

---

**УТВЕРЖДЕНА**

Решением Ученого совета  
АНО ВО «Центральный университет»  
«25» мая 2026 г.  
Протокол № 2

**Рабочая программа дисциплины (модуля)  
«Методы оптимизации»**

**Направление подготовки:** 02.04.01 Математика и компьютерные науки

**Направленность (профиль) подготовки:** III в биотехе

**Специализация:** Структурная биоинформатика

**Квалификация (степень) выпускника:** магистр

**Форма обучения:** очная

**Срок освоения программы:** 2 года

**Год набора:** 2026

**Москва  
2026**

## Содержание

|                                                     |    |
|-----------------------------------------------------|----|
| 1. Краткая характеристика дисциплины (модуля) ..... | 3  |
| 2. Перечень планируемых результатов обучения.....   | 5  |
| 3. Тематический план.....                           | 8  |
| 4. Содержание дисциплины (модуля).....              | 8  |
| 5. Учебно-методическое обеспечение .....            | 9  |
| 6. Материально-техническое обеспечение .....        | 9  |
| 7. Методические и оценочные материалы .....         | 11 |

## **1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)**

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Методы оптимизации» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – магистратура по направлению 02.04.01 Математика и компьютерные науки, профиль ИИ в биотехе, утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 810 от 23.08.2017 года.

Изучение дисциплины (модуля) «Методы оптимизации» позволяет не только эффективно использовать современные солверы, но и глубоко понимать поведение алгоритмов, диагностировать проблемы сходимости и адаптировать методы под специфику прикладных задач, что является ключевым навыком для специалистов в области искусственного интеллекта, системного анализа и вычислительной науки.

### **Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Настоящая дисциплина (модуль) включена в учебный план по программе подготовки магистратуры по направлению 02.04.01 Математика и компьютерные науки, профиль ИИ в биотехе и входит в обязательную часть Блока 1 как дисциплина по выбору специализации «Структурная биоинформатика».

Дисциплина (модуль) изучается на 2 курсе в 3 семестре.

**Цель изучения дисциплины (модуля):** формирование у обучающихся глубокого понимания теоретических основ и практических методов математической оптимизации, а также развитие навыков постановки, анализа и решения оптимизационных задач, возникающих в науке, инженерии и машинном обучении.

### **Задачи изучения дисциплины (модуля):**

- освоить классификацию оптимизационных задач и критерии их выпуклости для корректного выбора методов решения;
- изучить аппарат выпуклого анализа, включая свойства выпуклых функций и множеств, а также условия оптимальности первого и второго порядка;
- понять принципы теории двойственности, включая построение двойственных задач и интерпретацию двойственных переменных;
- научиться формализовать прикладные задачи в виде математических моделей оптимизации и выбирать адекватные численные методы;
- обучить навыкам реализации и диагностики базовых алгоритмов оптимизации, включая градиентный спуск, метод Ньютона и проксимальные методы.

### **В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:**

#### **знать:**

- классификацию задач математической оптимизации и критерии их выпуклости;
- аппарат выпуклого анализа: свойства выпуклых множеств и функций, условия оптимальности;
- основы теории двойственности (лагранжева и коническая);
- принципы работы и области применения основных семейств численных методов.

#### **уметь:**

- формализовать прикладные проблемы в виде корректной постановки оптимизационной задачи;
- анализировать и идентифицировать задачи для обоснованного выбора метода

решения;

- применять современные программные решения (солверов) для выпуклых и нелинейных задач;
- использовать методы первого порядка (включая стохастические) для задач машинного обучения.

