

**УТВЕРЖДЕНА**

Решением Ученого совета  
АНО ВО «Центральный университет»  
«07» марта 2024 г.  
Протокол №1

**Рабочая программа дисциплины (модуля)  
«Дополнительные главы линейной алгебры»**

**Направление подготовки:** 02.03.01 Математика и компьютерные науки

**Направленность (профиль) подготовки:** Математика и компьютерные науки

**Квалификация (степень) выпускника:** бакалавр

**Форма обучения:** очная

**Срок освоения программы:** 4 года

**Год набора:** 2024

**Москва  
2024**

## Содержание

<b>1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)</b> .....	3
<b>2. Перечень планируемых результатов обучения</b> .....	4
<b>3. Тематический план</b> .....	6
<b>4. Содержание дисциплины (модуля)</b> .....	7
<b>5. Учебно-методическое обеспечение</b> .....	8
<b>6. Материально-техническое обеспечение</b> .....	9
<b>7. Методические и оценочные материалы</b> .....	10

## 1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Дополнительные главы линейной алгебры» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по специальности 02.03.01 Математика и компьютерные науки, профиль Математика и компьютерные науки, утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 807 от 23.08.2017 года.

Изучение дисциплины (модуля) «Дополнительные главы линейной алгебры» углубляет фундаментальную математическую подготовку, обеспечивая понимание структуры линейных операторов и методов их спектрального анализа, лежащих в основе современных приложений в физике, информатике и инженерии. Освоение канонических форм и спектральных разложений является ключевым инструментом для решения задач моделирования, оптимизации и анализа сложных многомерных систем.

### **Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Настоящая дисциплина (модуль) включена в учебный план по программе подготовки бакалавриата по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки, профиль Математика и компьютерные науки и входит в обязательную часть Блока 1.

Дисциплина (модуль) изучается на 3 курсе в 6 семестре.

**Цель изучения дисциплины (модуля):** формирование у обучающихся углублённые теоретические знания и практические навыки в области линейных пространств, линейных операторов и их спектральных свойств, обеспечивающие способность исследовать и классифицировать многомерные линейные структуры.

### **Задачи изучения дисциплины (модуля):**

- сформировать системное понимание теории линейных пространств и линейных операторов, включая их спектральные характеристики и инвариантные подпространства;
- освоить методы приведения матриц к каноническим формам и классификации квадратичных форм;
- научить применять спектральные методы для анализа линейных операторов и исследования их свойств;
- сформировать умение выполнять ортогонализацию и строить спектральные разложения матриц и операторов;
- развить навыки использования аппарата линейной алгебры для строгого исследования многомерных линейных моделей и задач прикладного характера.

### **В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:**

#### **знать:**

- теорию линейных пространств и линейных операторов, включая спектральные свойства;
- канонические формы матриц и классификацию квадратичных форм;

#### **уметь:**

- применять спектральные методы к анализу линейных операторов;
- выполнять приведение матриц и квадратичных форм к каноническому виду;

#### **владеть:**

- аппаратом линейной алгебры для исследования многомерных линейных структур;
- методами ортогонализации и спектрального разложения.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

Компетенция	Содержание компетенции	Индикатор компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)
ОПК-1.	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1	Знает основные концепции и теории в области математического анализа и смежных дисциплин; методы и подходы, используемые в различных областях математики
		ОПК-1.2.	Умеет применять математические методы для решения профессиональных задач
		ОПК-1.3.	Имеет практический опыт разработки и реализации математических моделей в профессиональной деятельности
ОПК-4.	Способен находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем	ОПК-4.1.	Знает базовые основы современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности
		ОПК-4.2.	Умеет использовать этот математический аппарат в профессиональной деятельности
		ОПК-4.3.	Имеет практический опыт применения современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности
ПК-1.	Способен формулировать задачи с математической точностью, обосновывать утверждения строго и анализировать полученные	ПК-1.1.	Знает методы и подходы к формулированию задач, а также основные принципы математического доказательства и анализа результатов

