

---

**УТВЕРЖДЕНА**

Решением Ученого совета  
АНО ВО «Центральный университет»  
«25» мая 2026 г.  
Протокол №2

**Рабочая программа дисциплины (модуля)  
«Математика для экономистов»**

**Направление подготовки:** 02.03.01 Математика и компьютерные науки

**Направленность (профиль) подготовки:** Прикладной искусственный интеллект

**Квалификация (степень) выпускника:** бакалавр

**Форма обучения:** очная

**Срок освоения программы:** 4 года

**Год набора:** 2026

**Москва  
2026**

## Содержание

|                                                     |    |
|-----------------------------------------------------|----|
| 1. Краткая характеристика дисциплины (модуля) ..... | 3  |
| 2. Перечень планируемых результатов обучения .....  | 5  |
| 3. Тематический план .....                          | 9  |
| 4. Содержание дисциплины (модуля) .....             | 9  |
| 5. Учебно-методическое обеспечение .....            | 11 |
| 6. Материально-техническое обеспечение .....        | 11 |
| 7. Методические и оценочные материалы .....         | 13 |

## 1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Математика для экономистов» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», профиль «Прикладной искусственный интеллект», утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 807 от 23.08.2017 года.

Изучение дисциплины (модуля) «Математика для экономистов» позволяют формализовать экономические закономерности, оценивать риски, оптимизировать ресурсы и принимать обоснованные управленческие решения. Освоение дисциплины (модуля) развивает логическое и аналитическое мышление, необходимое для работы с данными, прогнозирования и моделирования в экономике и бизнес-аналитике.

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина (модуль) включена в учебный план по программе подготовки бакалавриата по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», профиль «Прикладной искусственный интеллект» и входит в вариативную часть Блока 1, формируемую участниками образовательных отношений, как дисциплина по выбору.

Дисциплина (модуль) доступна для изучения на 3 или 4 курсе в 6, 7, 8 семестрах на выбор.

**Цель изучения дисциплины (модуля):** заключается в формировании у студентов математической культуры, необходимой для анализа экономических процессов, оптимизации управленческих решений и решения прикладных задач с использованием методов математического моделирования.

**Задачи изучения дисциплины (модуля):**

- изучить основные понятия теории вероятностей и их применение в экономике;
- научиться применять вероятностные законы и теоремы, анализировать случайные события и понимать основные вероятностные распределения, используемые в экономическом анализе;
- сформировать навык применения математических методов для анализа и решения экономических задач.

**В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:**

**знать:**

- основные понятия и методы теории вероятностей, включая определения случайных событий, условной вероятности, математического ожидания и дисперсии;
- ключевые вероятностные распределения, используемые при анализе экономических процессов;
- методы решения дифференциальных и разностных уравнений первого и второго порядка, а также их применение в моделировании динамических экономических систем;
- основы математического анализа функций нескольких переменных, включая частные производные, градиент, экстремумы и условия второго порядка;
- принципы построения и анализа многофакторных моделей в финансовом и экономическом планировании;
- современные модели экономического роста и их математическую структуру, включая критические аспекты их применимости и ограничений.

**уметь:**

- строить и интерпретировать вероятностные модели для оценки рисков, прогнозирования спроса, анализа рынков и принятия решений в условиях неопределённости;
- исследовать функции нескольких переменных, находить их экстремумы и использовать для решения задач оптимизации в микро- и макроэкономике;

- решать линейные дифференциальные и разностные уравнения и применять их для моделирования динамики цен, ВВП, инфляции, популяций и других экономических переменных;

- проводить количественный анализ эффективности экономических решений на основе математических методов;

***владеть:***

- навыками математического моделирования экономических процессов с использованием аппарата теории вероятностей, анализа функций нескольких переменных и дифференциальных уравнений;

- методами построения и анализа многофакторных эконометрических моделей в контексте финансово-экономического планирования;

- техниками оптимизации экономических показателей на основе количественного анализа данных;

- инструментами применения вероятностных распределений и стохастических моделей для анализа и прогнозирования экономической динамики.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

| Код и содержание компетенции                                                                                                                                                              | Индикатор компетенции и перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>УК-3. Способен осуществлять социальное взаимодействие и реализовывать свою роль в команде<br/>(соответствует УНК-02)</p>                                                               | <p>УК-3.1. (УНК-02.01.) Принимает участие в групповом взаимодействии в ходе профессиональной деятельности (базовый)<br/> УНК-02.01.01. У-1. Проявляет понимание своей роли в команде<br/> УНК-02.01.01. У-2. Умеет ясно выражать свои мысли в группе<br/> УНК-02.01.01. У-3. Способен слушать и учитывать мнения других участников команды.<br/> УНК-02.01.01. У-4. Умеет давать конструктивную обратную связь<br/> УНК-02.01.01. У-5. Умеет работать в команде, проявлять инициативу и поддерживать коллег<br/> УНК-02.01.01. У-6. Обладает навыками разрешения конфликтных ситуаций и поиска компромиссов<br/> УНК-02.01.01. З-1. Знает основы командной работы, роли и ответственности каждого участника.</p>                                                                                                          |
|                                                                                                                                                                                           | <p>УК-3.2. (УНК-02.02.) Проявляет лидерство и осуществляет наставничество (базовый)<br/> УНК-02.02.01. У-1. Умеет мотивировать и вдохновлять команду для достижения общих целей<br/> УНК-02.02.01. У-2. Способен организовывать работу группы, распределять обязанности и контролировать выполнение задач<br/> УНК-02.02.01. У-3. Умеет делиться знаниями и опытом, оказывать поддержку и осуществлять наставничество коллегам<br/> УНК-02.02.01. У-4. Способен принимать ответственные решения и демонстрировать пример профессионализма<br/> УНК-02.02.01. З-1. Знает основы лидерства, мотивации и командообразования<br/> УНК-02.02.01. З-2. Знает принципы эффективного наставничества и развития персонала<br/> УНК-02.02.01. З-3. Знает методы оценки эффективности работы команды и индивидуальных участников</p> |
| <p>УК-4. Способен осуществлять деловую коммуникацию в устной и письменной формах на государственном языке Российской Федерации и иностранном(ых) языке(ах)<br/>(соответствует УНК-01)</p> | <p>УНК-01.01.01. У-1 Владеет навыками презентации и публичной дискуссии<br/> УНК-01.01.01. У-2 Способен аргументированно отстаивать свою точку зрения<br/> УНК-01.01.01. У-3 Способен формулировать и понимать технологические и бизнес-требования<br/> УНК-01.01.01. У-4 Умеет адаптироваться к изменениям и неопределенностям в работе<br/> УНК-01.01.01. У-5 Способен конструктивно воспринимать критику<br/> УНК-01.01.01. З-1 Знает устоявшуюся в отрасли и компании терминологию<br/> УНК-01.01.01. З-2 Знает целевые установки основных заинтересованных сторон</p>                                                                                                                                                                                                                                                |
|                                                                                                                                                                                           | <p>УК-4.2. (УНК-01.02.) Демонстрирует владение профессиональной культурой (базовый)<br/> УНК-01.02.01. У-1. Умеет соблюдать деловой этикет и нормы</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |

|                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                    | <p>поведения в профессиональной среде</p> <p>УНК-01.02.01. У-2. Способен поддерживать уважительные и конструктивные отношения с коллегами, клиентами и партнерами</p> <p>УНК-01.02.01. У-3. Умеет грамотно оформлять документацию и вести коммуникацию в соответствии с профессиональными стандартами</p> <p>УНК-01.02.01. У-4. Способен демонстрировать аккуратность, пунктуальность и ответственность в выполнении своих обязанностей</p> <p>УНК-01.02.01. З-1. Знает основные принципы профессиональной этики и культуры поведения</p> <p>УНК-01.02.01. З-2. Знает требования к деловой коммуникации, оформления документов и ведению переписки</p> <p>УНК-01.02.01. З-3. Знает стандарты и нормативы, регулирующие профессиональную деятельность в своей сфере</p> |
| УК-9. Способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности | УК-9.1. Знает основные экономические теории и принципы; нормативные и правовые акты, регулирующие экономическую деятельность.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|                                                                                                    | УК-9.2. Умеет анализировать экономическую информацию и данные; разрабатывать и обосновывать экономические стратегии и решения.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|                                                                                                    | УК-9.3. Имеет практический опыт в применении экономических знаний в реальных ситуациях и проектах.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| ОПК-7. Способен использовать основы экономических знаний в различных сферах жизнедеятельности      | ОПК-7.1. Знает базовые экономические понятия, основанные на применении математического анализа.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|                                                                                                    | ОПК-7.2. Умеет использовать экономические знания для оптимизации и решения задач профессиональной деятельности.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|                                                                                                    | ОПК-7.3. Имеет практический опыт обоснования экономических решений в учебных или профессиональных проектах.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| ОПК-8. Способен использовать основы правовых знаний в различных сферах жизнедеятельности           | ОПК-8.1. Знает основные правовые понятия, источники права и нормы, регулирующие профессиональную деятельность, в том числе в сфере информационных технологий, интеллектуальной собственности и персональных данных.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|                                                                                                    | ОПК-8.2. Умеет находить и применять правовые нормы при решении задач профессиональной деятельности.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|                                                                                                    | ОПК-8.3. Имеет практический опыт правовой оценки ситуаций в профессиональной области.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| ППК-ДА3. Способен проводить аналитические исследования с применением технологий больших данных     | <p>ППК-ДА3.2. – Обеспечивает соответствие результатов анализа бизнес-задачам заказчика (средний)</p> <p>ППК-ДА3.2. З-1. Знает методы перевода бизнес-требований в аналитические задачи</p> <p>ППК-ДА3.2. З-2. Знает ключевые бизнес-метрики в предметной области</p> <p>ППК-ДА3.2. З-3. Знает принципы интерпретации результатов для бизнес-пользователей</p> <p>ППК-ДА3.2. У-1. Умеет адаптировать аналитические модели под бизнес-потребности</p> <p>ППК-ДА3.2. У-2. Умеет оценивать экономический эффект от аналитических решений</p>                                                                                                                                                                                                                               |
| ППК-ДА4. Способен выявлять бизнес-проблемы или бизнес-возможности                                  | <p>ППК-ДА4.2. Выявление истинных бизнес-проблем или бизнес-возможностей (продвинутый)</p> <p>ППК-ДА4.2. З-1. Знает предметную область и специфику</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |

|                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                         | <p>деятельности организации в объеме, достаточном для решения задач бизнес-анализа</p> <p>ППК-ДА4.2. 3-2. Знает инструменты, техники анализа бизнес-ситуации и предметной области, включая анализ данных.</p> <p>ППК-ДА4.2. 3-3. Знает перспективные и существующие цифровые технологии и цифровые возможности для бизнеса в контексте предметной области и специфики деятельности организации.</p> <p>ППК-ДА4.2. У-1. Умеет выполнять функциональную декомпозицию работ.</p> <p>ППК-ДА4.2. У-1. Умеет выявлять и классифицировать бизнес-проблемы или бизнес-возможности.</p> <p>ППК-ДА4.2. У-1. Умеет представлять информацию о выявленных бизнес-проблемах или бизнес-возможностях различными способами и в различных форматах для обсуждения с заинтересованными сторонами.</p> |
| ППК-ДА5. Способен применять методы статистического анализа и теорию эксперимента для планирования, проведения и интерпретации результатов экспериментов | <p>ППК-ДА5.1. Разрабатывает дизайн эксперимента, включая формирование гипотез, определение метрик и размера выборки (базовый)</p> <p>ППК-ДА5.1. 3-1. Знает основные принципы планирования экспериментов (рандомизация, контрольные группы, мощность теста).</p> <p>ППК-ДА5.1. 3-2. Знает методы расчёта размера выборки для достижения заданной мощности.</p> <p>ППК-ДА5.1. У-1. Умеет формулировать статистические гипотезы (<math>H_0</math>, <math>H_1</math>).</p> <p>ППК-ДА5.1. У-2. Умеет выбирать метрики для оценки эффекта воздействия.</p>                                                                                                                                                                                                                                |
|                                                                                                                                                         | <p>ППК-ДА5.2. Проводит статистический анализ данных эксперимента (проверка гипотез, расчёт доверительных интервалов) (средний)</p> <p>ППК-ДА5.2. 3-1. Знает методы проверки гипотез (t-тест, <math>\chi^2</math>, ANOVA).</p> <p>ППК-ДА5.2. 3-2. Знает методы построения доверительных интервалов для долей, средних, разностей.</p> <p>ППК-ДА5.2. У-1. Умеет применять критерии для сравнения групп.</p> <p>ППК-ДА5.2. У-2. Умеет интерпретировать p-value и уровень значимости.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|                                                                                                                                                         | <p>ППК-ДА5.3. Интерпретирует результаты экспериментов и формулирует выводы для принятия бизнес-решений (продвинутый)</p> <p>ППК-ДА5.3. 3-1. Знает принципы причинно-следственного вывода (Causal Inference).</p> <p>ППК-ДА5.3. 3-2. Знает ограничения и риски некорректной интерпретации (ложные положительные/отрицательные результаты).</p> <p>ППК-ДА5.3. У-1. Умеет визуализировать результаты эксперимента.</p> <p>ППК-ДА5.3. У-2. Умеет формулировать рекомендации на основе статистических выводов.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| РГ-3. Способен управлять программно-техническими, технологическими и человеческими ресурсами для разработки                                             | <p>РГ-3.1. Управляет инфраструктурой коллективной среды разработки компьютерного программного обеспечения (средний)</p> <p>РГ-3.1. 3-1. Знает методологии разработки компьютерного программного обеспечения</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |

|                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| компьютерного программного обеспечения                                                                                                  | РГ-3.3. Управляет процессами оценки сложности, трудоемкости, сроков выполнения работ (продвинутый)<br>РГ-3.3. 3-3. Знает нормативно-технические документы (стандарты и регламенты), описывающие процессы оценки сложности, трудоемкости, сроков выполнения работ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| ППК-У1. Осуществляет оценку и управление рисками                                                                                        | ППК-У1.4. Осуществляет оценку уровня (пороговых значений, условных зон) рисков в разрезе отдельных видов (продвинутый)<br>ППК-У1.4. У-1. Способен оценить вероятность события (угроз), пороговые значения (условные зоны), и предельно допустимый уровень рисков с определением индикаторов.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| ППК-У2. Способен выстраивать и анализировать взаимосвязь технических решений и задач разработки с бизнес-целями и показателями компании | ППК-У2.1. Анализирует влияние технических решений на бизнес-показатели (средний)<br>ППК-У2.1. У-1. Умеет оценивать потенциальное воздействие предлагаемых технических решений/архитектур на ключевые бизнес-показатели.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|                                                                                                                                         | ППК-У2.4. Выявляет технические возможности для достижения новых бизнес-целей или оптимизации бизнес-процессов (продвинутый)<br>ППК-У2.4. 3-2. Знает тренды в технологиях и их потенциальное применение для решения бизнес-задач.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| УНК-03 – Способен применять методы стратегического планирования в профессиональной деятельности                                         | УНК-03.01. Демонстрирует системное мышление при решении задач профессиональной деятельности (базовый)<br>УНК-03.01.01. У-1. Умеет анализировать задачи, учитывая взаимосвязи между их компонентами.<br>УНК-03.01.01. У-2. Способен разрабатывать комплексные видения, концепции и решения, охватывающие все аспекты проблемы.<br>УНК-03.01.01. У-3. Умеет выявлять причины и следствия в рамках сложных системных процессов.<br>УНК-03.01.01. У-4. Способен структурировать информацию и видеть общую картину ситуации.<br>УНК-03.01.01. 3-1. Знает основные принципы и методы анализа и синтеза систем.<br>УНК-03.01.01. 3-2. Знает концепции межсистемных связей и взаимодействий в профессиональной сфере.<br>УНК-03.01.01. 3-3. Знает особенности моделирования сложных систем и процессов. |
|                                                                                                                                         | УНК-03.02. Осуществляет анализ и планирование деятельности (базовый)<br>УНК-03.02.01. У-1. Умеет собирать и систематизировать информацию для оценки текущего состояния деятельности<br>УНК-03.02.01. У-2. Способен разрабатывать планы действий с учетом поставленных целей и имеющихся ресурсов<br>УНК-03.02.01. У-3. Умеет анализировать результаты выполненной работы и выявлять области для улучшения<br>УНК-03.02.01. У-4. Способен прогнозировать возможные риски и разрабатывать меры по их минимизации<br>УНК-03.02.01. 3-1. Знает методы анализа деятельности и показатели эффективности<br>УНК-03.02.01. 3-2. Знает принципы стратегического и оперативного планирования<br>УНК-03.02.01. 3-3. Знает основы управления проектами и ресурсами для эффективного выполнения задач        |

### 3. Тематический план

| №п/<br>п                                  | Наименование<br>раздела<br>дисциплины<br>(модуля)      | Трудоемкость, академические часы |                         |          |                            | ТКУ<br>(текущий<br>контроль<br>успеваемости)  |
|-------------------------------------------|--------------------------------------------------------|----------------------------------|-------------------------|----------|----------------------------|-----------------------------------------------|
|                                           |                                                        | Очная форма                      |                         |          |                            |                                               |
|                                           |                                                        | Аудиторная работа                |                         | Контроль | Самостоятел<br>ьная работа |                                               |
|                                           |                                                        | Лекц<br>ии                       | Практические<br>занятия |          |                            |                                               |
| 1                                         | Функции многих<br>переменных.<br>Методы<br>оптимизации | 10                               | 12                      |          | 4                          | Домашние<br>задания,<br>Квиз                  |
| 2                                         | Основы теории<br>вероятностей                          | 10                               | 12                      |          | 4                          | Домашние<br>задания,<br>Квиз                  |
| 3                                         | Дифференциальные<br>и разностные<br>уравнения          | 10                               | 12                      |          | 4                          | Домашние<br>задания,<br>Контрольная<br>работа |
|                                           | Экзамен                                                |                                  |                         | 4        |                            |                                               |
| Итого:                                    |                                                        | 30                               | 36                      | 4        | 120                        |                                               |
| Объем дисциплины<br>(модуля) (в ак. ч.)   |                                                        | 190                              |                         |          |                            |                                               |
| Объем дисциплины (модуля)<br>(в зач. ед.) |                                                        | 5                                |                         |          |                            |                                               |

### 4. Содержание дисциплины (модуля)

| №п/п | Наименование раздела дисциплины (модуля)      | Содержание дисциплины (модуля) по темам                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|------|-----------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1    | Функции многих переменных. Методы оптимизации | Функции нескольких переменных. Задача оптимизации. Условия первого порядка. Достаточное условие экстремума. Функция полезности, кривые безразличия. Критерий оптимального набора товаров. Эластичность функции нескольких переменных. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Необходимое условие экстремума. Окаймленный гессиан и достаточное условие экстремума. Экономический смысл множителей Лагранжа. Примеры экономических задач с ограничениями типа равенств. Постановка задачи выпуклого программирования. Функция Лагранжа. Теорема Куна-Таккера. Связь с седловыми точками функции Лагранжа. Задача квадратичного программирования. Задача фирмы с ограничениями на ресурсы. Задача потребителя с бюджетными ограничениями.                                                                                                                                                                                                       |
| 2    | Основы теории вероятностей                    | Введение в теорию вероятностей. Выбор из конечной совокупности. Элементы комбинаторики. Перестановки, размещения, сочетания. Случайный эксперимент и случайное событие. Пространства элементарных и благоприятных исходов. Классическое определение вероятности события. Основные свойства вероятности. Независимые события. Схема Бернулли. Условные вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Случайные величины и их распределения. Дискретные и непрерывные случайные величины. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, стандартное отклонение, моменты. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Непрерывные случайные величины и их характеристики. Функция распределения и функция плотности непрерывной случайной величины. Равномерное распределение на отрезке. Показательное и нормальное распределения. Распределение Стьюдента. Предельные теоремы теории вероятностей. |