***владеть:***

- навыками реализации базовых алгоритмов: градиентный спуск, метод Ньютона, проксимальные методы;
- навыками диагностики сходимости итерационных методов и настройка их параметров.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

| Компетенция | Содержание компетенции                                                                                                     | Индикатор компетенции | Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)                                                                                                                               |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| УК-1.       | Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий | УК-1.1.               | Знает основные принципы системного подхода и методы критического анализа, а также теоретические основы стратегического планирования и принятия решений                                         |
|             |                                                                                                                            | УК-1.2.               | Умеет применять методы системного анализа для выявления ключевых проблемных ситуаций, формулировать гипотезы и разрабатывать альтернативные стратегии действий на основе полученных данных     |
|             |                                                                                                                            | УК-1.3.               | Имеет практический опыт в проведении анализа реальных проблемных ситуаций в рамках проектов, способен вырабатывать и обосновывать стратегии действий, учитывая различные аспекты и последствия |
| УК-2.       | Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла                                                            | УК-2.1.               | Знает основные методологии управления проектами, ключевые этапы жизненного цикла проекта и инструменты для планирования и контроля                                                             |
|             |                                                                                                                            | УК-2.2.               | Умеет разрабатывать проектную документацию, устанавливать цели и задачи проекта, а также эффективно распределять ресурсы и управлять рисками на всех этапах его реализации                     |
|             |                                                                                                                            | УК-2.3.               | Имеет практический опыт в управлении реальными проектами, включая планирование, исполнение и завершение, а также в оценке результатов и проведении анализа успешности проекта                  |
| ПК-1.       | Способен определять общие формы и закономерности области искусственного                                                    | ПК-1.1.               | Знает основные теоретические концепции и принципы искусственного интеллекта в биотехнологии, а также методы                                                                                    |

|       |                                                                                                                                                                                               |         |                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|       | интеллекта в биологии, медицине или биотехнологии, обрабатывать и интерпретировать данные биологических исследований                                                                          |         | обработки, анализа и визуализации данных в биологии, медицине или биотехнологии                                                                                                                                                                                              |
|       |                                                                                                                                                                                               | ПК-1.2. | Умеет проводить систематический анализ области профессиональной деятельности, выявлять закономерности и тенденции, моделировать основные биологические процессы и интерпретировать полученные результаты с использованием методов биоинформатики и искусственного интеллекта |
|       |                                                                                                                                                                                               | ПК-1.3. | Имеет практический опыт работы в области искусственного интеллекта в биотехнологии, включая участие в научных проектах, исследованиях или практических заданиях                                                                                                              |
| ПК-2. | Способен математически корректно ставить и решать естественнонаучные и прикладные задачи в области биологии, медицины или биотехнологий                                                       | ПК-2.1. | Знает основные методы математического моделирования и теоретические основы современной биологии и биоинформатики, необходимые для корректной постановки задач                                                                                                                |
|       |                                                                                                                                                                                               | ПК-2.2. | Умеет формулировать математические модели биологических процессов, выбирать адекватные методы решения и интерпретировать результаты в профессиональном контексте                                                                                                             |
|       |                                                                                                                                                                                               | ПК-2.3. | Имеет практический опыт постановки и решения прикладных задач с использованием методов ИИ в области биологии, медицины или биотехнологий                                                                                                                                     |
| ПК-3. | Способен решать задачи профессиональной деятельности и применять методы искусственного интеллекта в прикладных и фундаментальных исследованиях в области биологии, медицины или биотехнологий | ПК-3.1. | Знает принципы и методы решения профессиональных задач, включая применение профильно-специализированных знаний в области ИИ для фундаментальных и прикладных исследований в области биологии, медицины или биотехнологий                                                     |
|       |                                                                                                                                                                                               | ПК-3.2. | Умеет применять математические и компьютерные методы, формулировать результаты и анализировать их последствия для научных и практических решений                                                                                                                             |

