
УТВЕРЖДЕНА

Решением Ученого совета
АНО ВО «Центральный университет»
«25» мая 2026 г.
Протокол № 2

**Рабочая программа дисциплины (модуля)
«Численные методы»**

Направление подготовки: 02.04.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) подготовки: III в биотехе

Специализация: Структурная биоинформатика

Квалификация (степень) выпускника: магистр

Форма обучения: очная

Срок освоения программы: 2 года

Год набора: 2026

**Москва
2026**

Содержание

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)	3
2. Перечень планируемых результатов обучения.....	5
3. Тематический план.....	8
4. Содержание дисциплины (модуля).....	8
5. Учебно-методическое обеспечение	10
6. Материально-техническое обеспечение	10
7. Методические и оценочные материалы	12

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Численные методы» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – магистратура по направлению 02.04.01 Математика и компьютерные науки, профиль ИИ в биотехе, утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 810 от 23.08.2017 года.

Изучение дисциплины (модуля) «Численные методы» позволяет подготовить специалистов, способных решать сложные прикладные задачи, не имеющие аналитического решения, с использованием современных вычислительных инструментов.

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина (модуль) включена в учебный план по программе подготовки магистратуры по направлению 02.04.01 Математика и компьютерные науки, профиль ИИ в биотехе и входит в обязательную часть Блока 1 как дисциплина по выбору, подлежащая обязательному изучению на специализации «Структурная биоинформатика».

Дисциплина (модуль) изучается на 1 курсе во 2 семестре.

Цель изучения дисциплины (модуля): формирование у обучающихся системного понимания принципов численного решения математических задач, а также развитие навыков выбора, реализации и анализа численных алгоритмов для моделирования реальных физических, биологических и инженерных процессов.

Задачи изучения дисциплины (модуля):

- изучить основные понятия численных методов: погрешности, устойчивость, сходимость, вычислительная эффективность;
- освоить методы решения нелинейных уравнений, систем линейных уравнений и обыкновенных дифференциальных уравнений;
- научиться применять квадратурные формулы для численного интегрирования и методы интерполяции и аппроксимации для обработки экспериментальных данных;
- овладеть навыками программной реализации численных алгоритмов и визуализации результатов;
- развить способность выбирать оптимальный численный метод в зависимости от постановки задачи, требуемой точности и вычислительных ресурсов;
- научиться анализировать погрешности, устойчивость и сходимость алгоритмов, а также интерпретировать и оформлять результаты расчётов.

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

знать:

- основные понятия и определения численных методов: погрешности вычислений (абсолютная, относительная, вычислительная, методическая), устойчивость, сходимость;
- классификацию численных методов и их области применения;
- математические основы численных методов: интерполяция, аппроксимация, численное интегрирование, численное дифференцирование;
- методы решения нелинейных уравнений: метод деления отрезка пополам, метод простой итерации, метод Ньютона, метод секущих;
- методы решения систем линейных алгебраических уравнений: метод Гаусса, LU-

- разложение, итерационные методы (Якоби, Зейделя, метод простой итерации);
- основы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений: метод Эйлера, методы Рунге–Кутты, многошаговые методы;
 - методы приближённого вычисления определённых интегралов: формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона;
 - основы интерполяции и аппроксимации: интерполяционный многочлен Лагранжа, сплайны, метод наименьших квадратов;
 - принципы решения задач на собственные значения численными методами (степенной метод, QR-алгоритм — ознакомительно).

уметь:

- анализировать погрешности приближённых вычислений и выбирать метод с минимальной погрешностью;
- применять численные методы для решения нелинейных уравнений и систем уравнений;
- решать системы линейных уравнений прямыми и итерационными методами;
- выполнять интерполяцию и аппроксимацию таблично заданных функций;
- вычислять определённые интегралы с заданной точностью с помощью квадратурных формул;
- численно дифференцировать функции, заданные таблично или аналитически;
- решать задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений первого и высших порядков;
- оценивать устойчивость и сходимость численных алгоритмов;
- выбирать оптимальный метод решения задачи в зависимости от её условий и требуемой точности;
- формулировать математическую модель задачи и переходить к её численному решению.