|   |                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|---|-----------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   |                                         | <p>Совместные распределения случайных величин. Числовые характеристики совместных распределений. Ковариация и коэффициент корреляции. Ковариационная и корреляционная матрицы. Пример: доходность ценной бумаги и портфеля. Портфель из двух бумаг. Случай полной корреляции. Случай полной антикорреляции. Постановка задач многокритериальной оптимизации. Множество достижимых критериальных векторов. Доминирование и оптимальность по Парето. Эффективные решения и паретова граница. Основные методы решения многокритериальных задач. Свертка критериев с весовыми коэффициентами. Портфели из <math>n</math> бумаг. Портфели Марковица. Портфель минимального риска, при заданной его эффективности. Минимальная граница и ее свойства. Оптимальный портфель. Короткие продажи. Задача об оптимальном (неотрицательном) портфеле ценных бумаг.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| 3 | Дифференциальные и разностные уравнения | <p>Понятие об обыкновенном дифференциальном уравнении. Задачи экономического содержания, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Основные определения, связанные с обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка: решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме. Уравнения первого порядка в дифференциалах и методы его решения: уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах. Линейное уравнение первого порядка. Метод вариации постоянной. Уравнение Бернулли. Модели экономической динамики с непрерывным временем: модели естественного и логистического роста, определение спроса по эластичности, модель Солоу. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные однородные дифференциальные уравнения, свойства их решений. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения. Методы нахождения частных решений неоднородного уравнения. Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков. Понижения порядка дифференциальных уравнений. Системы дифференциальных уравнений. Сведение системы двух линейных дифференциальных уравнений первого порядка к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений. Элементы теории линейных разностных уравнений. Линейное уравнение первого порядка (арифметическая и геометрическая прогрессии, частичные суммы и произведения, метод вариации постоянной). Структура общего решения линейного неоднородного уравнения. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами. Модели экономической динамики с дискретным временем. Модель Самуэльсона-Хикса. Паутинная модель рынка.</p> |

## 5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

### *Основная литература:*

1. Кремер, Н. Ш. Математика для экономистов: от арифметики до эконометрики. Учебно-справочное пособие : учебник для вузов / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин ; под общей редакцией Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 760 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14218-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/535426>.

2. Математика для экономистов : учебник для вузов / под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 593 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14844-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/560286>.

3. Математика для экономистов. Практикум : учебник для вузов / под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 243 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-21744-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/582002>.

4. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10004-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/565694>.

5. Муратова, Т. В. Дифференциальные уравнения : учебник и практикум для вузов / Т. В. Муратова. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 524 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19174-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/560212>.

### *Дополнительная литература:*

6. Ключин, В. Л. Высшая математика для экономистов. Практический курс : учебник и практикум для вузов / В. Л. Ключин. — 6-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 143 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-18105-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/559798>.

## 6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и

индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- механическими калькуляторами;
- специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

| №  | Наименование портала<br>(издания, курса, документа)                            | Ссылка                                                                          |
|----|--------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| 1. | Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека                          | <a href="https://elibrary.ru/defaultx.asp">https://elibrary.ru/defaultx.asp</a> |
| 2. | База данных для IT-специалистов                                                | <a href="https://habr.com">https://habr.com</a>                                 |
| 3. | База данных ScienceDirect                                                      | <a href="https://www.sciencedirect.com">https://www.sciencedirect.com</a>       |
| 4. | Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации | <a href="https://minobrnauki.gov.ru/">https://minobrnauki.gov.ru/</a>           |
| 5. | Федеральный портал «Российское образование»                                    | <a href="https://www.edu.ru/">https://www.edu.ru/</a>                           |
| 6. | Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"        | <a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a>                       |
| 7. | Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов                             | <a href="http://school-collection.edu.ru/">http://school-collection.edu.ru/</a> |
| 8. | Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов                     | <a href="http://fcior.edu.ru/">http://fcior.edu.ru/</a>                         |

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

| Наименование ПО                                                  | Производство  | Лицензионное / свободно распространяемое |
|------------------------------------------------------------------|---------------|------------------------------------------|
| <b>Операционные системы:</b>                                     |               |                                          |
| Microsoft Imagine (Windows Client, Server)                       | зарубежное    | лицензионное                             |
| <b>Браузеры:</b>                                                 |               |                                          |
| Яндекс.Браузер                                                   | отечественное | свободно распространяемое                |
| Google Chrome                                                    | зарубежное    | свободно распространяемое                |
| <b>Офисные приложения:</b>                                       |               |                                          |
| Microsoft Imagine (Visio, OneNote)                               | зарубежное    | лицензионное                             |
| TeXstudio                                                        | зарубежное    | свободно распространяемое                |
| Adobe Acrobat Reader                                             | зарубежное    | свободно распространяемое                |
| <b>Программное обеспечение для планирования и учета времени:</b> |               |                                          |

|                                                                     |               |                           |
|---------------------------------------------------------------------|---------------|---------------------------|
| Toggle app                                                          | зарубежное    | свободно распространяемое |
| <b>Системы управления проектами:</b>                                |               |                           |
| Microsoft Imagine (Project)                                         | зарубежное    | лицензионное              |
| <b>Системы управления базами данных:</b>                            |               |                           |
| Microsoft Imagine (SQL Server)                                      | зарубежное    | лицензионное              |
| <b>Системы резервного копирования (backup):</b>                     |               |                           |
| Acronis Backup Advanced for HyperV                                  | зарубежное    | лицензионное              |
| <b>Справочно-правовые системы:</b>                                  |               |                           |
| КонсультантПлюс: справочно-правовая система                         | отечественное | лицензионное              |
| <b>Средства антивирусной защиты:</b>                                |               |                           |
| Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition | отечественное | лицензионное              |
| <b>Среды разработки:</b>                                            |               |                           |
| Visual Studio Code                                                  | зарубежное    | свободно распространяемое |
| Bash (Unix shell)                                                   | зарубежное    | свободно распространяемое |
| Anaconda                                                            | зарубежное    | свободно распространяемое |
| Robotic Operating System                                            | зарубежное    | свободно распространяемое |
| CopelliaSim                                                         | зарубежное    | свободно распространяемое |
| Google Colaboratory                                                 | зарубежное    | свободно распространяемое |
| <b>Пакеты программных средств и библиотек:</b>                      |               |                           |
| AutoPsy                                                             | зарубежное    | свободно распространяемое |
| Interactive Disassembler (IDA)                                      | зарубежное    | свободно распространяемое |
| <b>Системы управления библиографической информацией:</b>            |               |                           |
| Zotero                                                              | зарубежное    | свободно распространяемое |
| <b>Сервисы и службы:</b>                                            |               |                           |
| Bind                                                                | зарубежное    | свободно распространяемое |
| Docker                                                              | зарубежное    | свободно распространяемое |

## 7. Методические и оценочные материалы

### Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Математика для экономистов» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекции, семинары, практические занятия, квизы, домашние задания и контрольные работы, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

*Лекция* – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удастся, следует сформулировать вопрос и задать его преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

*Практические занятия* — активная форма обучения, в рамках которой студенты применяют теоретические знания на практике, выполняя задачи, эксперименты или упражнения для закрепления навыков и умений. Они способствуют развитию практических компетенций, стимулируют самостоятельность и позволяют интегрировать знания из различных дисциплин в реальные сценарии решения проблем.

Для успешной подготовки к практическому занятию: перед занятием внимательно изучите лекционный материал по проектному менеджменту, связанный с темой занятия (например, методологии Agile или управление рисками в ИИ-проектах), чтобы лучше понимать контекст задач и применять знания на практике; разделите занятие на этапы в своем плане: подготовка, активное выполнение задач, обсуждение и рефлексия. Уделите внимание дедлайнам и распределите усилия, чтобы избежать спешки и фокуса на ключевых аспектах; вовлекайтесь в групповую работу, задавайте вопросы преподавателю, обсуждайте идеи с одногруппниками и применяйте критическое мышление для решения задач, особенно в контексте ИИ-проектов (например, анализ рисков или распределение ресурсов); после занятия проанализируйте, что удалось, какие ошибки были допущены, и запишите ключевые выводы. Используйте обратную связь от преподавателя для улучшения навыков и подготовки к следующим занятиям.