|       |                                                                                                                                                          |         |                                                                                                                                                                    |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|       |                                                                                                                                                          | ПК-3.3. | Имеет опыт участия в проектах, где методы ИИ применялись для решения исследовательских и прикладных задач в области биологии, медицины или биотехнологий           |
| ПК-5. | Способен передавать результаты прикладных задач в виде профессиональных рекомендаций в области искусственного интеллекта, биоинформатики и биотехнологии | ПК-5.1. | Знает методы формулирования рекомендаций и терминологию области искусственного интеллекта и биоинформатики                                                         |
|       |                                                                                                                                                          | ПК-5.2. | Умеет интерпретировать результаты анализа и моделирования и формулировать рекомендации для практического применения в области биологии, медицины или биотехнологий |
|       |                                                                                                                                                          | ПК-5.3. | Имеет опыт разработки рекомендаций по результатам проектов в области искусственного интеллекта и биотехнологии                                                     |

### 3. Тематический план

| №<br>п/п                                  | Наименование<br>раздела дисциплины<br>(модуля)                     | Трудоемкость, академические часы |                                           |          |                               | ТКУ<br>(текущий<br>контроль<br>успеваемости) |
|-------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|----------------------------------|-------------------------------------------|----------|-------------------------------|----------------------------------------------|
|                                           |                                                                    | Очная форма                      |                                           |          |                               |                                              |
|                                           |                                                                    | Аудиторная работа                |                                           | Контроль | Самостояте<br>льная<br>работа |                                              |
|                                           |                                                                    | Лекции                           | Семинары<br>(практичес<br>кие<br>занятия) |          |                               |                                              |
| 1                                         | Основы выпуклого<br>анализа для построения<br>методов оптимизации  | 14                               | 14                                        |          | 24                            | Домашние<br>задания                          |
| 2                                         | Численные методы<br>оптимизации для<br>решения прикладных<br>задач | 16                               | 16                                        |          | 26                            | Домашние<br>задания                          |
|                                           | Экзамен                                                            |                                  |                                           | 4        |                               | Проект                                       |
| Итого:                                    |                                                                    | 30                               | 30                                        | 4        | 50                            |                                              |
| Объем дисциплины (модуля) (в<br>ак. ч.)   |                                                                    | 114                              |                                           |          |                               |                                              |
| Объем дисциплины (модуля) (в<br>зач. ед.) |                                                                    | 3                                |                                           |          |                               |                                              |

### 4. Содержание дисциплины (модуля)

| №п/п | Наименование раздела дисциплины (модуля)                    | Содержание дисциплины (модуля) по темам                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|------|-------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1    | Основы выпуклого анализа для построения методов оптимизации | Введение в методы оптимизации. Примеры постановок задач. Выпуклые множества.<br>Выпуклые функции и способы их построения.<br>Постановки задач выпуклой оптимизации.<br>Условия оптимальности.<br>Введение в теорию двойственности.<br>Коническая двойственность.                                                                                                 |
| 2    | Численные методы оптимизации для решения прикладных задач   | Введение в численные методы и типизация солверов для решения оптимизационных задач.<br>Градиентный спуск.<br>Ускоренные методы первого порядка.<br>Метод Ньютона и квазиньютоновские методы.<br>Стохастические методы первого порядка и обучение нейросетей.<br>Проксимальные методы.<br>Методы штрафов и ADMM.<br>Методы оптимизации и параллельные вычисления. |



## 5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

### *Основная литература:*

1. Поляков, В. М. Методы оптимизации : учебное пособие / В. М. Поляков, З. С. Агаларов. - 2-е изд. - Москва : Дашков и К, 2022. - 86 с. - ISBN 978-5-394-05003-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1926409>.

2. Аттетков, А. В. Методы оптимизации : учебное пособие / А. В. Аттетков, В. С. Зарубин, А. Н. Канатников. — Москва : РИОР : ИНФРА-М, 2023. — 270 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI: <https://doi.org/10.12737/11456>. - ISBN 978-5-369-01037-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1930702>.

