
УТВЕРЖДЕНА

Решением Ученого совета
АНО ВО «Центральный университет»
«25» мая 2026 г.
Протокол №2

**Рабочая программа дисциплины (модуля)
«Комплексный анализ»**

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) подготовки: Прикладной искусственный интеллект

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Срок освоения программы: 4 года

Год набора: 2026

**Москва
2026**

Содержание

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)	3
2. Перечень планируемых результатов обучения	5
3. Тематический план	7
4. Содержание дисциплины (модуля)	8
5. Учебно-методическое обеспечение	9
6. Материально-техническое обеспечение	9
7. Методические и оценочные материалы	11

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Комплексный анализ» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», профиль «Прикладной искусственный интеллект», утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 807 от 23.08.2017 года.

Изучение дисциплины (модуля) «Комплексный анализ» предоставляет мощный набор универсальных методов, позволяющих существенно упростить расчёты и получить точные решения в самых разных областях науки и техники. Способность оперировать аналитическими функциями, интегралами в комплексной плоскости и конформными отображениями является ключевым фактором при построении моделей в теоретической физике, обработке сигналов, численных методах и современных криптографических схемах, делая эту дисциплину обязательным фундаментом для любого специалиста, работающего с непрерывными математическими структурами.

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина (модуль) включена в учебный план по программе подготовки бакалавриата по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», профиль «Прикладной искусственный интеллект» и входит в вариативную часть Блока 1 формируемую участниками образовательных отношений как дисциплина по выбору.

Дисциплина (модуль) доступна для изучения на 3 или 4 курсе в 6, 7, 8 семестрах на выбор после успешного освоения дисциплин (модулей): «Математический анализ. Часть 1», «Математический анализ. Часть 2» и «Линейная алгебра и геометрия. Часть 1», «Линейная алгебра и геометрия. Часть 2» или «Математический анализ. Продвинутый уровень. Часть 1», «Математический анализ. Продвинутый уровень. Часть 2» и «Линейная алгебра и геометрия. Продвинутый уровень. Часть 1», «Линейная алгебра и геометрия. Продвинутый уровень. Часть 2».

Цель изучения дисциплины (модуля): формирование у студентов фундаментального представления о функциях комплексной переменной, их аналитических свойствах и спектре применяемых методов, а также научить использовать эти инструменты для решения задач в математике, физике, инженерных науках и современной информатике.

Задачи изучения дисциплины (модуля):

- определить комплексные числа, функции комплексной переменной, понятия голоморфности, аналитичности, сингулярностей и ветвления;
- овладеть теоретическими инструментами: доказать и применять основные теоремы (Коши Гурса, интегральная формула Коши, теорема о вычетах, максимум модуль, теорема Римана Роха, принцип аргумента); освоить методы разложения функций в ряды (теорема о разложении в ряд Лора, Тейлора, раскрытие в простейшие дроби);
- уметь вычислять комплексные интегралы, находить вычеты, исследовать поведение функций в окрестностях особых точек, строить конформные отображения и решать краевые задачи при помощи методов потенциала.

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

знать:

- основные свойства комплексных чисел и комплексной плоскости;
- понятие комплексной функции, предела, непрерывности и дифференцируемости, условия Коши–Римана;
- степенные ряды и ряды Тейлора в комплексной области, особенности и ряды Лорана;
- теорема Коши, понятие вычета и формула вычетов;

— основные идеи применения комплексного анализа к действительным интегралам и гармоническим функциям;

уметь:

— выполнять вычисления с комплексными числами и работать с простыми комплексными функциями;

— проверять аналитичность функций, использовать степенные разложения для анализа и вычислений;

— вычислять контурные интегралы, применять теорему Коши и формулу вычетов;

— определять типы особых точек и находить ряды Лорана;

— применять методы комплексного анализа к вычислению некоторых действительных несобственных интегралов

владеть:

— навыками использования комплексной плоскости для геометрической интерпретации преобразований;

— навыками применения аналитических функций и конформных отображений при решении задач;

— навыками использования интегральных теорем комплексного анализа в вычислительных задачах;

— навыками работы с гармоническими функциями и пониманием их связи с аналитическими функциями.