владеть:

- навыками программной реализации численных методов на языках высокого уровня (Python, MATLAB, C++, и др.);
- навыками работы с математическим программным обеспечением (NumPy, SciPy, MathCAD, Wolfram Mathematica);
- навыками анализа и интерпретации результатов численных расчётов;
- навыками построения графиков и визуализации данных, полученных в ходе вычислений;
- навыками тестирования и отладки численных алгоритмов;
- навыками оценки вычислительной сложности и эффективности алгоритмов;
- навыками оформления отчётов по лабораторным и расчётным работам с анализом погрешностей и результатов.

2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

Компетенция	Содержание компетенции	Индикатор компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)
УК-1.	Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1.	Знает основные принципы системного подхода и методы критического анализа, а также теоретические основы стратегического планирования и принятия решений
		УК-1.2.	Умеет применять методы системного анализа для выявления ключевых проблемных ситуаций, формулировать гипотезы и разрабатывать альтернативные стратегии действий на основе полученных данных
		УК-1.3.	Имеет практический опыт в проведении анализа реальных проблемных ситуаций в рамках проектов, способен вырабатывать и обосновывать стратегии действий, учитывая различные аспекты и последствия
УК-2.	Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла	УК-2.1.	Знает основные методологии управления проектами, ключевые этапы жизненного цикла проекта и инструменты для планирования и контроля
		УК-2.2.	Умеет разрабатывать проектную документацию, устанавливать цели и задачи проекта, а также эффективно распределять ресурсы и управлять рисками на всех этапах его реализации
		УК-2.3.	Имеет практический опыт в управлении реальными проектами, включая планирование, исполнение и завершение, а также в оценке результатов и проведении анализа успешности проекта
ПК-1.	Способен определять общие формы и закономерности области искусственного	ПК-1.1.	Знает основные теоретические концепции и принципы искусственного интеллекта в биотехнологии, а также методы

	интеллекта в биологии, медицине или биотехнологии, обрабатывать и интерпретировать данные биологических исследований		обработки, анализа и визуализации данных в биологии, медицине или биотехнологии
		ПК-1.2.	Умеет проводить систематический анализ области профессиональной деятельности, выявлять закономерности и тенденции, моделировать основные биологические процессы и интерпретировать полученные результаты с использованием методов биоинформатики и искусственного интеллекта
		ПК-1.3.	Имеет практический опыт работы в области искусственного интеллекта в биотехнологии, включая участие в научных проектах, исследованиях или практических заданиях
ПК-2.	Способен математически корректно ставить и решать естественнонаучные и прикладные задачи в области биологии, медицины или биотехнологий	ПК-2.1.	Знает основные методы математического моделирования и теоретические основы современной биологии и биоинформатики, необходимые для корректной постановки задач
		ПК-2.2.	Умеет формулировать математические модели биологических процессов, выбирать адекватные методы решения и интерпретировать результаты в профессиональном контексте
		ПК-2.3.	Имеет практический опыт постановки и решения прикладных задач с использованием методов ИИ в области биологии, медицины или биотехнологий
ПК-3.	Способен решать задачи профессиональной деятельности и применять методы искусственного интеллекта в прикладных и фундаментальных исследованиях в области биологии, медицины или биотехнологий	ПК-3.1.	Знает принципы и методы решения профессиональных задач, включая применение профильно-специализированных знаний в области ИИ для фундаментальных и прикладных исследований в области биологии, медицины или биотехнологий
		ПК-3.2.	Умеет применять математические и компьютерные методы, формулировать результаты и анализировать их последствия для научных и практических решений

