

УТВЕРЖДЕНА

Решением Ученого совета
АНО ВО «Центральный университет»
«24» июня 2025 г.
Протокол №2

**Рабочая программа дисциплины (модуля)
«Дискретная математика 2»**

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) подготовки: Математика и компьютерные науки

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Срок освоения программы: 4 года

Год набора: 2025

**Москва
2025**

Содержание

| | |
|--|-----------|
| 1. Краткая характеристика дисциплины (модуля) | 3 |
| 2. Перечень планируемых результатов обучения | 5 |
| 3. Тематический план | 7 |
| 4. Содержание дисциплины (модуля) | 8 |
| 5. Учебно-методическое обеспечение | 9 |
| 6. Материально-техническое обеспечение | 9 |
| 7. Методические и оценочные материалы | 11 |

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Дискретная математика 2» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по специальности 02.03.01 Математика и компьютерные науки, профиль Математика и компьютерные науки, утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 807 от 23.08.2017 года.

Изучение дисциплины (модуля) «Дискретная математика 2» является основой для многих других математических дисциплин. Дисциплина (модуль) развивает аналитическое и критическое мышление, что является важным навыком для решения сложных задач в различных сферах.

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина (модуль) включена в учебный план по программе подготовки бакалавриата по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки, профиль Математика и компьютерные науки и входит в вариативную часть Блока 1, формируемую участниками образовательных отношений.

Дисциплина (модуль) является выборной и доступна для изучения на 3 или 4 курсе в 6, 7, 8 семестрах на выбор.

Цель изучения дисциплины (модуля): в формировании глубокого понимания пределов, непрерывности, производных и интегралов, а также их применения в различных областях науки и техники.

Задачи изучения дисциплины (модуля):

— изучить фундаментальные понятия дискретной математики, включая логику, множества, отношения, графы и комбинаторику, как основу для понимания дискретных процессов в ИИ;

— освоить методы решения задач на основе дискретных структур, таких как алгоритмы поиска, оптимизации и анализа графов, применительно к компьютерным наукам;

— развить навыки формального доказательства, математического моделирования и логического мышления для эффективного решения проблем в области искусственного интеллекта;

— применить дискретные математические методы для анализа и синтеза алгоритмов машинного обучения, обработки данных и проектирования систем.

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

знать:

— основы конечных автоматов (ДКА, НКА), машин Тьюринга (МТ), формальных языков, логики высказываний, алгоритмов сжатия, производящих функций (ПФ);

— теорему о накачке, тезис Чёрча-Тьюринга, проблему останковки, законы логики, корректность/полноту исчисления высказываний, энтропию Шеннона;

— свойства замкнутости классов языков, эквивалентность моделей, выполнимость/общезначимость формул, соотношение синтаксиса/семантики, P vs NP, пределы сжатия;

— связь языков и автоматов/МТ, связь ПФ с рекуррентными соотношениями и комбинаторикой;

— понятия разрешимости/неразрешимости, вычислимости, сложности (P vs NP), границы сжатия;

уметь:

— определять класс задачи (регулярный язык? разрешимая? логическое следствие?) и формализовать её;

— строить/минимизировать автоматы, преобразовывать логические формулы (ДНФ, КНФ), строить ПФ для комбинаторных задач;

— использовать изученные модели и алгоритмы (доказательство регулярности/разрешимости, проверка логических свойств, применение базовых алгоритмов сжатия, решение рекуррентных соотношений);

— доказывать/опровергать свойства (эквивалентность автоматов, выводимость, следование), анализировать корректность и применимость методов;

— формализовывать алгоритмы на МТ, адаптировать методы для решения задач (в т.ч. нестандартных) и анализировать их (корректность, сложность);

владеть:

— навыками решения комплексных задач, требующих применения знаний из разных разделов (вычислимость + логика, комбинаторика + ПФ);

— способностью самостоятельно осваивать теоретический материал и алгоритмические методы дискретной математики;

— культурой строгой постановки задач, анализа, выбора адекватных моделей/методов и интерпретации результатов;

— техникой строгих доказательств (прямых, от противного) и формализации на базе моделей (автоматы, МТ, логика);

— навыками точного использования языка дискретной математики для описания моделей, алгоритмов, рассуждений и результатов.

