
УТВЕРЖДЕНА

Решением Ученого совета
АНО ВО «Центральный университет»
«25» мая 2026 г.
Протокол №2

**Рабочая программа дисциплины (модуля)
«Численные методы»**

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) подготовки: Прикладной искусственный интеллект

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Срок освоения программы: 4 года

Год набора: 2026

**Москва
2026**

Содержание

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)	3
2. Перечень планируемых результатов обучения	5
3. Тематический план	7
4. Содержание дисциплины (модуля)	8
5. Учебно-методическое обеспечение	9
6. Материально-техническое обеспечение	9
7. Методические и оценочные материалы	11

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Численные методы» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», профиль «Прикладной искусственный интеллект», утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 807 от 23.08.2017 года.

Дисциплина (модуль) «Численные методы» позволяет научиться разрабатывать и оптимизировать программные решения в промышленности, исследовательских институтах и стартапах.

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина (модуль) включена в учебный план по программе подготовки бакалавриата по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», профиль «Прикладной искусственный интеллект» и входит в вариативную часть Блока 1, формируемую участниками образовательных отношений, как дисциплина по выбору.

Дисциплина (модуль) доступна для изучения на 3 или 4 курсе в 6, 7, 8 семестрах на выбор после успешного освоения дисциплин (модулей): «Математический анализ. Часть 1», «Математический анализ. Часть 2» и «Линейная алгебра и геометрия. Часть 1», «Линейная алгебра и геометрия. Часть 2» или «Математический анализ. Продвинутый уровень. Часть 1», «Математический анализ. Продвинутый уровень. Часть 2» и «Линейная алгебра и геометрия. Продвинутый уровень. Часть 1», «Линейная алгебра и геометрия. Продвинутый уровень. Часть 2».

Цель изучения дисциплины (модуля): освоить навыки разработки, анализа и реализации точных и эффективных алгоритмов приближённого решения математических задач, а также уметь оценивать их точность и устойчивость.

Задачи изучения дисциплины (модуля):

- изучить теорию дискретизации (разностные схемы, конечные элементы, спектральные методы) и условия сходимости;
- освоить базовые алгоритмы (решение СЛАУ, интегрирование, поиск корней, оптимизацию) и их программную реализацию;
- научиться оценивать локальные и глобальные погрешности, использовать адаптивные стратегии контроля ошибки;
- анализировать обусловленность задач, выбирать предобусловливатели и регуляризаторы;
- применять параллельные и GPU-технологии (MPI, OpenMP, CUDA) для больших вычислительных задач;
- решать практические задачи из физики, инженерии, экономики и информатики.

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

знать:

- основные виды вычислительных погрешностей: абсолютную, относительную, ошибку округления и ошибку усечения;
- базовые численные методы решения линейных и нелинейных уравнений;
- основные методы интерполяции, аппроксимации, численного дифференцирования и интегрирования;
- принципы сходимости, устойчивости и обусловленности численных алгоритмов;
- основные численные методы решения задач оптимизации и обыкновенных дифференциальных уравнений;

уметь:

- выбирать подходящий численный метод в зависимости от постановки задачи и требуемой точности;
- оценивать погрешность численного решения и интерпретировать её в контексте задачи;
- реализовывать базовые численные методы на python с использованием numpy и scipy;
- сравнивать численные методы по точности, устойчивости, скорости сходимости и вычислительной сложности;
- анализировать результаты численных экспериментов и представлять их в виде таблиц, графиков и выводов;

владеть:

- навыками программной реализации численных алгоритмов для прикладных задач;
- приёмами анализа устойчивости и сходимости численных методов;
- навыками работы с библиотеками numpy, scipy и matplotlib для научных вычислений;
- методами отладки численных программ и выявления ошибок, связанных с округлением, масштабированием и плохой обусловленностью;
- навыками оформления результатов численного эксперимента, включая описание метода, параметры, оценку ошибки и интерпретацию результата.

