифференциального уравнения $y''' + 2y'' + y = 0$ .                                                       | 3 (третий порядок)                                                                        | ППК-Р5      | ППК-Р5.1.<br>3-1 |
| 2.       | Какой тип имеет дифференциальное уравнение первого порядка $y' = x + y$ ?                                                    | Линейное неоднородное / С разделяющимися переменными (после преобразования)               | ППК-Р5      | ППК-Р5.1.<br>У-3 |
| 3.       | Укажите теорему, утверждающую существование и единственность решения задачи Коши для уравнения $y' = f(x, y)$ .              | Теорема Пикара-Линделёфа / Теорема существования и единственности                         | ППК-Р5      | ППК-Р5.1.<br>3-1 |
| 4.       | Найдите общее решение линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами $y'' + 4y = 0$ .          | $y = C_1 \cdot \cos(2x) + C_2 \cdot \sin(2x)$                                             | ППК-Р5      | ППК-Р5.1.<br>У-3 |
| 5.       | Определите размерность фундаментальной системы решений для системы линейных уравнений первого порядка размера $2 \times 2$ . | 2 (равна размерности системы)                                                             | ППК-Р5      | ППК-Р5.1.<br>3-1 |
| 6.       | Какой метод используется для нахождения частного решения неоднородной системы линейных уравнений?                            | Метод вариации постоянных / Метод неопределённых коэффициентов                            | ППК-Р5      | ППК-Р5.1.<br>У-3 |
| 7.       | Укажите условие, при котором определитель Вронского для фундаментальной системы решений равен нулю.                          | Решения линейно зависимы                                                                  | ППК-Р5      | ППК-Р5.1.<br>3-1 |
| 8.       | Определите тип особой точки для автономной системы на плоскости $x' = x + y, y' = -x + y$ .                                  | Неустойчивый фокус (комплексные собственные значения с положительной вещественной частью) | ППК-Р5      | ППК-Р5.1.<br>У-3 |
| 9.       | Как называется функция, используемая для исследования устойчивости по Ляпунову?                                              | Функция Ляпунова                                                                          | ППК-Р5      | ППК-Р5.1.<br>3-1 |
| 10.      | Укажите теорему, позволяющую исследовать устойчивость по первому приближению.                                                | Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению                                   | ППК-Р5      | ППК-Р5.1.<br>У-3 |
| 11.      | Какой тип устойчивости означает, что решение стремится к нулю при $t \rightarrow \infty$ ?                                   | Асимптотическая устойчивость                                                              | ППК-Р5      | ППК-Р5.1.<br>3-1 |

|     |                                                                                                      |                                                                         |         |               |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|---------|---------------|
| 12. | Определите порядок дифференциального уравнения, описывающего колебания маятника (упрощённая модель). | 2 (второй порядок)                                                      | ППК-ДА5 | ППК-ДА5.1.3-1 |
| 13. | Найдите частное решение уравнения $y' = 2x + 1$ с начальным условием $y(0) = 1$ .                    | $y = x^2 + x + 1$                                                       | ППК-Р5  | ППК-Р5.1.У-3  |
| 14. | Как связаны дифференциальные уравнения с методами оптимизации в машинном обучении?                   | Описывают траектории градиентного спуска / Динамику обучения            | ППК-ДА4 | ППК-ДА4.2.3-2 |
| 15. | Укажите, как теорема о непрерывной зависимости решений используется в анализе моделей.               | Для оценки чувствительности к изменениям параметров и начальных условий | ППК-ДА5 | ППК-ДА5.1.У-2 |
| 16. | Определите порядок дифференциального уравнения, моделирующего динамику нейронной сети (упрощённо).   | 1 (первый порядок для активаций)                                        | ППК-ДА4 | ППК-ДА4.2.У-1 |
| 17. | Какой инструмент используется для численного решения дифференциальных уравнений?                     | MATLAB / Python (SciPy) / Mathematica / Julia                           | ППК-Р6  | ППК-Р6.4.3-1  |
| 18. | Назовите метод численного решения ОДУ первого порядка.                                               | Метод Эйлера / Рунге-Кутты                                              | ППК-Р6  | ППК-Р6.4.У-1  |
| 19. | Укажите библиотеку Python для решения дифференциальных уравнений.                                    | SciPy (odeint, solve_ivp) / SymPy                                       | ППК-Р6  | ППК-Р6.4.3-1  |
| 20. | Определите, какой тип задачи Коши решается с помощью программного обеспечения.                       | Начальная задача (Initial Value Problem)                                | ППК-Р5  | ППК-Р5.1.У-3  |
| 21. | Что такое нормальная форма системы дифференциальных уравнений?                                       | Система, разрешённая относительно старших производных: $y' = f(x, y)$   | ППК-Р5  | ППК-Р5.1.3-1  |
| 22. | Как записывается задача Коши для системы дифференциальных уравнений?                                 | $y' = f(x, y), y(x_0) = y_0$                                            | ППК-Р5  | ППК-Р5.1.У-3  |
| 23. | Назовите условие продолжимости решения дифференциального уравнения.                                  | Решение можно продолжить пока остаётся в области определения $f$        | ППК-Р5  | ППК-Р5.1.3-1  |
| 24. | Какой метод применяется для решения уравнений с разделяющимися переменными?                          | Разделение переменных и интегрирование обеих частей                     | ППК-Р5  | ППК-Р5.1.У-3  |
| 25. | Что такое характеристическое уравнение для линейного ОДУ с постоянными коэффициентами?               | Алгебраическое уравнение, корни которого определяют решение             | ППК-Р5  | ППК-Р5.1.3-1  |