	результаты в области математики и компьютерных наук	ПК-1.2.	Умеет корректно ставить и формулировать математические задачи, применять строгие методы доказательства и анализировать полученные результаты
		ПК-1.3.	Имеет опыт работы с задачами в области математики и компьютерных наук, включая применение математических методов для решения практических задач

### 3. Тематический план

№п/ п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Трудоемкость, академические часы				ТКУ (текущий контроль успеваемости)
		<i>Очная форма</i>				
		Контактная работа		Контроль	Самостоятель ная работа	
Лекции	Семинар ы					
1	Линейные пространства	2	2		9	Домашнее задание
2	Операторы	2	2		9	Домашнее задание
3	Спектральная теория	2	2	1	9	Домашнее задание Контрольная работа
4	Функциональное исчисление	2	2		9	Домашнее задание
5	Канонические формы	2	2		9	Домашнее задание
6	Разложение операторов	2	2		9	Домашнее задание
7	Квадратичные формы	2	2	1	9	Домашнее задание Контрольная работа
8	Евклидовы пространства	3	3		9	Домашнее задание
9	Спектральная теория	3	3		9	Домашнее задание
10	Нормальные операторы	3	3		9	Домашнее задание
11	Сингулярное разложение	3	3		10	Домашнее задание
12	Тензорные конструкции	3	3		10	Домашнее задание
13	Приложения	3	3		10	Домашнее задание
	<i>Зачет с оценкой</i>			4		
	<i>Итого:</i>	<b>32</b>	<b>32</b>	<b>6</b>	<b>120</b>	
	<i>Объем дисциплины (модуля) (в ак. ч.)</i>	<b>190</b>				
	<i>Объем дисциплины (модуля) (в зач. ед.)</i>	<b>5</b>				

#### 4. Содержание дисциплины (модуля)

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание дисциплины (модуля) по темам
1	Линейные пространства	Топология конечномерных линейных пространств, изоморфизмы
2	Операторы	Алгебра линейных операторов, коммутанты
3	Спектральная теория	Спектр оператора, спектральный радиус Минимальный и характеристический многочлены
4	Функциональное исчисление	Полиномиальное функциональное исчисление
5	Канонические формы	Рациональная каноническая форма Жорданова форма и её единственность
6	Разложение операторов	Первичное разложение и теорема о разложении
7	Квадратичные формы	Билинейные и квадратичные формы, инварианты
8	Евклидовы пространства	Самосопряжённые операторы
9	Спектральная теория	Спектральная теорема в евклидовых пространствах
10	Нормальные операторы	Унитарная диагонализация
11	Сингулярное разложение	SVD и его свойства
12	Тензорные конструкции	Тензорные произведения линейных пространств
13	Приложения	Линейные операторы в задачах оптимизации и анализа данных

## 5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

### *Основная литература:*

1. Алгебра, учебник для студентов-математиков, Ч. 1, 485 с., Городенцев, А. П., 2013
2. Введение в алгебру и математический анализ / Е. А. Павлов, О. И. Рудницкий, А. И. Фурменко, Т. М. Шамилев. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 68 с. — ISBN 978-5-507-44894-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/276662> — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры, учебник, 15-е изд., стер., 444 с., Беклемишев, Д. В., 2017

### *Дополнительная литература:*

1. Лубягина, Е. Н. Линейная алгебра : учебник для вузов / Е. Н. Лубягина, Е. М. Вечтомов. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 150 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10594-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/565745>

## 6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- механическими калькуляторами;
- специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

№	Наименование портала (издания, курса, документа)	Ссылка
1.	Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека	<a href="https://elibrary.ru/defaultx.asp">https://elibrary.ru/defaultx.asp</a>
2.	База данных для IT-специалистов	<a href="https://habr.com">https://habr.com</a>
3.	База данных ScienceDirect	<a href="https://www.sciencedirect.com">https://www.sciencedirect.com</a>
4.	Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации	<a href="https://minobrnauki.gov.ru/">https://minobrnauki.gov.ru/</a>
5.	Федеральный портал «Российское образование»	<a href="https://www.edu.ru/">https://www.edu.ru/</a>
6.	Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	<a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a>
7.	Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов	<a href="http://school-collection.edu.ru/">http://school-collection.edu.ru/</a>
8.	Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов	<a href="http://fcior.edu.ru/">http://fcior.edu.ru/</a>