*Участие в семинаре (аудиторная работа)* – активная работа студента на семинаре, его ответы на вопросы преподавателя и участие в дискуссии.

Для успешного участия в семинаре студентам рекомендуется заранее ознакомиться с темой обсуждения, прочитать необходимые материалы и подготовить вопросы. Важно активно слушать и вовлекаться в дискуссию, высказывая свои мнения и аргументируя их. При ответах на вопросы преподавателя стоит быть уверенным, четким и логичным, опираясь на изученный материал. Также полезно поддерживать диалог с однокурсниками, чтобы обогатить обсуждение и расширить свои знания.

*Домашнее задание* – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал. Использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

*Контрольная работа* – письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время.

Цель контрольной работы - получить специальные знания по одной или нескольким темам дисциплины (модуля) и продемонстрировать навыки их практического применения.

*Квиз* – это интерактивное тестирование, направленное на проверку знаний и понимания изучаемого материала.

Для успешной подготовки к квизу рекомендуется внимательно изучить основные понятия и методы, изучаемые на курсе. Полезно решать практические задачи и примеры, чтобы закрепить теоретические знания. Также стоит ознакомиться с типичными вопросами и форматами заданий, чтобы лучше подготовиться к тестированию.

*Самостоятельная работа* – работа студентов, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

## Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

### Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине (модулю) «Математика для экономистов»

Оценивание уровня учебных достижений, обучающихся по дисциплине (модулю), осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

**Промежуточная аттестация** по дисциплине (модулю) осуществляется в форме **экзамена**, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом, если иное не указано в силлабусе дисциплины:

| Десятибалльная оценка | Пятибалльная оценка | Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|-----------------------|---------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 10                    | Отлично             | Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину. Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами.      |
| 9                     | Отлично             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| 8                     | Отлично             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| 7                     | Хорошо              | Студент обладает знаниями предмета почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами. |
| 6                     | Хорошо              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| 5                     | Удовлетворительно   | Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине, но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Студент способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| 4                     | Удовлетворительно   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |

| Десятибалльная оценка | Пятибалльная оценка | Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)                                                                                               |
|-----------------------|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3                     | Не сдан             | Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы. |
| 2                     | Не сдан             |                                                                                                                                                               |
| 1                     | Не сдан             |                                                                                                                                                               |

Дисциплина (модуль) «Математика для экономистов» оценивается следующим образом:

| Активность         | Вес | Количество | Описание                                                                                                               |
|--------------------|-----|------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Домашние задания   | 20% | 14         | Набор задач по темам недели                                                                                            |
| Контрольные работы | 25% | 1          | Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время                                          |
| Квиз               | 20% | 10         | Набор заданий, которые нужно выполнить за отведенное время                                                             |
| Экзамен            | 35% | 1          | Письменная или устная работа над заданием, направленным на проверку полученных знаний и навыков по дисциплине (модулю) |

**Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модулю) «Математика для экономистов»:**  $0,2 \times \text{среднее за домашние задания} + 0,25 \times \text{среднее за контрольные работы} + 0,2 \times \text{среднее за квиз} + 0,35 \times \text{экзамен}$ .

**Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)**

### Примерные домашние задания

#### Домашнее задание

##### Теорема Куна — Таккера

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |         |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| ЗАДАЧА 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 3 балла |
| <p>Решите задачу выпуклого программирования:</p> $f = 2x + 2y + z \rightarrow \max$ <p>при условиях:</p> $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, \\ x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0. \end{cases}$                                                                                                                                 |         |
| ЗАДАЧА 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 3 балла |
| <p>Найдите графически оптимальное решение задачи оптимизации:</p> $f = (x - 24)^2 + (y - 30)^2 \rightarrow \min$ <p>при условиях:</p> $\begin{cases} 2x + 3y \leq 54, \\ -y + 2x \geq -6, \\ x - 5y \leq 4, \\ x \geq 0, \quad y \geq 0. \end{cases}$ <p>Для полученного решения проверьте выполнение условий теоремы Куна — Таккера.</p> |         |
| ЗАДАЧА 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 4 балла |
| <p>Производственная функция Кобба — Дугласа <math>Q(K, L) = K^{2/3} L^{1/3}</math>, а цены на ресурсы:</p> $p_K = 12, \quad p_L = 3.$ <p>Найдите объёмы ресурсов <math>K</math> и <math>L</math>, при которых затраты на производство не менее 100 единиц продукции минимальны.</p>                                                       |         |

## Домашнее задание

### Линейные дифференциальные уравнения высших порядков

|          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ЗАДАЧА 1 | <p><b>1 балл</b></p> <p>Решите дифференциальное уравнение с помощью понижения его порядка</p> $yy'' + (y')^2 - yy' = 0.$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| ЗАДАЧА 2 | <p><b>1 балл</b></p> <p>Потребители и поставщики прогнозируют изменение рыночной цены на товар согласно уравнению спроса</p> $q = -2p + 6 - \frac{dp}{dt} + \frac{d^2p}{dt^2}$ <p>и уравнению предложения</p> $q = 3p - 4 - \frac{dp}{dt} + 2\frac{d^2p}{dt^2}$ <p>Найдите дифференциальное уравнение для равновесной цены и его решение, удовлетворяющее условиям <math>p(0) = 1</math> и <math>p'(0) = 1</math>. Опишите поведение равновесной цены при <math>t \rightarrow +\infty</math>.</p> |
| ЗАДАЧА 3 | <p><b>1 балл</b></p> <p>Решите дифференциальное уравнение</p> $y'' + 5y' + 4y = 8x^2 - 4x - 14.$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| ЗАДАЧА 4 | <p><b>2 балла</b></p> <p>Решите дифференциальное уравнение</p> $y'' + 4y' + 20y = 34e^{-x}.$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| ЗАДАЧА 5 | <p><b>2 балла</b></p> <p>Решите дифференциальное уравнение</p> $y'' - 2y' + 5y = e^x \cos x.$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| ЗАДАЧА 6 | <p><b>3 балла</b></p> <p>Решите дифференциальное уравнение</p> $y'' + 3y' - 4y = e^{-4x} + xe^{-x}.$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |

## Домашнее задание

### Случайные величины и их числовые характеристики

ЗАДАЧА 1

1 балл

Фирма заключила два договора на поставки офисной техники. Пусть  $X, Y$  — убытки от нарушения каждого из мех. Законы распределения  $X, Y$  имеют следующий вид.

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| $X$ | 0   | 2   |
| $P$ | 0,8 | 0,2 |

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| $Y$ | 0   | 2   | 4   |
| $P$ | 0,6 | 0,3 | 0,1 |

$Z = X + Y$  — суммарные убытки.

**A.** Найдите закон распределения случайной величины  $Z$ .  
**B.** Постройте график её функции распределения.  
**B.** Вычислите математическое ожидание, дисперсию и стандартное отклонение  $Z$ .