|     |                                                                                      |                                                                                       |        |               |
|-----|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|--------|---------------|
| 26. | Как находится общее решение однородной системы линейных уравнений?                   | Через собственные значения и собственные векторы матрицы системы                      | ППК-Р5 | ППК-Р5.1. У-3 |
| 27. | Что такое матричная экспонента и как она применяется?                                | $e^{At}$ — решение однородной системы $x' = Ax$                                       | ППК-Р5 | ППК-Р5.1. 3-1 |
| 28. | Назовите формулу для определителя Вронского фундаментальной системы.                 | $W(x) = W(x_0) \cdot \exp(\int \text{tr}(A(t)) dt)$ — формула Лиувилля-Остроградского | ППК-Р5 | ППК-Р5.1. У-3 |
| 29. | Что такое первый интеграл автономной системы?                                        | Функция, сохраняющая постоянное значение вдоль траекторий                             | ППК-Р5 | ППК-Р5.1. 3-1 |
| 30. | Как классифицируются особые точки на фазовой плоскости?                              | Узел, седло, фокус, центр (по собственным значениям)                                  | ППК-Р5 | ППК-Р5.1. У-3 |
| 31. | Какой тип базы данных подходит для хранения результатов численного моделирования ДУ? | Time-series DB / PostgreSQL / HDF5 / NumPy arrays                                     | ППК-Р4 | ППК-Р4.1. 3-1 |
| 32. | Как оптимизировать хранение больших массивов решений дифференциальных уравнений?     | Сжатие данных / Партиционирование / Индексирование по времени                         | ППК-Р4 | ППК-Р4.1. У-1 |
| 33. | Какой принцип важен при проектировании архитектуры системы моделирования ДУ?         | Модульность / Масштабируемость / Воспроизводимость                                    | ППК-Р5 | ППК-Р5.4. 3-3 |
| 34. | Как описывается интеграция солвера ДУ с другими компонентами системы?                | API / Микросервисы / Очереди сообщений / REST                                         | ППК-Р5 | ППК-Р5.4. У-1 |
| 35. | Какая стратегия развёртывания подходит для сервисов численного моделирования?        | Контейнеризация / Облачное развёртывание / Serverless                                 | ППК-Р6 | ППК-Р6.4. 3-1 |
| 36. | Как организовать автоматическое переобучение моделей, основанных на ДУ?              | Pipeline с триггерами / Планировщик задач / Drift Detection                           | МО-2   | МО-2.4. У-1   |
| 37. | Какие метрики мониторинга важны для моделей с дифференциальными уравнениями?         | Ошибка аппроксимации / Стабильность решения / Время вычисления                        | МО-2   | МО-2.4. 3-1   |
| 38. | Какой навык необходим для распределения задач в команде разработки солверов ДУ?      | Лидерство / Делегирование / Планирование спринтов                                     | РГ-1   | РГ-1.1. У-1   |

|     |                                                                                                            |                                                                   |               |                   |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|---------------|-------------------|
| 39. | Как оценивается качество кода для численных методов решения ДУ?                                            | Code Review / Тестирование / Бенчмарки / Точность вычислений      | РГ-1          | РГ-1.1. У-3       |
| 40. | Как управлять версиями компонентов системы моделирования ДУ?                                               | Git / DVC / MLflow / Версионирование конфигураций                 | РГ-2          | РГ-2.5. У-1       |
| 41. | Как организовать развёртывание приложения с численными солверами в облаке?                                 | Docker / Kubernetes / Cloud Functions / API Gateway               | РГ-4          | РГ-4.4. У-1       |
| 42. | Какие этические нормы важны при использовании ИИ для генерации кода солверов ДУ?                           | Конфиденциальность / Проверка корректности / Документирование     | ППК-Р7        | ППК-Р7.4. 3-1     |
| 43. | Как документировать использование ИИ в разработке численных методов?                                       | Комментарии в коде / Отчёт / Лог промптов / Версия модели ИИ      | ППК-Р7        | ППК-Р7.4. У-2     |
| 44. | Как выявлять бизнес-проблемы, решаемые через дифференциальные уравнения?                                   | Анализ предметной области / Интервью с заказчиком / ROI-анализ    | ППК-ДА4       | ППК-ДА4.2. У-1    |
| 45. | Какие инструменты анализа бизнес-ситуации применяются для моделей ДУ?                                      | SWOT / PESTEL / Анализ данных / Прототипирование                  | ППК-ДА4       | ППК-ДА4.2. 3-2    |
| 46. | Как выбирать метрики для оценки эффекта воздействия в экспериментах с моделями ДУ?                         | MAE / RMSE / Relative Error / Stability Metrics                   | ППК-ДА5       | ППК-ДА5.1. У-2    |
| 47. | Какие принципы планирования экспериментов важны для валидации численных методов?                           | Контрольные группы / Повторяемость / Статистическая значимость    | ППК-ДА5       | ППК-ДА5.1. 3-1    |
| 48. | Какой навык важен для презентации результатов моделирования ДУ заказчику?                                  | Коммуникация / Визуализация / Презентация / Storytelling          | УНК-01 (УК-4) | УНК-01.02.01. У-3 |
| 49. | Какое действие проявляет поддержку коллег в команде разработки моделей ДУ?                                 | Наставничество / Code Review / Обратная связь / Knowledge Sharing | УНК-02 (УК-3) | УНК-02.02.01. У-3 |
| 50. | Как называется документация, оформленная в соответствии с профессиональными стандартами для проектов с ДУ? | Техническая документация / API Docs / Model Cards / Runbooks      | УНК-01 (УК-4) | УНК-01.02.01. У-3 |