### *Дополнительная литература:*

1. Сахарова, Л. В. Методы оптимизации для машинного обучения : учебное пособие / Л. В. Сахарова, Г. В. Лукьянова. - Ростов-на-Дону : Издательско-полиграфический комплекс Ростовского государственного экономического университета (РИНХ), 2023. - 87 с. - ISBN 978-5-7972-3139-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2213898>.

## 6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- механическими калькуляторами;

— специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

| №  | Наименование портала<br>(издания, курса, документа)                            | Ссылка                                                                          |
|----|--------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| 1. | Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека                          | <a href="https://elibrary.ru/defaultx.asp">https://elibrary.ru/defaultx.asp</a> |
| 2. | База данных для IT-специалистов                                                | <a href="https://habr.com">https://habr.com</a>                                 |
| 3. | База данных ScienceDirect                                                      | <a href="https://www.sciencedirect.com">https://www.sciencedirect.com</a>       |
| 4. | Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации | <a href="https://minobrnauki.gov.ru/">https://minobrnauki.gov.ru/</a>           |
| 5. | Федеральный портал «Российское образование»                                    | <a href="https://www.edu.ru/">https://www.edu.ru/</a>                           |
| 6. | Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"        | <a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a>                       |
| 7. | Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов                             | <a href="http://school-collection.edu.ru/">http://school-collection.edu.ru/</a> |
| 8. | Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов                     | <a href="http://fcior.edu.ru/">http://fcior.edu.ru/</a>                         |

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

| Наименование ПО                                                  | Производство  | Лицензионное / свободно распространяемое |
|------------------------------------------------------------------|---------------|------------------------------------------|
| <b>Операционные системы:</b>                                     |               |                                          |
| Microsoft Imagine (Windows Client, Server)                       | зарубежное    | лицензионное                             |
| <b>Браузеры:</b>                                                 |               |                                          |
| Яндекс.Браузер                                                   | отечественное | свободно распространяемое                |
| Google Chrome                                                    | зарубежное    | свободно распространяемое                |
| <b>Офисные приложения:</b>                                       |               |                                          |
| Microsoft Imagine (Visio, OneNote)                               | зарубежное    | лицензионное                             |
| TeXstudio                                                        | зарубежное    | свободно распространяемое                |
| Adobe Acrobat Reader                                             | зарубежное    | свободно распространяемое                |
| <b>Программное обеспечение для планирования и учета времени:</b> |               |                                          |
| Toggle app                                                       | зарубежное    | свободно распространяемое                |
| <b>Системы управления проектами:</b>                             |               |                                          |
| Microsoft Imagine (Project)                                      | зарубежное    | лицензионное                             |

|                                                                     |               |                           |
|---------------------------------------------------------------------|---------------|---------------------------|
| <b>Системы управления базами данных:</b>                            |               |                           |
| Microsoft Imagine (SQL Server)                                      | зарубежное    | лицензионное              |
| <b>Системы резервного копирования (backup):</b>                     |               |                           |
| Acronis Backup Advanced for HyperV                                  | зарубежное    | лицензионное              |
| <b>Справочно-правовые системы:</b>                                  |               |                           |
| КонсультантПлюс: справочно-правовая система                         | отечественное | лицензионное              |
| <b>Средства антивирусной защиты:</b>                                |               |                           |
| Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition | отечественное | лицензионное              |
| <b>Среды разработки:</b>                                            |               |                           |
| Visual Studio Code                                                  | зарубежное    | свободно распространяемое |
| Bash (Unix shell)                                                   | зарубежное    | свободно распространяемое |
| Anaconda                                                            | зарубежное    | свободно распространяемое |
| Robotic Operating System                                            | зарубежное    | свободно распространяемое |
| CopelliaSim                                                         | зарубежное    | свободно распространяемое |
| Google Colaboratory                                                 | зарубежное    | свободно распространяемое |
| <b>Пакеты программных средств и библиотек:</b>                      |               |                           |
| AutoPsy                                                             | зарубежное    | свободно распространяемое |
| Interactive Disassembler (IDA)                                      | зарубежное    | свободно распространяемое |
| <b>Системы управления библиографической информацией:</b>            |               |                           |
| Zotero                                                              | зарубежное    | свободно распространяемое |
| <b>Сервисы и службы:</b>                                            |               |                           |
| Bind                                                                | зарубежное    | свободно распространяемое |
| Docker                                                              | зарубежное    | свободно распространяемое |