2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

Код и содержание компетенции	Индикатор компетенции и перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает методы поиска и анализа информации в области разработки, основные принципы критической оценки источников информации и их релевантности.
	УК-1.2. Умеет критически оценивать источники информации и синтезировать данные из различных источников для решения задач, применять системный подход к анализу и решению комплексных проблем.
	УК-1.3. Имеет практический опыт работы с современными инструментами и технологиями для обработки информации, формулировании и структурировании задач на основе полученной информации.
УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1. Знает действующие правовые нормы, регулирующие деятельность в области решения задач, основные методы и подходы к определению круга задач.
	УК-2.2. Умеет определять круг задач в рамках поставленной цели, выбирать оптимальные способы решения задач, учитывая имеющиеся ресурсы и ограничения.
	УК-2.3. Имеет практический опыт применения знаний о правовых нормах и ресурсах в реальных ситуациях, разработки и реализации решений в соответствии с установленными ограничениями.
ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает основные понятия, методы и результаты математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической и дифференциальной геометрии, топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов и теоретической механики.
	ОПК-1.2. Умеет применять фундаментальные математические знания и методы для анализа и решения профессиональных задач.
	ОПК-1.3. Имеет практический опыт выбора, разработки и реализации математических моделей и методов при решении задач профессиональной деятельности.
ОПК-6. Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для	ОПК-6.1. Знает принципы алгоритмизации, основные структуры данных, парадигмы программирования, методы разработки, тестирования и отладки компьютерных программ.
	ОПК-6.2. Умеет разрабатывать, документировать, тестировать и

практического применения	отлаживать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения, с использованием современных языков и сред разработки.
	ОПК-6.3. Имеет практический опыт разработки и сопровождения компьютерных программ и программных комплексов для решения прикладных задач.

3. Тематический план

№п/ п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Трудоемкость, академические часы				ТКУ (текущий контроль успеваемости)
		Очная форма				
		Аудиторная работа		Контроль	Самостоятельная работа	
		Лекции	Практические занятия			
1	Введение в численные методы и анализ погрешностей	5	5		20	Домашнее задание Аудиторная работа
2	Численные методы линейной алгебры	5	5		20	Домашнее задание Аудиторная работа
3	Решение нелинейных уравнений и оптимизация	10	10	2	30	Домашнее задание Аудиторная работа Контрольная работа
4	Интерполяция, аппроксимация и приближение функций	5	5		30	Домашнее задание Аудиторная работа
5	Численное дифференцирование и интегрирование	5	7	2	20	Домашнее задание Аудиторная работа Контрольная работа
	Зачет с оценкой			4		Коллоквиум
Итого:		30	32	8	120	
Объем дисциплины (модуля) (в ак. ч.)		190				
Объем дисциплины (модуля) (в зач. ед.)		5				

4. Содержание дисциплины (модуля)

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание дисциплины (модуля) по темам
1	Введение в численные методы и анализ погрешностей	Введение в численные вычисления Абсолютная и относительная погрешность Ошибки округления и усечения. Машинная арифметика
2	Численные методы линейной алгебры	Решение систем линейных алгебраических уравнений Обусловленность и устойчивость линейных систем Итерационные методы решения линейных систем
3	Решение нелинейных уравнений и оптимизация	Численное решение нелинейных уравнений. Решение систем нелинейных уравнений Основы численной оптимизации
4	Интерполяция, аппроксимация и приближение функций	Постановка задачи интерполяции. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Интерполяция Ньютона. Ошибка интерполяции. Сплайны и кусочная интерполяция Метод наименьших квадратов и аппроксимация
5	Численное дифференцирование и интегрирование	Численное дифференцирование Численное интегрирование Обыкновенные дифференциальные уравнения.

5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Основная литература:

1. Сухарев, А. Г. Численные методы оптимизации : учебник и практикум для вузов / А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 367 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-17381-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/584770> (дата обращения: 10.07.2026).

2. Аверина, Т. А. Численные методы. Верификация алгоритмов решения систем со случайной структурой : учебник для вузов / Т. А. Аверина. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 179 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07205-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/564782> (дата обращения: 10.07.2026).

Дополнительная литература:

1. Локтионов, И. К. Численные методы : учебник / И. К. Локтионов, Л. П. Мироненко, В. В. Турупалов ; под общ. ред. канд. техн. наук, проф. В. В. Турупалова. - Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2022. - 380 с. - ISBN 978-5-9729-0786-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1902598>.