2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

| Компетенция | Содержание компетенции | Индикатор компетенции | Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю) |
|-------------|--|-----------------------|---|
| УК-1. | Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | УК-1.1. | Знает методы поиска и анализа информации в области профессиональной деятельности, основные принципы критической оценки источников информации и их релевантности. |
| | | УК-1.2. | Умеет критически оценивать источники информации и синтезировать данные из различных источников для решения задач, применять системный подход к анализу и решению комплексных проблем |
| | | УК-1.3. | Имеет практический опыт работы с современными инструментами и технологиями для обработки информации, формулировании и структурировании задач на основе полученной информации |
| УК-2. | Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений | УК-2.1. | Знает действующие правовые нормы, регулирующие деятельность в области решения задач, основные методы и подходы к определению круга задач |
| | | УК-2.2. | Умеет определять круг задач в рамках поставленной цели, выбирать оптимальные способы решения задач, учитывая имеющиеся ресурсы и ограничения |
| | | УК-2.3. | Имеет практический опыт применения знаний о правовых нормах и ресурсах в реальных ситуациях, разработки и реализации решений в соответствии с установленными ограничениями |
| ОПК-1. | Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы прикладной и компьютерной математики | ОПК-1.1. | Знает основные методы и подходы к решению задач прикладной и компьютерной математики, включая алгоритмы, математическое моделирование и теорию оптимизации, а также современные инструменты и технологии, используемые в этой области |
| | | ОПК-1.2. | Умеет анализировать и формулировать математические задачи, применять соответствующие методы и алгоритмы для их решения, а также интерпретировать и |

| | | | |
|-------|---|----------|---|
| | | | представлять результаты в понятной и доступной форме |
| | | ОПК-1.3. | Имеет практический опыт работы над проектами или исследованиями в области прикладной и компьютерной математики, включая участие в конкурсах, олимпиадах или научных публикациях, где были решены актуальные и значимые задачи |
| ПК-1. | Способен определять общие формы и закономерности области машинного обучения | ПК-1.1. | Знает основные теоретические концепции и принципы, относящиеся к области машинного обучения, а также ключевые закономерности и модели, которые помогают в анализе и интерпретации данных |
| | | ПК-1.2. | Умеет проводить систематический анализ области разработки, выявлять и формулировать общие закономерности и тенденции, а также применять методы исследования для получения новых знаний и понимания |
| | | ПК-1.3. | Имеет практический опыт работы в области машинного обучения, включая участие в научных проектах, исследованиях или практических заданиях, где были выявлены и описаны общие формы и закономерности |
| ПК-2. | Способен решать типовые задачи профессиональной деятельности в области профессиональной деятельности, опираясь на информационную и библиографическую культуру, используя информационно-коммуникационные технологии и учитывая основные требования информационной безопасности | ПК-2.1. | Знает основы информационной и библиографической культуры, а также принципы информационной безопасности и применения информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности |
| | | ПК-2.2. | Умеет эффективно использовать информационно-коммуникационные технологии для решения стандартных задач профессиональной деятельности, учитывая требования информационной безопасности |
| | | ПК-2.3. | Имеет опыт работы с информационными ресурсами и технологиями в области профессиональной деятельности, включая соблюдение норм информационной безопасности |