2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

Код и содержание компетенции	Индикатор компетенции и перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает методы поиска и анализа информации в области разработки, основные принципы критической оценки источников информации и их релевантности.
	УК-1.2. Умеет критически оценивать источники информации и синтезировать данные из различных источников для решения задач, применять системный подход к анализу и решению комплексных проблем.
	УК-1.3. Имеет практический опыт работы с современными инструментами и технологиями для обработки информации, формулировании и структурировании задач на основе полученной информации.
УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1. Знает действующие правовые нормы, регулирующие деятельность в области решения задач, основные методы и подходы к определению круга задач.
	УК-2.2. Умеет определять круг задач в рамках поставленной цели, выбирать оптимальные способы решения задач, учитывая имеющиеся ресурсы и ограничения.
	УК-2.3. Имеет практический опыт применения знаний о правовых нормах и ресурсах в реальных ситуациях, разработки и реализации решений в соответствии с установленными ограничениями.
ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает основные понятия, методы и результаты математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической и дифференциальной геометрии, топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов и теоретической механики.
	ОПК-1.2. Умеет применять фундаментальные математические знания и методы для анализа и решения профессиональных задач.
	ОПК-1.3. Имеет практический опыт выбора, разработки и реализации математических моделей и методов при решении задач профессиональной деятельности.
ОПК-6. Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для	ОПК-6.1. Знает принципы алгоритмизации, основные структуры данных, парадигмы программирования, методы разработки, тестирования и отладки компьютерных программ.
	ОПК-6.2. Умеет разрабатывать, документировать, тестировать и

практического применения	отлаживать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения, с использованием современных языков и сред разработки.
	ОПК-6.3. Имеет практический опыт разработки и сопровождения компьютерных программ и программных комплексов для решения прикладных задач.

3. Тематический план

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Трудоемкость, академические часы				ТКУ (текущий контроль успеваемости)
		Очная форма				
		Аудиторная работа		Контроль	Самостоя тельная работа	
		Лекции	Практичес кие занятия			
1.	Введение	2	2		8	Домашнее задание
2.	Функции	4	4		8	Домашнее задание
3.	Пределы	2	2		8	Домашнее задание
4.	Дифференцируемость	2	2		10	Домашнее задание
5.	Степенные ряды	2	2	2	10	Контрольная работа Домашнее задание
6.	Элементарные функции	2	2		8	Домашнее задание
7.	Конформные отображения	2	2	2	10	Домашнее задание
8.	Интегралы	2	2		8	Домашнее задание
9.	Теорема Коши	2	2		8	Домашнее задание
10.	Особенности	2	2		8	Домашнее задание
11.	Вычеты	2	2		10	Домашнее задание
12.	Реальные интегралы	2	2		8	Домашнее задание
13.	Гармонические функции	2	4		8	Домашнее задание Коллоквиум
14.	Приложения	2	2		10	Домашнее задание Контрольная работа
	Зачет с оценкой			2		Итоговая работа
Итого:		30	32	6	122	
Объем дисциплины (модуля) (в ак. ч.)		190				
Объем дисциплины (модуля) (в зач. ед.)		5				

4. Содержание дисциплины (модуля)

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание дисциплины (модуля) по темам
1.	Введение	Комплексные числа и комплексная плоскость
2.	Функции	Комплексные функции и их элементарные примеры
3.	Пределы	Предел и непрерывность комплексных функций
4.	Дифференцируемость	Комплексная производная и условия Коши–Римана
5.	Степенные ряды	Степенные ряды и ряд Тейлора в комплексной области. Контрольная работа 1
6.	Элементарные функции	Разложения элементарных комплексных функций
7.	Конформные отображения	Конформные и геометрические свойства аналитических функций
8.	Интегралы	Интегрирование комплексных функций по контурам. Коллоквиум
9.	Теорема Коши	Теорема Коши и её основные следствия
10.	Особенности	Особые точки и ряды Лорана
11.	Вычеты	Вычеты и формула вычетов
12.	Реальные интегралы	Комплексный метод вычисления действительных интегралов
13.	Гармонические функции	Гармонические функции и связь с аналитическими
14.	Приложения	Прикладные аспекты комплексного анализа. Контрольная работа 2 Обобщающие задачи и методы комплексного анализа

5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Основная литература:

1. Пантелеев, А. В. Математический анализ : учебное пособие / А. В. Пантелеев, Н. И. Савостьянова, Н. М. Федорова. — Москва : ИНФРА-М, 2023. — 502 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/1077332. - ISBN 978-5-16-016008-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1898119>