ЗАДАЧА 2

1 балл

По страховому полису клиенту выплачивается сумма  $X$ , если событие  $A$  произойдёт в течение года. Компания оценивает эту вероятность как  $p$ . Какую сумму должен платить клиент, чтобы ожидаемая прибыль компании составила 10% от  $X$ ?

ЗАДАЧА 3

1 балл

Функции спроса  $D(p)$  и предложения  $S(p)$  на производимый фирмой товар имеют вид

$$S(p) = -75 + 15p, \quad D(p) = X - Yp,$$

где  $X$  и  $Y$  — независимые дискретные случайные величины со следующими распределениями.

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| $X$ | 150 | 200 |
| $P$ | 0,4 | 0,6 |

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| $Y$ | 15  | 30  |
| $P$ | 0,6 | 0,4 |

$P_e$  и  $Q_e$  — равновесные цена и спрос соответственно. Найдите  $E(P_e)$  и  $E(Q_e)$ .

ЗАДАЧА 4

1 балл

Каждый из  $n$  независимых заемщиков получил ссуду в банке размером  $K$  на год по ставке 100% годовых. Каждый заемщик возвращает кредит полностью с процентами с вероятностью  $p$  и не возвращает ничего с вероятностью  $1 - p$ .

**A.** Найдите математическое ожидание и дисперсию прибыли банка.  
**B.** Вычислите ставку процента  $r$  по кредиту, то есть условие на ставку процента  $r$  в зависимости от  $p$  (выдана денег должна быть прибыльной для банка).

ЗАДАЧА 5

1 балл

Каждую неделю в лотерею на 100 билетов разыгрывается 3 различных выигрыша. Участник лотереи решил покупать по одному билету в каждом выпуске до тех пор, пока не получит все три выигрыша. Найдите математическое ожидание числа купленных билетов.

## Примерные задания по контрольной работе

### Контрольная работа №1

#### Вариант 1

##### 1. Безусловная оптимизация

Найти критические точки функции  $f(x,y)=x^3+3xy^2-15x-12y$ . Определить их тип (максимум, минимум, седловая точка) с помощью матрицы Гессе.

##### 2. Условная оптимизация (метод Лагранжа)

Потребитель имеет функцию полезности  $U(x,y)=\ln x+2\ln y$ . Бюджетное ограничение:  $x+4y=60$ .

Найти оптимальный набор  $(x,y)$ , максимизирующий полезность.

##### 3. Эластичность

Для функции спроса  $Q(P_1,P_2)=100-2P_1+0.5P_2$  найти:

а) Эластичность спроса по цене  $P_1$  при  $P_1=20$ ,  $P_2=10$ .

б) Перекрестная эластичность спроса по  $P_2$  при тех же значениях.

##### 4. Выпуклость и теорема Куна-Таккера

Проверить выпуклость функции  $f(x,y)=x^2+2y^2-xy$ .

Дана задача:

$$\min f(x,y) \text{ при } x+y \geq 2, x \geq 0, y \geq 0.$$

Записать условия Куна-Таккера и найти точку минимума.

##### 5. Квадратичное программирование

Фирма производит товары  $x$  и  $y$  с издержками  $C(x,y)=x^2+y^2+xy$ .

Цены:  $p_x=10$ ,  $p_y=12$ . Найти объемы производства  $(x,y)$ , максимизирующие прибыль при ограничении  $x+y \leq 15$ .

#### Вариант 2

##### 1. Безусловная оптимизация

Исследовать на экстремум функцию  $f(x,y)=2x^3+y^3-3x^2-3y^2+2$ .

##### 2. Условная оптимизация (метод Лагранжа)

Решить задачу:

$$\max(x+2y) \text{ при } x^2+y^2=5.$$

Интерпретировать множитель Лагранжа экономически.

##### 3. Эластичность

Для производственной функции  $Q(K,L)=K^{0.4}L^{0.6}$  найти эластичность выпуска по капиталу  $K$  и труду  $L$ .

##### 4. Выпуклость и теорема Куна-Таккера

Показать, что функция  $f(x,y)=e^x+y^2$  выпукла.

Для задачи:

$$\min f(x,y) \text{ при } x+2y \geq 4, y \geq 1,$$

найти решение, используя условия Куна-Таккера.

##### 5. Экономическая задача с ограничениями

Фирма максимизирует прибыль  $\pi=20x+30y-x^2-y^2$  при ограничениях:  $x+y \leq 10$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ .

Найти оптимальные объемы производства.

## Примерные задания для квиза

### Квиз 1: Функции многих переменных и методы оптимизации

Время: 20 минут

1. Найти градиент функции  $f(x,y)=x^2y+\ln(x+y)$  в точке  $(1,1)$ .

Электронный документ

2. Найти критические точки функции  $f(x,y)=x^3+y^3-3xy$ .
3. Определить тип критической точки  $(0,0)$  для функции  $f(x,y)=x^2+y^2+xy$ .
4. Решить задачу потребителя:  
 $\max U(x,y)=xy$  при  $2x+3y=12$ .
5. Найти эластичность функции  $Q(P_1,P_2)=50-2P_1+P_2$  по  $P_1$  при  $P_1=10, P_2=5$ .
6. Проверить выпуклость функции  $f(x,y)=e^{x+y}$  на всей плоскости.
7. Записать условия Куна-Таккера для задачи:  
 $\min f(x,y)=x^2+y^2$  при  $x+y \geq 1$ .
8. Фирма максимизирует прибыль  $\pi=30x+40y-x^2-y^2$ . Найти оптимальные объемы  $x$  и  $y$ .
9. Решить методом Лагранжа:  
 $\max(x+2y)$  при  $x^2+y^2=5$ .
10. Дана функция полезности  $U(x,y)=xy$ . Найти предельную норму замещения (MRS) в точке  $(4,9)$ .

## Квиз 2: Основы теории вероятностей

Время: 20 минут

1. В урне 5 белых и 3 черных шара. Найти вероятность вынуть 2 белых шара подряд без возвращения.
2. Монету подбрасывают 5 раз. Найти вероятность ровно 3 выпадений орла.
3. События AA и BB независимы,  $P(A)=0.4, P(B)=0.7$ . Найти  $P(A \cup B)$ .
4. В магазин привезли 10 телефонов, из которых 2 бракованных. Найти вероятность, что среди 3 купленных будет 1 бракованный.
5. Дана таблица совместного распределения XX и YY:

| $X \setminus Y$ | 1   | 2   |
|-----------------|-----|-----|
| 0               | 0.2 | 0.3 |
| 1               | 0.1 | 0.4 |

Найти  $P(X=0|Y=2)$ .