3. Тематический план

| №п/ п | Наименование раздела дисциплины (модуля) | Трудоемкость, академические часы | | | | ТКУ (текущий контроль успеваемости) |
|----------|--|----------------------------------|-----------|----------|----------------------------|--|
| | | <i>Очная форма</i> | | | | |
| | | Контактная работа | | Контроль | Самостоятель ная работа | |
| Лекции | Семинар ские (практи ческие занятия) | | | | | |
| 1 | Введение в теорию автоматов | 2 | 4 | | 7 | Домашнее задание |
| 2 | Регулярные языки и их свойства | 2 | 4 | | 7 | Домашнее задание |
| 3 | Машины Тьюринга: основы | 2 | 4 | | 7 | Домашнее задание Контрольная работа |
| 4 | Проблемы вычислимости | 2 | 4 | | 7 | Домашнее задание Контрольная работа |
| 5 | Логика высказываний: синтаксис и семантика | 2 | 4 | | 7 | Домашнее задание |
| 6 | Нормальные формы и преобразования | 2 | 4 | | 7 | Коллоквиум |
| 7 | Исчисление высказываний | 2 | 4 | | 7 | Домашнее задание Контрольная работа |
| 8 | Теории и модели в логике | 2 | 4 | | 7 | Домашнее задание Контрольная работа |
| 9 | Сложность вычислений | 2 | 4 | | 7 | Домашнее задание |
| 10 | Введение в алгоритмы сжатия данных | 2 | 4 | | 7 | Коллоквиум |
| 11 | Исправление ошибок и кодирование | 2 | 4 | | 6 | Домашнее задание Контрольная работа |
| 12 | Производящие функции: основы | 2 | 4 | | 6 | Домашнее задание Контрольная работа |
| 13 | Применение производящих функций | 2 | 4 | | 6 | Домашнее задание |
| 14 | Интеграция методов дискретной математики | 4 | 8 | | 6 | Коллоквиум |
| | <i>Зачет с оценкой</i> | | | 6 | | |
| | <i>Итого:</i> | 30 | 60 | 6 | 94 | |
| | <i>Объем дисциплины (модуля) (в ак. ч.)</i> | 190 | | | | |
| | <i>Объем дисциплины (модуля) (в зач. ед.)</i> | 5 | | | | |

4. Содержание дисциплины (модуля)

| №п/п | Наименование раздела дисциплины (модуля) | Содержание дисциплины (модуля) по темам |
|------|--|--|
| 1 | Введение в теорию автоматов | Основные понятия: алфавит, слово, язык. Детерминированные конечные автоматы (ДКА): определение, примеры. Недетерминированные конечные автоматы (НКА): определение, примеры. Эквивалентность ДКА и НКА. Преобразование НКА в ДКА |
| 2 | Регулярные языки и их свойства | Регулярные выражения: определение, примеры. Теорема Клини: связь регулярных выражений и автоматов. Теорема о накачке для регулярных языков. Свойства замкнутости регулярных языков. Минимизация ДКА: алгоритм Хопкрофта |
| 3 | Машины Тьюринга: основы | Определение машины Тьюринга (МТ). Конфигурации и работа МТ. Примеры вычислений на МТ. Тезис Чёрча-Тьюринга. Разрешимые и перечислимые языки |
| 4 | Проблемы вычислимости | Проблема остановки: формулировка и доказательство неразрешимости. Другие неразрешимые проблемы. Сведение задач: метод доказательства неразрешимости. Рекурсивные и рекурсивно-перечислимые языки |
| 5 | Логика высказываний: синтаксис и семантика | Алфавит и формулы логики высказываний. Истинностные таблицы. Тавтологии, противоречия, выполнимые формулы. Логическое следование и эквивалентность. Основные законы логики |
| 6 | Нормальные формы и преобразования | Дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ). Конъюнктивная нормальная форма (КНФ). Совершенные ДНФ и КНФ. Алгоритмы преобразования в нормальные формы. Минимизация логических формул |
| 7 | Исчисление высказываний | Аксиомы и правила вывода. Доказательства в исчислении высказываний. Корректность и полнота исчисления. Теорема о дедукции. Примеры доказательств |
| 8 | Теории и модели в логике | Формальные теории: определение, примеры. Модели теорий. Выполнимость и общезначимость. Теорема компактности. Приложения в информатике |
| 9 | Сложность вычислений | Классы P и NP: определения и примеры. NP-полные задачи: понятие и примеры. Проблема P vs NP. Методы доказательства NP-полноты. Практические аспекты сложности вычислений |
| 10 | Введение в алгоритмы сжатия данных | Основные понятия: избыточность, энтропия. Алгоритм Хаффмана: описание и примеры. Алгоритм LZW: принцип работы Энтропия Шеннона. Пределы сжатия данных |
| 11 | Исправление ошибок и кодирование | Коды, обнаруживающие и исправляющие ошибки. Линейные коды: определение и примеры. Код Хэмминга. Границы исправления ошибок. Применение в современных системах |
| 12 | Производящие функции: основы | Определение и примеры производящих функций. Операции над производящими функциями. Решение рекуррентных соотношений. Применение в комбинаторике. Производящие функции для комбинаторных объектов |
| 13 | Применение производящих функций | Производящие функции для разбиений чисел. Производящие функции для деревьев и графов. Асимптотический анализ коэффициентов. Метод сингулярностей. Примеры решения задач |
| 14 | Интеграция методов дискретной математики | Комбинация автоматов, логики и производящих функций в задачах. Анализ сложности алгоритмов. Решение нестандартных задач с использованием изученных методов. Примеры из реальных приложений. Повторение ключевых тем курса. Разбор типовых задач. Решение комплексных задач, охватывающих несколько разделов. Подготовка к дифференцированному зачёту |