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Наименование ПО	Производство	Лицензионное / свободно распространяемое
<b>Операционные системы:</b>		
Microsoft Imagine (Windows Client, Server)	зарубежное	лицензионное

<b>Браузеры:</b>		
Яндекс.Браузер	отечественное	свободно распространяемое
Google Chrome	зарубежное	свободно распространяемое
<b>Офисные приложения:</b>		
Microsoft Imagine (Visio, OneNote)	зарубежное	лицензионное
TeXstudio	зарубежное	свободно распространяемое
Adobe Acrobat Reader	зарубежное	свободно распространяемое
<b>Программное обеспечение для планирования и учета времени:</b>		
Toggle app	зарубежное	свободно распространяемое
<b>Системы управления проектами:</b>		
Microsoft Imagine (Project)	зарубежное	лицензионное
<b>Системы управления базами данных:</b>		
Microsoft Imagine (SQL Server)	зарубежное	лицензионное
<b>Системы резервного копирования (backup):</b>		
Acronis Backup Advanced for HyperV	зарубежное	лицензионное
<b>Справочно-правовые системы:</b>		
КонсультантПлюс: справочно-правовая система	отечественное	лицензионное
<b>Средства антивирусной защиты:</b>		
Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition	отечественное	лицензионное
<b>Среды разработки:</b>		
Visual Studio Code	зарубежное	свободно распространяемое
Bash (Unix shell)	зарубежное	свободно распространяемое
Anaconda	зарубежное	свободно распространяемое
Robotic Operating System	зарубежное	свободно распространяемое
CopelliaSim	зарубежное	свободно распространяемое
Google Colaboratory	зарубежное	свободно распространяемое
<b>Пакеты программных средств и библиотек:</b>		
AutoPsy	зарубежное	свободно распространяемое
Interactive Disassembler (IDA)	зарубежное	свободно распространяемое
<b>Системы управления библиографической информацией:</b>		
Zotero	зарубежное	свободно распространяемое
<b>Сервисы и службы:</b>		
Bind	зарубежное	свободно распространяемое
Docker	зарубежное	свободно распространяемое

## 7. Методические и оценочные материалы

### Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Дополнительные главы линейной алгебры» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекция, семинары, контрольные работы и домашние задания, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

*Лекция* – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удастся, следует сформулировать вопрос и задать его

преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

*Семинар* — это форма учебной деятельности, проводимая в учебном заведении под руководством преподавателя, где студенты активно участвуют в обсуждениях, практических заданиях и других формах взаимодействия.

Для успешной подготовки к семинару рекомендуется заранее ознакомиться с темой занятия и основными материалами, чтобы иметь возможность активно участвовать в обсуждении. Также полезно подготовить вопросы и идеи для обсуждения, что поможет глубже понять материал и продемонстрировать заинтересованность.

*Аудиторная работа* – активная работа студента на семинаре, его ответы на вопросы преподавателя и участие в дискуссии.

Для успешного участия в семинаре студентам рекомендуется заранее ознакомиться с темой обсуждения, прочитать необходимые материалы и подготовить вопросы. Важно активно слушать и вовлекаться в дискуссию, высказывая свои мнения и аргументируя их. При ответах на вопросы преподавателя стоит быть уверенным, четким и логичным, опираясь на изученный материал. Также полезно поддерживать диалог с однокурсниками, чтобы обогатить обсуждение и расширить свои знания.

*Домашнее задание* – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал. Использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

*Контрольная работа* – письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время.

Цель контрольной работы - получить специальные знания по одной или нескольким темам дисциплины (модуля) и продемонстрировать навыки их практического применения.