		ПК-3.3.	Имеет опыт участия в проектах, где методы ИИ применялись для решения исследовательских и прикладных задач в области биологии, медицины или биотехнологий
ПК-5.	Способен передавать результаты прикладных задач в виде профессиональных рекомендаций в области искусственного интеллекта, биоинформатики и биотехнологии	ПК-5.1.	Знает методы формулирования рекомендаций и терминологию области искусственного интеллекта и биоинформатики
		ПК-5.2.	Умеет интерпретировать результаты анализа и моделирования и формулировать рекомендации для практического применения в области биологии, медицины или биотехнологий
		ПК-5.3.	Имеет опыт разработки рекомендаций по результатам проектов в области искусственного интеллекта и биотехнологии

3. Тематический план

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Трудоемкость, академические часы				ТКУ (текущий контроль успеваемости)
		Очная форма				
		Аудиторная работа		Контроль	Самостояте льная работа	
		Лекции	Семинары (практичес кие занятия)			
1	Основы численных методов и решение уравнений	7	7		2	Аудиторная работа Домашнее задание
2	Численные методы линейной алгебры	7	7	2	2	Аудиторная работа Домашнее задание Контрольная работа
3	Численные методы аппроксимации и дифференцирования/интегрирования	8	8	3	2	Аудиторная работа Домашнее задание Контрольная работа
4	Численные методы решения дифференциальных уравнений	8	8	3	2	Аудиторная работа Домашнее задание
	Зачет					Коллоквиум
Итого:		30	30	8	8	
Объем дисциплины (модуля) (в ак. ч.)		76				
Объем дисциплины (модуля) (в зач. ед.)		2				

4. Содержание дисциплины (модуля)

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание дисциплины (модуля) по темам
1	Основы численных методов и решение уравнений	Введение в численные методы Решение нелинейных уравнений с одной переменной Решение систем нелинейных уравнений
2	Численные методы линейной алгебры	Прямые методы решения систем линейных уравнений Итерационные методы решения СЛАУ Численные методы линейной алгебры: собственные значения и векторы
3	Численные методы аппроксимации и дифференцирования/интегрирования	Интерполяция функций Сплайн-интерполяция Аппроксимация функций. Метод наименьших квадратов Численное дифференцирование Численное интегрирование (квадратурные формулы)

4	Численные методы решения дифференциальных уравнений	Численные методы решения задачи Коши для ОДУ Многошаговые методы решения ОДУ Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений Численные методы решения уравнений в частных производных (ознакомительно)
---	---	--

5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Основная литература:

1. Шевченко, А. С. Численные методы : учебное пособие / А. С. Шевченко. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 381 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/996207. - ISBN 978-5-16-014605-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/996207>.

2. Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование : учебное пособие / В.Д. Колдаев ; под ред. Л.Г. Гагариной. — Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2026. — 336 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0779-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2219434>.

Дополнительная литература:

1. Пантелеев, А. В. Численные методы. Практикум : учебное пособие / А. В. Пантелеев, И. А. Кудрявцева. — Москва : ИНФРА-М, 2023. — 512 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-018445-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/2002583>.

6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- механическими калькуляторами;
- специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

№	Наименование портала (издания, курса, документа)	Ссылка
1.	Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека	https://elibrary.ru/defaultx.asp
2.	База данных для IT-специалистов	https://habr.com
3.	База данных ScienceDirect	https://www.sciencedirect.com
4.	Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации	https://minobrnauki.gov.ru/
5.	Федеральный портал «Российское образование»	https://www.edu.ru/
6.	Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	http://window.edu.ru/
7.	Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов	http://school-collection.edu.ru/
8.	Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов	http://fcior.edu.ru/

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Наименование ПО	Производство	Лицензионное / свободно распространяемое
Операционные системы:		
Microsoft Imagine (Windows Client, Server)	зарубежное	лицензионное
Браузеры:		
Яндекс.Браузер	отечественное	свободно распространяемое
Google Chrome	зарубежное	свободно распространяемое
Офисные приложения:		
Microsoft Imagine (Visio, OneNote)	зарубежное	лицензионное
TeXstudio	зарубежное	свободно распространяемое
Adobe Acrobat Reader	зарубежное	свободно распространяемое
Программное обеспечение для планирования и учета времени:		
Toggle app	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления проектами:		
Microsoft Imagine (Project)	зарубежное	лицензионное
Системы управления базами данных:		