6. Дискретная случайная величина XX имеет распределение:  
 $P(X=1)=0.2, P(X=2)=0.5, P(X=3)=0.3$ .  
Найти  $E[X]$  и  $\text{Var}(X)$ .
7. Случайная величина  $X \sim N(5,4)$ . Найти  $P(3 < X < 7)$ .
8. Время ожидания автобуса равномерно распределено на  $[0,10]$  минут. Найти вероятность ждать больше 7 минут.
9. Даны доходности акций:  $\sigma_X=0.5, \sigma_Y=0.3, \rho_{XY}=0.4$ . Найти ковариацию  $\text{Cov}(X,Y)$ .
10. Инвестор формирует портфель из двух активов  
 $E[R_1]=10\%, E[R_2]=15\%, \sigma_1=0.2, \sigma_2=0.25, \rho=-0.5$ .

Найти ожидаемую доходность и риск портфеля  $(0.6,0.4)$ .

## Примерные задания для квизов

### Квиз 1

**Вопрос 1:** Какое условие является необходимым для экстремума функции нескольких переменных?

- А) Условие второго порядка

- В) Условие первого порядка (частные производные равны нулю)
- С) Положительная определенность гессиана
- Д) Метод множителей Лагранжа

**Вопрос 2:** Что такое кривая безразличия?

- А) График функции полезности
- В) Множество точек с одинаковой полезностью
- С) Оптимальный набор товаров
- Д) Функция спроса

**Вопрос 3:** Какой метод используется для решения задачи условного экстремума с ограничениями типа равенств?

- А) Метод наименьших квадратов
- В) Метод множителей Лагранжа
- С) Метод Ньютона
- Д) Метод градиентного спуска

**Вопрос 4:** Что показывает экономический смысл множителя Лагранжа?

- А) Стоимость единицы ресурса
- В) Сумму частных производных
- С) Значение функции полезности
- Д) Эластичность спроса

**Вопрос 5:** Какое условие является достаточным для экстремума в задаче оптимизации без ограничений?

- А) Частные производные равны нулю
- В) Положительная определенность окаймленного гессиана
- С) Равенство нулю якобиана
- Д) Минимум функции Лагранжа

**Вопрос 6:** Что такое задача выпуклого программирования?

- А) Максимизация линейной функции на выпуклом множестве
- В) Минимизация квадратичной формы
- С) Оптимизация с нелинейными ограничениями
- Д) Решение системы уравнений

**Вопрос 7:** Как связана теорема Куна-Таккера с седловыми точками?

- А) Седловая точка — это решение системы
- В) Минимум функции Лагранжа достигается в седловой точке
- С) Максимум и минимум совпадают
- Д) Ограничения становятся равенствами

**Вопрос 8:** В задаче фирмы с ограничениями на ресурсы, что оптимизируется?

- А) Прибыль при заданных ресурсах
- В) Полезность потребителя
- С) Доходность портфеля
- Д) Рост населения

**Вопрос 9:** Что такое эластичность функции нескольких переменных?

- А) Изменение производной
- В) Относительное изменение выходной величины при изменении входных
- С) Сумма частных производных
- Д) Значение гессиана

**Вопрос 10:** Какой пример экономической задачи с ограничениями типа равенств?

- A) Задача потребителя с бюджетными ограничениями
- B) Распределение Пуассона
- C) Дифференциальное уравнение
- D) Прогнозирование доходности

**Вопрос 11:** Что такое функция Лагранжа в задаче оптимизации?

- A) Функция полезности плюс штраф за ограничения
- B) Целевая функция минус ограничения
- C) Сумма целевой функции и произведения множителей на ограничения
- D) Производная от целевой функции

**Вопрос 12:** Какой метод используется для решения задачи квадратичного программирования?

- A) Метод вариации постоянной
- B) Теорема Куна-Таккера
- C) Метод наименьших квадратов
- D) Интегрирование по частям

**Вопрос 13:** Что показывает критерий оптимального набора товаров?

- A) Тангенс угла наклона кривой безразличия равен цене
- B) Сумма цен равна доходу
- C) Полезность максимальна
- D) Ресурсы исчерпаны

**Вопрос 14:** Какой тип экстремума рассматривается в задаче с бюджетными ограничениями?

- A) Безусловный минимум
- B) Условный максимум полезности
- C) Глобальный максимум
- D) Локальный минимум

**Вопрос 15:** Что такое окаймленный гессиан?

- A) Матрица вторых производных с удаленными строками и столбцами
- B) Якобиан системы уравнений
- C) Вектор градиентов
- D) Функция распределения

**Правильные ответы для Квиза 1:**

- 1. B
- 2. B
- 3. B
- 4. A
- 5. B
- 6. A
- 7. B
- 8. A
- 9. B
- 10. A
- 11. C

- 12. В
- 13. А
- 14. В
- 15. А

## Квиз 2

**Вопрос 1:** Какое определение вероятности используется в классической схеме с равновероятными исходами?

- А) Геометрическое
- В) Частотное
- С) Классическое (отношение благоприятных исходов к общему числу)
- Д) Аксиоматическое

**Вопрос 2:** Что такое условная вероятность события А при условии В?

- А) Вероятность А и В
- В) Вероятность А, если В произошло
- С) Сумма вероятностей А и В
- Д) Разность вероятностей А и В

**Вопрос 3:** Какое распределение описывает число успехов в схеме Бернулли?

- А) Нормальное
- В) Биномиальное
- С) Пуассона
- Д) Равномерное

**Вопрос 4:** Что такое математическое ожидание случайной величины?

- А) Среднее значение
- В) Дисперсия
- С) Медиана
- Д) Мода

**Вопрос 5:** Какой коэффициент измеряет линейную зависимость между двумя случайными величинами?

- А) Дисперсия
- В) Ковариация
- С) Корреляция
- Д) Стандартное отклонение

**Вопрос 6:** В портфеле из двух бумаг при полной корреляции, как изменяется риск?

- А) Увеличивается
- В) Уменьшается
- С) Не изменяется
- Д) Становится нулевым

**Вопрос 7:** Что такое парето-оптимальность в многокритериальной оптимизации?

- А) Все критерии максимальны
- В) Невозможно улучшить один критерий без ухудшения другого
- С) Сумма критериев максимальна
- Д) Критерии независимы

**Вопрос 8:** Какое распределение используется для моделирования времени между событиями в пуассоновском процессе?

- A) Нормальное
- B) Экспоненциальное
- C) Биномиальное
- D) Равномерное

**Вопрос 9:** Что такое дисперсия случайной величины?

- A) Среднее значение
- B) Мера разброса значений вокруг математического ожидания
- C) Вероятность события
- D) Ковариация

**Вопрос 10:** Какой закон больших чисел утверждает сходимость среднего арифметического к математическому ожиданию?

- A) Закон Пуассона
- B) Слабый закон больших чисел
- C) Теорема Байеса
- D) Центральная предельная теорема

**Вопрос 11:** Что такое теорема Байеса?

- A) Формула для условной вероятности
- B) Способ обновления вероятностей на основе новых данных
- C) Распределение Пуассона
- D) Метод Монте-Карло

**Вопрос 12:** В задаче о гипотезах, что такое уровень значимости?

- A) Вероятность ошибки второго рода
- B) Вероятность отвергнуть верную гипотезу
- C) Мощность теста
- D) p-значение