*Самостоятельная работа* – работа студентов, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

### **Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)**

**Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине (модулю) «Дополнительные главы линейной алгебры»**

Оценивание уровня учебных достижений, обучающихся по дисциплине (модулю), осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

**Промежуточная аттестация** по дисциплине (модулю) осуществляется в форме **зачета с оценкой**, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом:

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Оценка за зачет	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
10	Отлично	Зачтено	<p>Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину. Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами.</p>
9	Отлично	Зачтено	
8	Отлично	Зачтено	
7	Хорошо	Зачтено	<p>Студент обладает знаниями предмета почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами.</p>
6	Хорошо	Зачтено	
5	Удовлетворительно	Зачтено	<p>Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине (модулю), но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки,</p>
4	Удовлетворительно	Зачтено	

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Оценка за зачет	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
			касающиеся сути вопросов. Студент способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования.
3	Не сдан	Не зачтено	Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы.
2	Не сдан	Не зачтено	
1	Не сдан	Не зачтено	

Дисциплина (модуль) «Дополнительные главы линейной алгебры» оценивается следующим образом:

Активность	Вес	Количество	Описание
Домашние задания	20%	13	Набор задач по темам недели
Контрольные работы	40%	2	Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время
Зачет с оценкой	40%	1	Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время, возможен дополнительный устный экзамен

**Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модулю) «Дополнительные главы линейной алгебры»** « $0,2 \times$  среднее за домашние задания +  $0,4 \times$  среднее за контрольные работы +  $0,4 \times$  зачет с оценкой».

**Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)**

**Примерные задания по контрольной работе**

### **Контрольная работа №1**

#### **1. Топология конечномерных пространств**

Докажите, что любые две нормы на конечномерном линейном пространстве эквивалентны, и выведите оценку перехода от одной нормы к другой для пространства  $R^n$ .

#### **2. Алгебра операторов и коммутанты**

Пусть  $A = \text{diag}(1, 2, 3)$ .

1. Найдите коммутант оператора  $A$ .
2. Докажите, что он совпадает с множеством всех диагональных матриц.

#### **3. Спектр и спектральный радиус**

Для матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

1. Найдите спектр оператора.
2. Вычислите спектральный радиус.
3. Сравните его с любой согласованной матричной нормой.

#### **4. Минимальный и характеристический многочлены**

Для заданной матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Найдите характеристический многочлен.
2. Найдите минимальный многочлен.
3. Объясните различие их степеней.

### 5. Полиномиальное функциональное исчисление

Пусть  $A$  — матрица из задания 4.

1. Вычислите  $A^k$ .
2. Используя минимальный многочлен, упростите выражение для произвольного многочлена  $p(A)$ .

### 6. Рациональная и жорданова форма

Для матрицы третьего порядка с характеристическим многочленом  $(\lambda-2)^3$  и минимальным  $(\lambda-2)^2$ :

1. Определите возможную структуру жордановой формы.
2. Постройте рациональную каноническую форму.
3. Объясните единственность жордановой формы с точностью до перестановки блоков.

### 7. Первичное разложение

Пусть минимальный многочлен оператора разлагается как  $(\lambda-1)^2(\lambda+1)$ .

1. Разложите пространство в прямую сумму первичных компонент.
2. Постройте проекторы на эти компоненты.

### 8. Квадратичные формы

Приведите квадратичную форму

$$Q(x, y, z) = x^2 + 2xy + 3y^2 + z^2$$

к каноническому виду методом Лагранжа и найдите её сигнатуру.

### 9. Самосопряжённые и нормальные операторы

1. Докажите, что самосопряжённый оператор в евклидовом пространстве диагонализуем ортогонально.
2. Выполните унитарную диагонализацию заданной нормальной матрицы.
3. Сравните свойства нормального и самосопряжённого операторов.

### 10. SVD и приложения

1. Найдите сингулярное разложение матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .
2. Постройте малоранговое приближение ранга 1.
3. Поясните, как SVD применяется в задаче метода главных компонент (РСА).

## Примерные домашние задания

### Домашнее задание по теме «Линейные пространства»

1. Докажите эквивалентность всех норм в конечномерном линейном пространстве.
2. Покажите, что всякое конечномерное нормированное пространство полно.
3. Постройте явный изоморфизм между пространством многочленов степени  $\leq 2$  и  $\mathbb{R}^3$ .
4. Докажите, что линейный изоморфизм является гомеоморфизмом.