Microsoft Imagine (SQL Server)	зарубежное	лицензионное
Системы резервного копирования (backup):		
Acronis Backup Advanced for HyperV	зарубежное	лицензионное
Справочно-правовые системы:		
КонсультантПлюс: справочно-правовая система	отечественное	лицензионное
Средства антивирусной защиты:		
Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition	отечественное	лицензионное
Среды разработки:		
Visual Studio Code	зарубежное	свободно распространяемое
Bash (Unix shell)	зарубежное	свободно распространяемое
Anaconda	зарубежное	свободно распространяемое
Robotic Operating System	зарубежное	свободно распространяемое
CopelliaSim	зарубежное	свободно распространяемое
Google Colaboratory	зарубежное	свободно распространяемое
Пакеты программных средств и библиотек:		
AutoPsy	зарубежное	свободно распространяемое
Interactive Disassembler (IDA)	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления библиографической информацией:		
Zotero	зарубежное	свободно распространяемое
Сервисы и службы:		
Bind	зарубежное	свободно распространяемое
Docker	зарубежное	свободно распространяемое

7. Методические и оценочные материалы

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Численные методы» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекции, семинары, домашние задания, контрольные работы, коллоквиум, аудиторная работа, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

Лекция – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удастся, следует сформулировать вопрос и задать его преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

Семинар – это форма учебной деятельности, проводимая в учебном заведении под руководством преподавателя, где студенты активно участвуют в обсуждениях, Электронный документ

практических заданиях и других формах взаимодействия.

Для успешной подготовки к семинару рекомендуется заранее ознакомиться с темой занятия и основными материалами, чтобы иметь возможность активно участвовать в обсуждении. Также полезно подготовить вопросы и идеи для обсуждения, что поможет глубже понять материал и продемонстрировать заинтересованность.

Домашнее задание – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал, использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

Контрольная работа – письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время.

Цель контрольной работы – получить специальные знания по одной или нескольким темам дисциплины и продемонстрировать навыки их практического применения.

Коллоквиум – устные ответы на вопросы, список которых известен студенту заранее.

В процессе подготовки к коллоквиуму необходимо проанализировать учебные материалы, ознакомившись с лекциями, учебниками и дополнительными источниками, акцентируя внимание на ключевых темах. Рекомендуется создать структурированные конспекты, выделяя основные идеи, термины и формулы.

Аудиторная работа – активная работа студента на семинаре, его ответы на вопросы преподавателя и участие в дискуссии.

Для успешного участия в семинаре студентам рекомендуется заранее ознакомиться с темой обсуждения, прочитать необходимые материалы и подготовить вопросы. Важно активно слушать и вовлекаться в дискуссию, высказывая свои мнения и аргументируя их. При ответах на вопросы преподавателя стоит быть уверенным, четким и логичным, опираясь на изученный материал. Также полезно поддерживать диалог с однокурсниками, чтобы обогатить обсуждение и расширить свои знания.

Самостоятельная работа – работа студентов, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине (модулю) «Численные методы»

Оценивание уровня учебных достижений обучающихся по дисциплине (модулю) осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) осуществляется в форме *зачета*, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной

пятибалльной шкалой следующим образом, если иное не указано в силлабусе дисциплины:

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Оценка за зачет	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
10	Отлично	Зачтено	Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину. Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами.
9	Отлично	Зачтено	
8	Отлично	Зачтено	
7	Хорошо	Зачтено	Студент обладает знаниями предмета почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами.
6	Хорошо	Зачтено	
5	Удовлетворительно	Зачтено	Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине, но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В
4	Удовлетворительно	Зачтено	

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Оценка за зачет	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
			ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Студент способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования.
3	Не сдан	Не зачтено	Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы.