6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- механическими калькуляторами;
- специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и

обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

№	Наименование портала (издания, курса, документа)	Ссылка
1.	Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека	https://elibrary.ru/defaultx.asp
2.	База данных для IT-специалистов	https://habr.com
3.	База данных ScienceDirect	https://www.sciencedirect.com
4.	Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации	https://minobrnauki.gov.ru/
5.	Федеральный портал «Российское образование»	https://www.edu.ru/
6.	Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	http://window.edu.ru/
7.	Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов	http://school-collection.edu.ru/
8.	Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов	http://fcior.edu.ru/

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модуле), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Наименование ПО	Производство	Лицензионное / свободно распространяемое
Операционные системы:		
Microsoft Imagine (Windows Client, Server)	зарубежное	лицензионное
Браузеры:		
Яндекс.Браузер	отечественное	свободно распространяемое
Google Chrome	зарубежное	свободно распространяемое
Офисные приложения:		
Microsoft Imagine (Visio, OneNote)	зарубежное	лицензионное
TeXstudio	зарубежное	свободно распространяемое
Adobe Acrobat Reader	зарубежное	свободно распространяемое
Программное обеспечение для планирования и учета времени:		
Toggle app	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления проектами:		
Microsoft Imagine (Project)	зарубежное	лицензионное
Системы управления базами данных:		
Microsoft Imagine (SQL Server)	зарубежное	лицензионное
Системы резервного копирования (backup):		
Acronis Backup Advanced for HyperV	зарубежное	лицензионное
Справочно-правовые системы:		
КонсультантПлюс: справочно-правовая система	отечественное	лицензионное
Средства антивирусной защиты:		

Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition	отечественное	лицензионное
Среды разработки:		
Visual Studio Code	зарубежное	свободно распространяемое
Bash (Unix shell)	зарубежное	свободно распространяемое
Anaconda	зарубежное	свободно распространяемое
Robotic Operating System	зарубежное	свободно распространяемое
CopelliaSim	зарубежное	свободно распространяемое
Google Colaboratory	зарубежное	свободно распространяемое
Пакеты программных средств и библиотек:		
AutoPsy	зарубежное	свободно распространяемое
Interactive Disassembler (IDA)	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления библиографической информацией:		
Zotero	зарубежное	свободно распространяемое
Сервисы и службы:		
Bind	зарубежное	свободно распространяемое
Docker	зарубежное	свободно распространяемое

7. Методические и оценочные материалы

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Численные методы» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекция, семинары, аудиторная работа, контрольные работы и домашние задания, коллоквиум, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

Лекция — систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удастся, следует сформулировать вопрос и задать его преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

Семинар — это форма учебной деятельности, проводимая в учебном заведении под руководством преподавателя, где студенты активно участвуют в обсуждениях, практических заданиях и других формах взаимодействия.

Для успешной подготовки к семинару рекомендуется заранее ознакомиться с темой занятия и основными материалами, чтобы иметь возможность активно участвовать в обсуждении. Также полезно подготовить вопросы и идеи для обсуждения, что поможет глубже понять материал и продемонстрировать заинтересованность.

Аудиторная работа — активная работа студента на семинаре, его ответы на вопросы преподавателя и участие в дискуссии.

Для успешного участия в семинаре студентам рекомендуется заранее ознакомиться с темой обсуждения, прочитать необходимые материалы и подготовить вопросы. Важно активно слушать и вовлекаться в дискуссию, высказывая свои мнения и аргументируя их. При ответах на вопросы преподавателя стоит быть уверенным, четким и логичным,

опираясь на изученный материал. Также полезно поддерживать диалог с однокурсниками, чтобы обогатить обсуждение и расширить свои знания.

Домашнее задание – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал. Использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

Контрольная работа – письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время.

Цель контрольной работы - получить специальные знания по одной или нескольким темам дисциплины (модуля) и продемонстрировать навыки их практического применения.

Коллоквиум – устные ответы на вопросы, список которых известен студенту заранее.

В процессе подготовки к коллоквиуму необходимо проанализировать учебные материалы, ознакомившись с лекциями, учебниками и дополнительными источниками, акцентируя внимание на ключевых темах. Рекомендуется создать структурированные конспекты, выделяя основные идеи, термины и формулы.