### Домашнее задание по теме «Спектральная теория»

1. Найдите спектр и спектральный радиус заданной матрицы.
2. Вычислите характеристический и минимальный многочлены.
3. Докажите, что минимальный многочлен делит характеристический.
4. Исследуйте связь кратности корня и размерности собственного подпространства.

### Домашнее задание по теме «Функциональное исчисление»

1. Для заданного оператора вычислите  $p(A)$ , где  $p(x)$  — многочлен.
2. Докажите корректность определения  $p(A)$ .
3. Используя минимальный многочлен, упростите выражение для  $Ak$ .
4. Найдите многочлен, зануляющий оператор.

### Домашнее задание по теме «Спектральная теорема»

1. Сформулируйте и докажите спектральную теорему для самосопряжённых операторов.
2. Постройте ортонормированный базис из собственных векторов.
3. Представьте оператор в виде спектрального разложения.
4. Проанализируйте применение теоремы к квадратичным формам.

### Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

№ п/п	Задание	Ответ	Компетенция
1	Вычислите спектральный радиус матрицы $A = \text{diag}(2, -3)$ .	3 радиус	ОПК-1
2	Для матрицы с характеристическим многочленом $(\lambda-1)^2(\lambda+2)$ укажите размер спектра.	2 значения	ОПК-1
3	Для оператора с минимальным многочленом $(\lambda-2)^2$ укажите значение $(A-2I)^2$ .	0 оператор	ОПК-1
4	Вычислите сигнатуру квадратичной формы с собственными значениями 3 и $-1$ .	(1,1) сигнатура	ОПК-1
5	Для самосопряжённого оператора с собственными значениями 1 и 4 укажите минимальное значение квадратичной формы на единичной сфере.	1 минимум	ОПК-1
6	Вычислите норму Фробениуса матрицы с сингулярными значениями 3 и 4.	5 норма	ОПК-1
7	Для тензорного произведения пространств размерностей 2 и 3 укажите размерность результата.	6 размерность	ОПК-1
8	Для жордановой клетки размера 2 с собственным значением 1 укажите степень минимального многочлена.	2 степень	ОПК-4
9	При степенном методе для матрицы с доминирующим собственным значением 5 укажите предел нормы итераций.	5 значение	ОПК-4
10	Для нормального оператора с собственными значениями $e^{i\theta}$ укажите модуль спектра.	1 модуль	ОПК-4
11	Для оператора с рациональной канонической формой, заданной неприводимым многочленом степени 3, укажите размер блока.	3 размер	ОПК-4
12	При унитарной диагонализации нормальной матрицы укажите норму унитарной матрицы в 2-норме.	1 норма	ОПК-4
13	Для оператора с разложением по первичным компонентам размерностей 2 и 1 укажите размерность пространства.	3 размерность	ОПК-4
14	Для матрицы $A = (1011)$ укажите размер жордановой клетки.	2 размер	ПК-1
15	Вычислите спектральную норму самосопряжённой матрицы с собственными значениями $-2$ и $5$ .	5 норма	ПК-1
16	Для матрицы с сингулярными значениями 6 и 2 укажите спектральную норму ошибки ранга 1.	2 норма	ПК-1
17	Для оператора с характеристическим многочленом $(\lambda-3)^3$ и одним собственным вектором укажите размер максимальной жордановой клетки.	3 размер	ПК-1

18	Для положительно определённой квадратичной формы с минимальным собственным значением 2 укажите нижнюю границу значения на единичной сфере.	2 граница	ПК-1
19	Для матрицы $A$ с $A^2=I$ и $A \neq I$ укажите возможные собственные значения.	$\pm 1$ спектр/1,-1 спектр	ПК-1
20	Для матричной экспоненты $e^{At}$ при $A=\text{diag}(1,2)$ укажите спектральный радиус.	$e^{2t}$ радиус	ПК-1
21	Для билинейной формы с матрицей ранга 1 укажите ранг соответствующей квадратичной формы.	1 ранг	ПК-1