Дисциплина (модуль) «Численные методы» оценивается следующим образом:

Активность	Вес	Количество	Описание
Аудиторная работа	15%	15	Активная работа студента на занятии
Домашние задания	25%	10	Набор задач по темам недели
Контрольные работы	35%	2	Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время
Зачет	25%	1	Коллоквиум – устные ответы на вопросы, список которых известен студенту заранее

Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модулю) «Численные методы»: $0,15 \times \text{Среднее за аудиторную работу} + 0,1 \times \text{Среднее за домашние задания} + 0,35 \times \text{Среднее за контрольные работы} + 0,4 \times \text{Зачет}$.

Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

Примерные вопросы для подготовки к занятию

Занятие 1. Основы численных методов и решение уравнений

1. Что такое абсолютная и относительная погрешность? В чём их разница?
2. Какие методы применяются для решения нелинейных уравнений с одной переменной?
3. В чём заключается метод деления отрезка пополам (бисекции)? Каковы его достоинства и недостатки?
4. Что означают сходимость и устойчивость численного метода?
5. Как формулируется задача решения системы нелинейных уравнений?

Занятие 2. Численные методы линейной алгебры

1. Как работает метод Гаусса? Какие возможны проблемы при его реализации?
2. В чём разница между прямыми и итерационными методами решения СЛАУ?
3. Какие условия необходимы для сходимости метода Якоби?
4. Что такое LU-разложение и как оно используется при решении СЛАУ?
5. Какие подходы используются для численного нахождения собственных значений матрицы?

Занятие 3. Аппроксимация, интегрирование, дифференцирование

1. В чём разница между интерполяцией и аппроксимацией?
2. Что такое интерполяционный многочлен Лагранжа? Каковы его недостатки при большом числе узлов?
3. Как формулируется метод наименьших квадратов для линейной аппроксимации?
4. Какие квадратурные формулы используются для численного интегрирования? Сравните их точность.
5. Какие формулы применяются для численного дифференцирования? Как погрешность зависит от шага?

Примерные домашние задания

Домашнее задание 1. Решение нелинейных уравнений

1. Решите уравнение $x^3 - 2x - 5 = 0$ методом бисекции на отрезке $[2][3]$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$.
2. Реализуйте метод Ньютона для этого же уравнения (начальное приближение $x_0 = 2$).
3. Сравните количество итераций и скорость сходимости.
4. Оформите отчёт: таблица итераций, выводы о сходимости.

Домашнее задание 2. Интерполяция и аппроксимация

1. Даны точки: $(0, 1)$, $(1, 3)$, $(2, 2)$, $(3, 5)$.
2. Постройте интерполяционный многочлен Лагранжа.
3. Постройте кубический сплайн, проходящий через эти точки.
4. Выполните линейную аппроксимацию методом наименьших квадратов.
5. Постройте графики всех трёх функций и сравните их поведение между узлами.

Домашнее задание 3. Численное решение ОДУ

1. Решите задачу Коши: $y' = -2y$, $y(0) = 1$ на отрезке $[0][2]$ с шагом $h = 0.2$.
2. Используйте метод Эйлера и метод Рунге–Кутты 4-го порядка.
3. Сравните результаты с аналитическим решением $y(x) = e^{-2x}$.
4. Постройте графики и оцените погрешность.
5. Оформите отчёт с таблицей значений и анализом точности.

Примерные задания для контрольной работы

Задание 1. Метод бисекции

Решите уравнение $x^2 - \ln x - 3 = 0$ методом деления отрезка пополам на интервале $[2][3]$ с точностью $\varepsilon = 0.01$.

Выполните 3 итерации, укажите текущий отрезок и приближённое значение корня.

Задание 2. Метод Гаусса

Решите систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x + y - z = 8 \\ -3x - y + 2z = -1 \\ -2x + y + 2z = -3 \end{cases}$$

Приведите систему к ступенчатому виду и найдите решение.