Самостоятельная работа – работа студентов, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине (модулю) «Численные методы»

Оценивание уровня учебных достижений, обучающихся по дисциплине (модулю), осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) осуществляется в форме **зачета с оценкой**, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом, если иное не указано в силлабусе дисциплины:

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Оценка за зачет	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
10	Отлично	Зачтено	Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину. Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать,
9	Отлично	Зачтено	
8	Отлично	Зачтено	

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Оценка за зачет	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
			конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами.
7	Хорошо	Зачтено	Студент обладает знаниями предмета почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами.
6	Хорошо	Зачтено	
5	Удовлетворительно	Зачтено	Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине (модулю),
4	Удовлетворительно	Зачтено	

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Оценка за зачет	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
			но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Студент способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования.
3	Не сдан	Не зачтено	Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы.
2	Не сдан	Не зачтено	
1	Не сдан	Не зачтено	

Дисциплина (модуль) «Численные методы» оценивается следующим образом:

Активность	Вес	Количество	Описание
Домашние задания	25%	10	Набор задач по темам недели
Контрольные работы	35%	2	Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время
Аудиторная работа	15%	15	Ответы на вопросы, список которых известен студенту заранее
Зачет с оценкой	25%	1	Коллоквиум - устные ответы на вопросы, список которых известен студенту заранее.

Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модулю) «Численные методы»: $0,25 \times \text{среднее за домашние задания} + 0,35 \times \text{среднее за контрольные работы} + 0,15 \times \text{среднее за аудиторную работу} + 0,25 \times \text{зачет с оценкой}$.

Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

Примерные вопросы для семинаров

1. Сформулируйте определение абсолютной и относительной погрешности;
2. объясните принцип работы метода простых итераций и укажите условие сходимости;
3. сравните методы Ньютона-Рапсона и секущей для нелинейных уравнений;
4. приведите пример интерполяции Лагранжа и укажите её степень точности;
5. обсудите различия между явными и неявными схемами численного интегрирования;
6. что такое обусловленность матрицы и как она влияет на точность решения СЛАУ;
7. опишите критерий остановки в методе градиентного спуска;
8. перечислите основные свойства центральной разностной схемы первой производной;

9. как проверяется устойчивость дискретизации ОДУ (условие Куранта);
10. чем отличаются методы оптимизации без ограничений от методов с ограничениями.

Примерные задания по контрольной работе

1. **Ошибки** : для функции $f(x)=e^x$ вычислите абсолютную и относительную погрешность квадратурного метода Симпсона при шаге $h=0.1$;
2. **линейные уравнения** : решите систему $Ax=b$ методом Якоби, указав число итераций, необходимое для достижения $\|x_k - x^*\|_\infty < 10^{-6}$;
3. **нелинейные уравнения** : найдите корень уравнения $x^3 - x - 2 = 0$ методом Ньютона-Рапсона, начиная с $x_0 = 1.5$;
4. **интерполяция** : постройте интерполяционный полином Лагранжа для точек $(0,1)$, $(1,2)$, $(2,0)$ и вычислите значение полинома в $x=1.5$;
5. **численное дифференцирование** : с помощью центральной разностной схемы второго порядка оцените производную функции $g(x)=\sin(x)$ в точке $x=\pi/4$ с шагом $h=0.01$;
6. **решение ОДУ** : примените метод Рунге-Кутты 4-го порядка к задаче $y' = y - t^2 + 1$, $y(0)=0.5$ на отрезке $[0,1]$ с шагом $h=0.2$; сравните полученное значение $y(1)$ с точным решением;
7. **оптимизация** : минимизируйте функцию $\varphi(x) = x^4 - 3x^3 + 2$ методом градиентного спуска, используя шаг $\alpha=0.1$; укажите число итераций до выполнения условия $|\varphi'(x_k)| < 10^{-4}$;
8. **устойчивость** : для схемы Эйлера $y_{n+1} = y_n + h \cdot \lambda \cdot y_n$ с $\lambda = -5$ определите максимальный шаг h , при котором метод остаётся стабильным.