## 7. Методические и оценочные материалы

### Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Методы оптимизации» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекции, семинары, домашние задания, проект, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

*Лекция* – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удастся, следует сформулировать вопрос и задать его преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

*Семинар* – это форма учебной деятельности, проводимая в учебном заведении под

Электронный документ

руководством преподавателя, где студенты активно участвуют в обсуждениях, практических заданиях и других формах взаимодействия.

Для успешной подготовки к семинару рекомендуется заранее ознакомиться с темой занятия и основными материалами, чтобы иметь возможность активно участвовать в обсуждении. Также полезно подготовить вопросы и идеи для обсуждения, что поможет глубже понять материал и продемонстрировать заинтересованность.

*Домашнее задание* – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал, использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

*Проект* – исследовательская работа по дисциплине (модулю) и презентация результатов.

Для успешной подготовки к проекту рекомендуется: четко определить цели и задачи проекта; составить план работы, разбив проект на этапы с указанием сроков выполнения каждого из них; использовать разнообразные источники информации и инструменты для исследования темы; регулярно проверять прогресс и вносить коррективы в план, если это необходимо.

*Бонусные баллы* — это оценки, которые студенты могут получить за выполнение дополнительных заданий.

Формат бонусных баллов позволяет студентам улучшить общую оценку по дисциплине (модулю) и стимулирует углубленное изучение материала.

*Самостоятельная работа* – работа студентов, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

### **Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)**

#### **Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине (модулю) «Методы оптимизации»**

Оценивание уровня учебных достижений обучающихся по дисциплине (модулю) осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

**Промежуточная аттестация** по дисциплине (модулю) осуществляется в форме **экзамена**, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом, если иное не указано в силлабусе дисциплины:

| Десятибалльная оценка | Пятибалльная оценка | Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)                                         |
|-----------------------|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 10                    | Отлично             | Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину. Он |
| 9                     | Отлично             |                                                                                                         |

| Десятибалльная оценка | Пятибалльная оценка | Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|-----------------------|---------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 8                     | Отлично             | самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами.                                                                                                              |
| 7                     | Хорошо              | Студент обладает знаниями предмета почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами. |
| 6                     | Хорошо              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| 5                     | Удовлетворительно   | Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине, но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Студент способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| 4                     | Удовлетворительно   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| 3                     | Не сдан             | Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |

Дисциплина (модуль) «Методы оптимизации» оценивается следующим образом:

| Активность       | Вес | Количество | Описание                                                                           |
|------------------|-----|------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| Домашние задания | 50% | 6          | Набор задач по темам недели                                                        |
| Экзамен          | 50% | 1          | Проект – исследовательская работа по дисциплине (модулю) и презентация результатов |

**Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модулю) «Методы оптимизации»:**  $\langle 0,5 \times \text{Среднее за домашние задания} + 0,5 \times \text{Экзамен} \rangle$ .

В рамках изучения дисциплины (модуля) возможно получение бонусных баллов.

### Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

#### Примерные домашние задания

##### Домашнее задание 1. Анализ выпуклости и постановка задачи оптимизации

1. Даны функции:
  - $f_1(x) = x^4 + 2x^2$
  - $f_2(x) = \log(1 + ex)$
  - $f_3(x) = \|Ax - b\|_2^2 + \lambda \|x\|_1$Исследуйте каждую функцию на выпуклость. Обоснуйте ответ с помощью определений и достаточных условий (например, положительная полуопределённость гессиана, композиция выпуклых функций).
2. Рассмотрите задачу: минимизировать  $f(x) = (x_1 - 2)^2 + (x_2 + 1)^2$  при ограничениях:
  - $x_1 + x_2 \leq 1$
  - $x_1 \geq 0$
  - $x_2 \geq 0$Проверьте выпуклость задачи, постройте допустимое множество, сформулируйте условия оптимальности ККТ и найдите решение графически и аналитически.
3. Оформите решение в виде отчёта (3–5 страниц), включая пояснения, рисунки и выводы.

##### Домашнее задание 2. Реализация и сравнение методов первого порядка

1. Реализуйте на Python (с использованием NumPy) следующие методы для минимизации квадратичной функции:  
 $f(x) = \frac{1}{2} x^T A x - b^T x$ , где  $A > 0$ :
  - Градиентный спуск с постоянным шагом
  - Градиентный спуск с адаптивным шагом (по правилу Армиджо)
  - Ускоренный метод (Nesterov's accelerated gradient)
2. Проведите эксперименты:
  - Постройте графики сходимости (логарифм ошибки по норме градиента от итерации)
  - Сравните скорость сходимости при разных числах обусловленности матрицы  $A$
3. Проанализируйте влияние шага и структуры матрицы на сходимость.
4. Оформите результаты в виде Jupyter-ноутбука с комментариями, графиками и выводами.

##### Домашнее задание 3. Применение проксимальных методов и ADMM

1. Рассмотрите задачу Lasso:  
 $\min_x \frac{1}{2} \|Ax - b\|_2^2 + \lambda \|x\|_1$   
Реализуйте:
  - Проксимальный градиентный метод (ISTA)

- Ускорённый вариант (FISTA)
  - ADMM (Alternating Direction Method of Multipliers)
2. Используйте синтетические данные (например,  $A \in \mathbb{R}^{100 \times 50}$ , разреженный вектор  $x^*$ ).
  3. Сравните методы по:
    - Скорости сходимости
    - Точности восстановления разреженного решения
    - Устойчивости к выбору параметров
  4. Оформите отчёт с анализом применимости каждого метода в зависимости от структуры задачи.

### **Примерное описание задания и критерии оценивания к проекту**

Студент выполняет индивидуальный проект, посвящённый постановке, анализу и численному решению прикладной задачи оптимизации. Проект включает следующие этапы:

1. Формализация задачи — выбор реальной или синтетической прикладной проблемы (например, из машинного обучения, экономики, обработки сигналов, логистики) и её перевод в математическую формулировку оптимизационной задачи.
2. Анализ задачи — проверка выпуклости, дифференцируемости, наличия ограничений; формулировка условий оптимальности (например, ККТ); построение двойственной задачи (если применимо).
3. Выбор и реализация метода — обоснованный выбор численного метода (градиентный спуск, метод Ньютона, проксимальный метод, ADMM и др.) с учётом структуры задачи.
4. Численное решение — реализация алгоритма на Python (или другом языке), визуализация сходимости, диагностика поведения метода.
5. Анализ результатов — оценка скорости сходимости, чувствительности к параметрам, сравнение с альтернативными подходами (если возможно).
6. Оформление — подготовка отчёта (8–12 страниц) или Jupyter-ноутбука с кодом, пояснениями, графиками и выводами, а также краткая презентация (5–7 слайдов) для защиты.

### **Критерии оценивания проекта:**

1. **Корректность и содержательность постановки задачи**  
— Задача сформулирована ясно, имеет прикладную или теоретическую мотивацию, представлена в виде математической модели оптимизации.
2. **Глубина математического анализа**  
— Проведена проверка выпуклости функции и множества, исследованы условия оптимальности (например, ККТ), при необходимости построена и проанализирована двойственная задача.
3. **Обоснованный выбор численного метода**  
— Метод выбран с учётом структуры задачи (гладкая/негладкая, с ограничениями/без, размерность и т.д.), приведены аргументы в пользу его применимости.
4. **Качество реализации и численных экспериментов**  
— Алгоритм корректно реализован, код работает, визуализирована сходимость,

проведены эксперименты с варьированием параметров (шаг, начальное приближение, размер выборки и др.).