5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Основная литература:

1. Константинова, Е. В. Теория графов: алгебраическая теория : учебник для вузов / Е. В. Константинова. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 123 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-20172-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/569211>.

2. Скорубский, В. И. Математическая логика : учебник и практикум для вузов / В. И. Скорубский, В. И. Поляков, А. Г. Зыков. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 211 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01114-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/561076>.

3. Дискретная математика : учебное пособие для вузов / под научной редакцией А. Н. Сесекина. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 85 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-21182-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/559511>.

Дополнительная литература:

1. Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика. Математические основы информатики. — М. : Вильямс, 2009. — 784 с.

6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- механическими калькуляторами;
- специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и

обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

| № | Наименование портала (издания, курса, документа) | Ссылка |
|----|--|---|
| 1. | Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека | https://elibrary.ru/defaultx.asp |
| 2. | База данных для IT-специалистов | https://habr.com |
| 3. | База данных ScienceDirect | https://www.sciencedirect.com |
| 4. | Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации | https://minobrnauki.gov.ru/ |
| 5. | Федеральный портал «Российское образование» | https://www.edu.ru/ |
| 6. | Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" | http://window.edu.ru/ |
| 7. | Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов | http://school-collection.edu.ru/ |
| 8. | Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов | http://fcior.edu.ru/ |

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

| Наименование ПО | Производство | Лицензионное / свободно распространяемое |
|---|---------------|--|
| Операционные системы: | | |
| Microsoft Imagine (Windows Client, Server) | зарубежное | лицензионное |
| Браузеры: | | |
| Яндекс.Браузер | отечественное | свободно распространяемое |
| Google Chrome | зарубежное | свободно распространяемое |
| Офисные приложения: | | |
| Microsoft Imagine (Visio, OneNote) | зарубежное | лицензионное |
| TeXstudio | зарубежное | свободно распространяемое |
| Adobe Acrobat Reader | зарубежное | свободно распространяемое |
| Программное обеспечение для планирования и учета времени: | | |
| Toggle app | зарубежное | свободно распространяемое |
| Системы управления проектами: | | |
| Microsoft Imagine (Project) | зарубежное | лицензионное |
| Системы управления базами данных: | | |
| Microsoft Imagine (SQL Server) | зарубежное | лицензионное |
| Системы резервного копирования (backup): | | |
| Acronis Backup Advanced for HyperV | зарубежное | лицензионное |
| Справочно-правовые системы: | | |
| КонсультантПлюс: справочно-правовая система | отечественное | лицензионное |
| Средства антивирусной защиты: | | |
| Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition | отечественное | лицензионное |
| Среды разработки: | | |