**Вопрос 13:** Какое распределение описывает сумму независимых случайных величин с одинаковым распределением?

- A) Биномиальное
- B) Нормальное (по центральной предельной теореме)
- C) Пуассона
- D) Экспоненциальное

**Вопрос 14:** Что такое энтропия в теории информации?

- A) Мера неопределенности случайной величины
- B) Вероятность события
- C) Дисперсия
- D) Корреляция

**Вопрос 15:** Какой метод используется для оценки параметров распределения по выборке?

- A) Метод наименьших квадратов
- B) Метод максимального правдоподобия
- C) Метод Ньютона
- D) Интегрирование по частям

**Правильные ответы для Квиза 2:**

1. C
2. B

3. В
4. А
5. С
6. С
7. В
8. В
9. В
10. В
11. В
12. В
13. В
14. А
15. В

**Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

| <b>№ п/п</b> | <b>Задание</b>                                                                                   | <b>Ответ</b>                                                                                                                     | <b>Компетенция</b> | <b>Индикатор</b>  |
|--------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|-------------------|
| 1            | Опишите роли участников команды в проекте по математическому моделированию экономической задачи. | Аналитик строит модель, математик проверяет вычисления, руководитель координирует работу, все несут ответственность за свой этап | УК-3, УК-9         | УК-3.1, УК-9.3    |
| 2            | Как мотивировать команду и распределить ресурсы при разработке оптимизационной модели?           | Четкое распределение задач, контроль сроков, пример профессионализма, оценка трудоемкости этапов проекта                         | УК-3, РГ-3         | УК-3.2, РГ-3.3    |
| 3            | Подготовьте презентацию результатов оптимизации портфеля ценных бумаг для стейкхолдеров.         | Структура: цель, методы, результаты, выводы, рекомендации с учетом целевых установок заинтересованных сторон                     | УК-4, ППК-ДА3      | УК-4.1, ППК-ДА3.2 |
| 4            | Оформите документацию по математическому исследованию согласно профессиональным стандартам.      | Титульный лист, содержание, введение, основная часть, выводы, список источников, приложения по ГОСТ                              | УК-4, ОПК-8        | УК-4.2, ОПК-8.3   |

|    |                                                                                                   |                                                                                                                          |                |                    |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|--------------------|
| 5  | Дайте определение множителю Лагранжа и запишите его экономический смысл.                          | Множитель Лагранжа показывает предельную полезность ресурса, теневая цена ограничения в задаче оптимизации               | УК-9, ОПК-7    | УК-9.1, ОПК-7.1    |
| 6  | Проанализируйте экономическую информацию для выбора между условным и безусловным экстремумом.     | Сравнение ограничений, учет бюджетных ограничений потребителя, влияние на оптимальный набор товаров                      | УК-9, ОПК-7    | УК-9.2, ОПК-7.2    |
| 7  | Обоснуйте экономическое решение о выборе оптимального портфеля на основе теории Марковица.        | Портфель выбирается если минимизирует риск при заданной доходности, учитывается ковариация и корреляция активов          | УК-9, ОПК-7    | УК-9.3, ОПК-7.3    |
| 8  | Запишите формулу математического ожидания дискретной случайной величины и выберите метод анализа. | Сумма произведений значений на вероятности, метод статистического анализа для оценки ожидаемой доходности                | ОПК-7, ППК-ДА3 | ОПК-7.1, ППК-ДА3.1 |
| 9  | Оптимизируйте выбор стратегии в задаче фирмы с ограничениями на ресурсы и обоснуйте решение.      | Использование метода Лагранжа, учет предельной производительности и ресурсов, баланс затрат и выпуска                    | ОПК-7, ППК-У2  | ОПК-7.2, ППК-У2.1  |
| 10 | Обоснуйте экономическое решение в учебном проекте с учетом системного мышления.                   | Использование математической модели с учетом взаимосвязей между переменными, дифференциальными и уравнениями и динамикой | ОПК-7, УНК-03  | ОПК-7.3, УНК-03.01 |
| 11 | Назовите правовые нормы регулирующие использование данных в эконометрических моделях и их смысл.  | Федеральный закон О персональных данных, нормы о безопасности, согласие субъекта, требования к исследователям            | ОПК-8, УК-9    | ОПК-8.1, УК-9.1    |

|    |                                                                                                                |                                                                                                                         |                  |                      |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|----------------------|
| 12 | Примените правовые нормы при оценке рисков использования вероятностных моделей и управлению ими.               | Анализ рисков доступа к данным, анонимизация, оценка вероятности и пороговых значений, меры минимизации ущерба          | ОПК-8, ППК-У1    | ОПК-8.2, ППК-У1.4    |
| 13 | Дайте правовую оценку ситуации с нарушением авторских прав на математическую модель.                           | Определение нарушений законодательства об интеллектуальной собственности, применение санкций, влияние на репутацию      | ОПК-8, УК-9      | ОПК-8.3, УК-9.3      |
| 14 | Выберите метод статистического анализа для обработки данных вероятностного эксперимента и проверки гипотез.    | Регрессионный анализ, проверка гипотез о распределении, расчет доверительных интервалов для оценок параметров           | ППК-ДА3, ППК-ДА5 | ППК-ДА3.1, ППК-ДА5.1 |
| 15 | Адаптируйте аналитическую модель под бизнес потребности и оцените влияние математических решений.              | Перевод математических метрик в бизнес показатели, оценка воздействия на ключевые показатели компании, риск, доходность | ППК-ДА3, ППК-У2  | ППК-ДА3.2, ППК-У2.4  |
| 16 | Выберите тип визуализации для представления данных о функции полезности и коммуникации с клиентом.             | График кривых безразличия, трехмерная поверхность функции, интерактивный дашборд для публичной дискуссии о результатах  | ППК-ДА3, УК-4    | ППК-ДА3.3, УК-4.1    |
| 17 | Выявите бизнес проблему на основе анализа дифференциальных уравнений экономической динамики и примите решение. | Проблема роста производства, выбор модели Солоу или логистического роста, решение о инвестициях на основе динамики      | ППК-ДА4, УК-9    | ППК-ДА4.1, УК-9.2    |
| 18 | Классифицируйте бизнес возможности при использовании портфельной теории с учетом стратегического планирования. | Оптимизация риска и доходности, диверсификация активов, разработка плана действий с                                     | ППК-ДА4, УНК-03  | ППК-ДА4.2, УНК-03.02 |

|    |                                                                                                           |                                                                                                                      |               |                   |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|-------------------|
|    |                                                                                                           | учетом целей и ресурсов компании                                                                                     |               |                   |
| 19 | Сформулируйте рекомендации на основе статистических выводов о качестве модели для бизнеса.                | При высоком уровне ошибки пересмотр модели, при низком автоматизация расчетов для повышения эффективности управления | ППК-ДА5, УК-9 | ППК-ДА5.3, УК-9.2 |
| 20 | Оцените риски финансовой нестабильности для проекта внедрения оптимизационной модели и разработайте меры. | Анализ вероятности ошибок прогноза, мониторинг индикаторов качества, пересмотр модели при изменении условий рынка    | ППК-У1, УК-9  | ППК-У1.5, УК-9.3  |