Задание 3. Численное интегрирование

Вычислите интеграл $\int_0^1 e^{-x^2} dx$ с помощью:

1. Формулы трапеций (разбиение на 4 отрезка),
 2. Формулы Симпсона (разбиение на 4 отрезка).
- Сравните результаты и укажите, какой метод точнее.

Задание 4. Аппроксимация методом наименьших квадратов

Найдите линейную аппроксимацию $y=ax+b$ для данных:

x : 1, 2, 3, 4

y : 2.1, 3.9, 6.1, 8.0

Решите систему нормальных уравнений и найдите коэффициенты a и b .

Задание 5. Метод Эйлера

Решите задачу Коши: $y'=x+y$, $y(0)=1$ на отрезке $[0, 0.4]$ с шагом $h=0.2$ методом Эйлера.

Запишите значения y_1, y_2 , промежуточные вычисления и сравните с точным решением (при необходимости укажите тенденцию).

Примерные вопросы к коллоквиуму

1. Что такое вычислительная погрешность и от чего она зависит?
2. Как формулируется метод простой итерации для уравнения $x=\varphi(x)$? Каково условие сходимости?
3. В чём преимущество LU-разложения перед прямым применением метода Гаусса при решении нескольких систем с одной матрицей?
4. Что такое интерполяция? Приведите пример задачи, где она применяется.
5. Почему при большом числе узлов интерполяция многочленом Лагранжа может быть неустойчивой?
6. Как формулируется формула трапеций для численного интегрирования? Какова её погрешность?
7. Какие факторы влияют на устойчивость численного решения дифференциального уравнения?
8. В чём суть метода Рунге–Кутты 4-го порядка? Почему он точнее метода Эйлера?
9. Что такое краевая задача для ОДУ? Чем она отличается от задачи Коши?
10. Как выбирается шаг интегрирования при численном решении ОДУ? Как он влияет на точность и устойчивость?

Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

№ п/п	Задание	Ответ	Компетенция
1.	Что такое относительная погрешность?	Отношение абсолютной погрешности к точному значению	УК-1
2.	Какой метод решения СЛАУ является итерационным?	Метод Якоби	УК-2
3.	Какова погрешность метода Симпсона?	$O(h^4)$	ПК-1
4.	Что такое сходимость численного метода?	Свойство приближения решения к точному при	ПК-2

		уменьшении шага	
5.	Какой метод устойчив к ошибкам округления при решении СЛАУ?	LU-разложение с выбором главного элемента	ПК-3
6.	Какой метод используется для интерполяции с малыми колебаниями?	Кубический сплайн	ПК-5
7.	Что такое задача Коши?	ОДУ с начальным условием	УК-1
8.	Какой метод имеет первый порядок точности?	Метод Эйлера	УК-2
9.	Как вычисляется производная численно с помощью центральной разности?	$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$	ПК-1
10.	Что такое метод наименьших квадратов?	Метод аппроксимации, минимизирующий сумму квадратов отклонений	ПК-2
11.	Какой метод применяется для нахождения собственных значений?	Степенной метод	ПК-3
12.	Какая формула имеет наивысшую точность среди простых квадратур?	Формула Симпсона	ПК-5
13.	Что такое устойчивость алгоритма?	Слабая чувствительность к малым изменениям входных данных	УК-1
14.	Какой метод требует вычисления производной?	Метод Ньютона	УК-2
15.	Какой метод подходит для решения жёстких ОДУ?	Неявные методы (например, методы Розенброка)	ПК-1
16.	Что такое LU-разложение?	Представление матрицы в виде произведения нижней и верхней треугольных матриц	ПК-2

17.	Какой метод интерполяции используется в компьютерной графике?	Сплаины	ПК-3
18.	Какая погрешность возникает из-за округления чисел в компьютере?	Вычислительная (или машинная) погрешность	ПК-5
19.	Что такое многошаговый метод решения ОДУ?	Метод, использующий несколько предыдущих значений решения	УК-1
20.	Какой метод подходит для плохо обусловленных систем?	Итерационные методы с предобуславливателем	УК-2