2. Математический анализ : учебное пособие / О.И. Воронин, В. А. Жулего, С. М. Демидов [и др.]. ; под ред. А. М. Попова. - Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2024. - 224 с. - ISBN 978-5-9729-1720-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2171787>

Дополнительная литература:

1. Пергунов, В. В. Математический анализ: расширенный курс лекций : курс лекций / В. В. Пергунов. — 2-е изд., стер. — Москва : ФЛИНТА, 2025. — 224 с. — ISBN 978-5-9765-5743-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2216038>

6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- механическими калькуляторами;
- специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том

числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

№	Наименование портала (издания, курса, документа)	Ссылка
1.	Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека	https://elibrary.ru/defaultx.asp
2.	База данных для IT-специалистов	https://habr.com
3.	База данных ScienceDirect	https://www.sciencedirect.com
4.	Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации	https://minobrnauki.gov.ru/
5.	Федеральный портал «Российское образование»	https://www.edu.ru/
6.	Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	http://window.edu.ru/
7.	Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов	http://school-collection.edu.ru/
8.	Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов	http://fcior.edu.ru/

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модуле), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Наименование ПО	Производство	Лицензионное / свободно распространяемое
Операционные системы:		
Microsoft Imagine (Windows Client, Server)	зарубежное	лицензионное
Браузеры:		
Яндекс.Браузер	отечественное	свободно распространяемое
Google Chrome	зарубежное	свободно распространяемое
Офисные приложения:		
Microsoft Imagine (Visio, OneNote)	зарубежное	лицензионное
TeXstudio	зарубежное	свободно распространяемое
Adobe Acrobat Reader	зарубежное	свободно распространяемое
Программное обеспечение для планирования и учета времени:		
Toggle app	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления проектами:		
Microsoft Imagine (Project)	зарубежное	лицензионное
Системы управления базами данных:		
Microsoft Imagine (SQL Server)	зарубежное	лицензионное
Системы резервного копирования (backup):		
Acronis Backup Advanced for HyperV	зарубежное	лицензионное
Справочно-правовые системы:		
КонсультантПлюс: справочно-правовая система	отечественное	лицензионное
Средства антивирусной защиты:		
Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition	отечественное	лицензионное
Среды разработки:		
Visual Studio Code	зарубежное	свободно распространяемое
Bash (Unix shell)	зарубежное	свободно распространяемое
Anaconda	зарубежное	свободно распространяемое
Robotic Operating System	зарубежное	свободно распространяемое

CopelliaSim	зарубежное	свободно распространяемое
Google Colaboratory	зарубежное	свободно распространяемое
Пакеты программных средств и библиотек:		
AutoPsy	зарубежное	свободно распространяемое
Interactive Disassembler (IDA)	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления библиографической информацией:		
Zotero	зарубежное	свободно распространяемое
Сервисы и службы:		
Bind	зарубежное	свободно распространяемое
Docker	зарубежное	свободно распространяемое

7. Методические и оценочные материалы

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Комплексный анализ» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекция, семинары, домашние задания, контрольные работы, коллоквиум, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

Лекция – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удастся, следует сформулировать вопрос и задать его преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

Семинар — это форма учебной деятельности, проводимая в учебном заведении под руководством преподавателя, где студенты активно участвуют в обсуждениях, практических заданиях и других формах взаимодействия.

Для успешной подготовки к семинару рекомендуется заранее ознакомиться с темой занятия и основными материалами, чтобы иметь возможность активно участвовать в обсуждении. Также полезно подготовить вопросы и идеи для обсуждения, что поможет глубже понять материал и продемонстрировать заинтересованность.

Домашнее задание – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал, использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

Контрольная работа – письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время.

Цель контрольной работы - получить специальные знания по одной или нескольким темам дисциплины (модуля) и продемонстрировать навыки их практического применения.

Коллоквиум – устные ответы на вопросы, список которых известен студенту заранее.

В процессе подготовки к коллоквиуму необходимо проанализировать учебные материалы, ознакомившись с лекциями, учебниками и дополнительными источниками, акцентируя внимание на ключевых темах. Рекомендуется создать структурированные

конспекты, выделяя основные идеи, термины и формулы.