#### 5. Анализ результатов и выводы

— Представлены интерпретируемые результаты, проведено сравнение методов (если применимо), сделаны содержательные выводы о поведении алгоритма, его сходимости и практических перспективах.

#### Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

| № п/п | Задание                                                                                                      | Ответ                                                                 | Компетенция |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|-------------|
| 1.    | Какое условие необходимо и достаточно для выпуклости дважды дифференцируемой функции?                        | Гессиан положительно полуопределён                                    | УК-1        |
| 2.    | Является ли множество $\{x \in \mathbb{R}^n \mid \ x\ _2 \leq 1\}$ выпуклым?                                 | Да                                                                    | УК-2        |
| 3.    | Какой тип оптимизационной задачи имеет вид $\min_{x \in S} f(x)$ , $f$ — выпуклая, $S$ — выпуклое множество? | Выпуклая задача                                                       | ПК-1        |
| 4.    | Что является необходимым условием локального минимума для гладкой функции без ограничений?                   | Градиент равен нулю                                                   | ПК-2        |
| 5.    | Какой метод использует вторые производные для построения квадратичной аппроксимации?                         | Метод Ньютона                                                         | ПК-3        |
| 6.    | Что такое двойственная функция в лагранжевой двойственности?                                                 | Минимум лагранжиана по прямым переменным                              | ПК-5        |
| 7.    | Какой метод подходит для задач с негладким слагаемым $\ x\ _1$ ?                                             | Проксимальный градиентный метод                                       | УК-1        |
| 8.    | Какой алгоритм использует правило Армидо для выбора шага?                                                    | Градиентный спуск с линейным поиском                                  | УК-2        |
| 9.    | Что означает сходимость метода по функции со скоростью $O(1/k)$ ?                                            | Ошибка убывает не быстрее, чем $1/k$                                  | ПК-1        |
| 10.   | Какой метод эффективен для сильно выпуклых задач и достигает линейной сходимости?                            | Градиентный спуск с постоянным шагом                                  | ПК-2        |
| 11.   | Что такое стохастический градиентный спуск (SGD)?                                                            | Метод, использующий оценку градиента по одному объекту или мини-батчу | ПК-3        |
| 12.   | Какой метод применяется в задачах с разделимой структурой и линейными ограничениями?                         | ADMM                                                                  | ПК-5        |



|     |                                                                                    |                                                                       |      |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|------|
| 13. | Является ли функция $f(x)=e^x$ выпуклой?                                           | Да                                                                    | УК-1 |
| 14. | Что такое условие Слейтера?                                                        | Условие строгой допустимости для выполнения сильной двойственности    | УК-2 |
| 15. | Какой метод использует приближение гессиана вместо его вычисления?                 | Квазиньютоновские методы (например, BFGS)                             | ПК-1 |
| 16. | Что такое проксимальный оператор функции $g(x)$ ?                                  | $\text{prox}g(v)=\arg\min_x \left[ g(x)+\frac{1}{2}\ x-v\ ^2 \right]$ | ПК-2 |
| 17. | Какой тип задач решает солвер CVX?                                                 | Выпуклые задачи оптимизации                                           | ПК-3 |
| 18. | Что происходит с градиентным спуском при слишком большом шаге?                     | Расходимость                                                          | ПК-5 |
| 19. | Какой метод подходит для задач с большим числом переменных и разреженными данными? | Стохастические методы первого порядка                                 | УК-1 |
| 20. | Что означает "ускорение по Нестерovu"?                                             | Улучшение скорости сходимости до $O(1/k^2)$ для выпуклых задач        | УК-2 |