Примерные домашние задания

1. Реализуйте функции `abs_error(true, approx)` и `rel_error(true, approx)`; протестируйте их на наборе случайных чисел;
2. Напишите скрипт, решающий СЛАУ $Ax=b$ методом сопряжённых градиентов; сравните число итераций и время выполнения с `numpy.linalg.solve`;
3. Реализуйте алгоритм секущих для нелинейного уравнения $\tan(x)=x$; найдите первое положительное решение с точностью 10^{-6} ;
4. Создайте функцию, вычисляющую коэффициенты полинома Лагранжа для произвольного набора точек; проверьте её на примере из курса;
5. Реализуйте центральную разностную схему второго порядка для первой производной; измерьте порядок сходимости экспериментально, меняя шаг h ;
6. Напишите программу, реализующую метод Рунге-Кутты 4-го порядка для произвольного ОДУ; примените её к задаче $y' = -y + \sin(t)$ с начальными условиями $y(0)=0$; постройте график решения;
7. Реализуйте градиентный спуск с адаптивным шагом (правило бисекции) для функции $f(x,y) = x^2 + 4y^2 - 4x + 3$; визуализируйте траекторию поиска;
8. Проведите эксперимент: сравните точность и время работы методов Симпсона и трапеций при интегрировании $f(x)=\log(1+x)$ на $[0,5]$ для шагов $h=0.5, 0.25, 0.125$; представьте результаты в виде таблицы и графика ошибки.

Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

№ п/п	Задание	Ответ	Компетенция	Индикатор
1.	Укажите два основных вида погрешности в численных вычислениях (перечислите через запятую).	Абсолютная погрешность / Относительная погрешность	УК-1	УК-1.1

2.	Назовите источник ошибок, связанный с конечной точностью представления чисел в компьютере.	Ошибки округления / Машинная эпсилон	ОПК-1	ОПК-1.1
3.	Укажите условие на производную функции $\varphi(x)$ для сходимости метода простой итерации $x_{n+1} = \varphi(x_n)$.	$ \varphi'(x) < 1$ в окрестности корня	ОПК-1	ОПК-1.1
4.	Укажите порядок сходимости метода Ньютона для решения нелинейного уравнения $f(x)=0$.	Квадратичная сходимость / Второй порядок	ОПК-1	ОПК-1.1
5.	Укажите тип интерполяции, использующий полиномы Лагранжа.	Полиномиальная интерполяция	ОПК-1	ОПК-1.2
6.	Назовите формулу численного интегрирования с точностью $O(h^4)$.	Формула Симпсона / Метод парабол	ОПК-1	ОПК-1.2
7.	Сформулируйте условие сходимости метода Якоби для СЛАУ.	Диагональное преобладание матрицы	ОПК-1	ОПК-1.1
8.	Как называется показатель, измеряющий чувствительность решения $Ax=b$ к изменениям в b ?	Число обусловленности / Condition Number	ОПК-1	ОПК-1.1
9.	Укажите порядок точности центральной разностной схемы для первой производной.	Второй порядок / $O(h^2)$	ОПК-1	ОПК-1.2
10.	Назовите метод оптимизации, использующий градиент функции.	Метод градиентного спуска / Steepest Descent	ОПК-1	ОПК-1.2
11.	Запишите формулу условия останова итерационного процесса через относительную погрешность.	$ x_{n+1} - x_n / x_{n+1} < \varepsilon$	ОПК-6	ОПК-6.1
12.	Укажите метод оптимизации, использующий квадратичную аппроксимацию функции.	Метод Ньютона / Newton's Method	ОПК-1	ОПК-1.2
13.	Назовите численный метод решения краевых задач ОДУ, применяющий сетку.	Метод конечных разностей / Finite Difference Method	ОПК-1	ОПК-1.1
14.	Назовите правило оценки погрешности численного метода путем удвоения числа шагов.	Правило Рунге / Принцип Рунге	ОПК-1	ОПК-1.2
15.	Укажите способ ускорения сходимости метода сопряжённых градиентов.	Предобуславливание / Preconditioning	ОПК-1	ОПК-1.2
16.	Назовите метод уменьшения размерности данных через собственные векторы ковариационной матрицы.	Метод главных компонент / PCA	УК-2	УК-2.2
17.	Какое свойство требуется для применения метода наименьших квадратов?	Линейная независимость базисных функций	ОПК-1	ОПК-1.1

18.	Укажите формулу оценки локальной погрешности метода Эйлера для ОДУ.	$O(h^2)$ / Второй порядок локальной погрешности	ОПК-1	ОПК-1.1
19.	Назовите библиотеку Python для численных вычислений и решения СЛАУ.	NumPy / SciPy / numpy.linalg	ОПК-6	ОПК-6.2
20.	Как называется график зависимости ошибки от шага дискретизации в логарифмическом масштабе?	График сходимости / Convergence Plot	УК-2	УК-2.2