Самостоятельная работа – работа студентов, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине (модулю) «Комплексный анализ»

Оценивание уровня учебных достижений, обучающихся по дисциплине (модулю), осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) осуществляется в форме *зачета с оценкой*, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом, если иное не указано в силлабусе дисциплины:

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Оценка за зачет	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
10	Отлично	Зачтено	Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину. Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами.
9	Отлично	Зачтено	
8	Отлично	Зачтено	
7	Хорошо	Зачтено	Студент обладает знаниями предмета почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на
6	Хорошо	Зачтено	

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Оценка за зачет	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
			наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами.
5	Удовлетворительно	Зачтено	Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине (модулю), но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Студент способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования.
4	Удовлетворительно	Зачтено	
3	Не сдан	Не зачтено	Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы.
2	Не сдан	Не зачтено	
1	Не сдан	Не зачтено	

Дисциплина (модуль) «Комплексный анализ» оценивается следующим образом:

Активность	Вес	Количество	Описание
Домашнее задание	15%	14	Форма проверки знаний, при которой студент отвечает на вопросы преподавателя в устной форме, демонстрируя свои знания и понимание темы
Коллоквиум	20%	1	Устные ответы на вопросы, список которых известен студенту заранее
Контрольная работа	30%	2	Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время
Зачет с оценкой	35%	1	Итоговая работа - письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время, возможен дополнительный устный экзамен

Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модулю) «Комплексный анализ»: $0,15 \times \text{среднее за домашнее задание} + 0,2 \times \text{коллоквиум} + 0,3 \times \text{среднее за контрольные работы} + 0,3 \times \text{зачет с оценкой}$.

Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модуле)

Примерные домашние задания

1. вычислите сумму, разность, произведение и частное комплексных чисел $z_1=3+2i$ и $z_2=1-i$; найдите их модули, аргументы и геометрическую интерпретацию этих операций на комплексной плоскости;
2. докажите, что функция $f(z)=z^2-1$ аналитична в области $C \setminus \{\pm 1\}$; укажите, где нарушаются условия Коши-Римана;
3. найдите ряд Тейлора функции e^z и ряд Лорана функции $z(z-2)^{-1}$ в окрестности точки $z_0=0$; укажите радиусы сходимости;
4. используя теорему Коши, вычислите контурный интеграл $\oint_{|z|=2} (z-1)^2 z^2 + 3dz$; запишите формулу вычета и найдите соответствующий вычет;
5. покажите, как с помощью интеграла $\int_0^\infty x^2 + b^2 \cos ax dx$ (где $a, b > 0$) получают значение $2b\pi e^{-ab}$ при помощи теоремы вычетов;
6. постройте графики изображений отрезка $[0][1]$ под действием функции $w=z^2$ и функции $w=z^1$ на комплексной плоскости; объясните, какие свойства (углы, ориентация) сохраняются;
7. (по желанию) напишите программу на Python, использующую библиотеку **sympy** для автоматического вычисления вычетов функции $f(z)=(z-\pi)^3 \sin z$ в точке $z=\pi$

Примерные задания для коллоквиума

1. перечислите три основных свойства комплексных чисел, указав их формулы;
2. сформулируйте условия Коши-Римана в виде двух уравнений для функции $u(x,y)+iv(x,y)$;
3. запишите формулу Коши-Гурса для интеграла $\int \gamma f(z) dz$;
4. найдите единственный полюс функции $g(z)=z^2(z-2)e^z$ в конечной части плоскости и укажите его порядок;
5. вычислите вычет функции $h(z)=(z-i)^2 z^2 + 1$ в точке $z=i$;
6. используя ряд Лорана, найдите главную часть функции $z(z-1)^{-1}$ в окрестности $z=0$;
7. в нескольких словах объясните, почему гармоническая функция является реальной частью аналитической функции.

Примерные задания для контрольной работы

1. **теорема Коши и вычеты .**
 - а) докажите, что если функция f голоморфна в односвязной области D и непрерывна на границе ∂D , то $\oint_{\partial D} f(z) dz = 0$;
 - б) вычислите $\oint_{|z|=3} z^2(z-1)(z-2)z^2 + 2dz$ методом вычетов;
2. **анализ особых точек .**
 - а) определите типы особых точек функции $F(z)=(z-1)^2(z+2)z^3$;
 - б) найдите разложение в ряд Лорана функции $z^2(1-z)^{-1}$ в кольце $0 < |z| < 1$;
3. **ряды Тейлора и Лорана .**
 - а) найдите ряд Тейлора функции $\ln(1+z)$ в окрестности $z_0=0$ и укажите радиус сходимости;
 - б) используя ряд Лорана, найдите главную часть и резидуум функции $z^2(z-1)e^z$ в точке $z=0$;
4. **применение к действительным интегралам .**
 - а) при помощи интеграла $I = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 + 1 dx$ и теоремы вычетов выведите значение π ;
 - б) вычислите $\int_0^\infty x^4 + 1 x^2 dx$ используя контурный интеграл и резидуум;
5. **конформные отображения и гармонические функции .**
 - а) докажите, что отображение $w=z+1$ конформно в области $\{z \in C: \operatorname{Re} z > 0\}$;
 - б) найдите гармоническую сопряжённую к функции $u(x,y)=x^2+y^2$ и запишите аналитическую функцию $f(z)=u+iv$;

Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

№ п/п	Задание	Ответ	Компетенция	Индикатор
1.	Укажите два базовых свойства сложения комплексных чисел (перечислите через запятую).	Коммутативность / Ассоциативность	УК-1	УК-1.1
2.	Как называется правило умножения модулей при произведении двух комплексных чисел?	Мультипликативно сть / $ z_1 \cdot z_2 = z_1 \cdot z_2 $	УК-1	УК-1.2
3.	Назовите условие, необходимое и достаточное для дифференцируемости функции $f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$.	Условия Коши-Римана	ОПК-1	ОПК-1.1
4.	Запишите формулу условий Коши-Римана (кратко).	$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$	ОПК-1	ОПК-1.2
5.	Как называется разложение функции в ряд по положительным и отрицательным степеням $(z-z_0)$?	Ряд Лорана	ОПК-1	ОПК-1.1
6.	Запишите формулу для коэффициентов ряда Тейлора аналитической функции в точке z_0 (кратко).	$a_n = f^{(n)}(z_0)/n! /$ Интегральная формула Коши для производных	ОПК-1	ОПК-1.1
7.	Приведите формулу интегрального представления аналитической функции.	$f(z) = (1/2\pi i) \oint_{\gamma} \frac{f(\zeta)}{(\zeta-z)} d\zeta$ (формула Коши)	ОПК-1	ОПК-1.2
8.	Назовите теорему, утверждающую, что интеграл по замкнутой кривой в односвязной области равен нулю.	Теорема Коши / Интегральная теорема Коши	ОПК-1	ОПК-1.1
9.	Укажите, как называется коэффициент при $(z-z_0)^{-1}$ в разложении Лорана.	Вычет / Residue	ОПК-1	ОПК-1.1
10.	Запишите формулу вычисления вычета в полюсе порядка m .	$\text{Res}(f, z_0) = (1/(m-1)!) \cdot \lim_{z \rightarrow z_0} (d^{m-1}/dz^{m-1}) [(z-z_0)^m \cdot f(z)]$	ОПК-1	ОПК-1.2
11.	Как называется метод вычисления реальных несобственных интегралов с помощью контура?	Метод вычетов / Контурное интегрирование	ОПК-1	ОПК-1.2
12.	Укажите тип сингулярности функции $e^z/(z^2(z-1))$ в точке $z=0$.	Полюс второго порядка	ОПК-1	ОПК-1.1
13.	Назовите условие, при котором точка является изолированной особой точкой.	Существует окрестность, где функция аналитична везде, кроме этой точки	ОПК-1	ОПК-1.1
14.	Запишите уравнение для функции, гармонической в области D .	$\Delta u = 0$ / Уравнение Лапласа	ОПК-1	ОПК-1.2
15.	Как называется связь между аналитической функцией f и её действительной частью u ?	u — гармоническая функция / Сопряжённая гармоническая	ОПК-1	ОПК-1.1

16.	Укажите свойство аналитических функций, сохраняющее углы между кривыми.	Конформность / Конформное отображение	ОПК-1	ОПК-1.2
17.	Назовите принцип, позволяющий оценить максимум модуля аналитической функции в области.	Принцип максимума модуля	УК-2	УК-2.2
18.	Как называется теорема о единственности аналитической функции по значениям на множестве с предельной точкой?	Теорема о единственности / Принцип аналитического продолжения	ОПК-1	ОПК-1.1
19.	Запишите условие аналитического продолжения ряда Тейлора в соседнюю область.	Радиусы сходимости пересекаются / Функции совпадают на пересечении	ОПК-6	ОПК-6.1
20.	Укажите область применения вычетов в физике (пример).	Квантовая механика / Электродинамика / Теория поля	УК-2	УК-2.2