| | | |
|--|------------|---------------------------|
| Visual Studio Code | зарубежное | свободно распространяемое |
| Bash (Unix shell) | зарубежное | свободно распространяемое |
| Anaconda | зарубежное | свободно распространяемое |
| Robotic Operating System | зарубежное | свободно распространяемое |
| CopelliaSim | зарубежное | свободно распространяемое |
| Google Colaboratory | зарубежное | свободно распространяемое |
| Пакеты программных средств и библиотек: | | |
| AutoPsy | зарубежное | свободно распространяемое |
| Interactive Disassembler (IDA) | зарубежное | свободно распространяемое |
| Системы управления библиографической информацией: | | |
| Zotero | зарубежное | свободно распространяемое |
| Сервисы и службы: | | |
| Bind | зарубежное | свободно распространяемое |
| Docker | зарубежное | свободно распространяемое |

7. Методические и оценочные материалы

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Дискретная математика 2» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекция, семинары, контрольные работы, коллоквиумы и домашние задания, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

Лекция – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удастся, следует сформулировать вопрос и задать его преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

Семинар — это форма учебной деятельности, проводимая в учебном заведении под руководством преподавателя, где студенты активно участвуют в обсуждениях, практических заданиях и других формах взаимодействия.

Для успешной подготовки к семинару рекомендуется заранее ознакомиться с темой занятия и основными материалами, чтобы иметь возможность активно участвовать в обсуждении. Также полезно подготовить вопросы и идеи для обсуждения, что поможет глубже понять материал и продемонстрировать заинтересованность.

Коллоквиум – устные ответы на вопросы, список которых известен студенту заранее.

В процессе подготовки к коллоквиуму необходимо проанализировать учебные материалы, ознакомившись с лекциями, учебниками и дополнительными источниками, акцентируя внимание на ключевых темах. Рекомендуется создать структурированные конспекты, выделяя основные идеи, термины и формулы.

Домашнее задание – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал. Использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

Контрольная работа – письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время.

Цель контрольной работы - получить специальные знания по одной или нескольким темам дисциплины (модуля) и продемонстрировать навыки их практического применения.

Самостоятельная работа – работа студентов, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине «Дискретная математика 2»

Оценивание уровня учебных достижений, обучающихся по дисциплине (модулю), осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) осуществляется в форме *зачета с оценкой*, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом:

| Десятибалльная оценка | Пятибалльная оценка | Оценка за зачет | Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю) |
|-----------------------|---------------------|-----------------|---|
| 10 | Отлично | Зачтено | Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину. Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами. |
| 9 | Отлично | Зачтено | |
| 8 | Отлично | Зачтено | |
| 7 | Хорошо | Зачтено | Студент обладает знаниями предмета |

| Десятибалльная оценка | Пятибалльная оценка | Оценка за зачет | Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю) |
|-----------------------|---------------------|-----------------|---|
| 6 | Хорошо | Зачтено | почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами. |
| 5 | Удовлетворительно | Зачтено | Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине (модулю), но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Студент способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования. |
| 4 | Удовлетворительно | Зачтено | |
| 3 | Не сдан | Не зачтено | Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы. |
| 2 | Не сдан | Не зачтено | |
| 1 | Не сдан | Не зачтено | |

Дисциплина (модуль) «Дискретная математика 2» оценивается следующим образом:

| Активность | Вес | Описание |
|--------------------|-----|---|
| Домашние задания | 25% | Набор задач по темам недели |
| Контрольные работы | 20% | Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время |
| Коллоквиум | 15% | Ответы на вопросы, список которых известен студенту заранее |
| Зачет с оценкой | 40% | Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время |

Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модулю) «Дискретная математика 2»: « $0,25 \times$ среднее за домашние задания + $0,2 \times$ среднее за контрольные работы + $0,15 \times$ коллоквиум + $0,4 \times$ зачет с оценкой».

Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

Примерные задания для коллоквиума

Коллоквиум 1

1. **Основные понятия теории автоматов.** Определите алфавит, слово и язык. Приведите примеры конечных и бесконечных языков.
2. **Детерминированные конечные автоматы.** Дайте определение ДКА. Постройте ДКА для языка всех строк над $\{0,1\}$, содержащих подстроку "00".
3. **Недетерминированные конечные автоматы.** Дайте определение НКА. Приведите пример НКА, эквивалентного ДКА из предыдущего вопроса, и объясните, почему они эквивалентны.
4. **Преобразование НКА в ДКА.** Опишите алгоритм преобразования НКА в ДКА. Примените его к простому НКА с двумя состояниями.
5. **Регулярные выражения.** Дайте определение регулярного выражения. Напишите регулярное выражение для языка $\{w \mid w \text{ состоит из чётного числа } a \text{ и любого числа } b\}$.
6. **Теорема Клини.** Сформулируйте теорему Клини и объясните её связь с автоматами. Приведите пример построения автомата по регулярному выражению.
7. **Теорема о накачке для регулярных языков.** Сформулируйте теорему и примените её, чтобы показать, что язык $a^n b^n$ нерегулярный.
8. **Свойства регулярных языков.** Объясните замкнутость регулярных языков относительно объединения, пересечения и дополнения. Приведите контрпример для языка, не являющегося регулярным.
9. **Минимизация ДКА.** Опишите алгоритм Хопкрофта. Примените его к ДКА с тремя состояниями.
10. **Машины Тьюринга: определение.** Дайте определение МТ. Опишите конфигурации и шаги работы.
11. **Примеры на МТ.** Постройте МТ, которая инвертирует двоичную строку (например, $101 \rightarrow 010$).
12. **Тезис Чёрча-Тьюринга.** Объясните тезис и его значение для понятия вычислимости.
13. **Проблема остановки.** Сформулируйте проблему и докажите её неразрешимость с помощью диагонализации.
14. **Рекурсивные и рекурсивно-перечислимые языки.** Разъясните разницу и приведите примеры.
15. **Логика высказываний: синтаксис.** Дайте определение формулы. Постройте истинностную таблицу для $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$ и определите, является ли она тавтологией.

Коллоквиум 2

1. **Нормальные формы логики.** Определите ДНФ и КНФ. Преобразуйте формулу $P \wedge (Q \vee R)$ в ДНФ.
2. **Алгоритмы преобразования.** Опишите алгоритм приведения к КНФ. Примените его к формуле $(P \rightarrow Q) \vee R$.
3. **Исчисление высказываний.** Перечислите аксиомы и правила вывода. Докажите теорему о дедукции.
4. **Теорема компактности.** Сформулируйте теорему и приведите пример её применения.
5. **Формальные теории.** Дайте определение формальной теории. Приведите пример теории арифметики.

6. **Классы сложности P и NP.** Определите P и NP. Приведите пример задачи из NP (не P).
7. **NP-полнота.** Объясните понятие и докажите NP-полноту SAT путём сведения.
8. **Алгоритм Хаффмана.** Опишите алгоритм и постройте код для алфавита {A:0.5, B:0.3, C:0.2}.
9. **Алгоритм LZW.** Объясните принцип работы и приведите пример сжатия строки "abaaba".
10. **Энтропия Шеннона.** Определите энтропию и объясните пределы сжатия данных.
11. **Коды с исправлением ошибок.** Определите линейные коды. Постройте код Хэмминга для 4 бит.
12. **Производящие функции: основы.** Дайте определение. Решите $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$ с помощью производящих функций.
13. **Применение производящих функций.** Используйте для подсчёта разбиений числа 5 на не более чем 3 части.
14. **Метод сингулярностей.** Объясните и примените для асимптотического анализа коэффициентов производящей функции.
15. **Интеграция методов.** Примените комбинацию МТ, логики и производящих функций для моделирования автомата, проверяющего логическую формулу, и подсчёта числа состояний. Объясните связь с анализом сложности.

Примерные задания по контрольной работе

Контрольная работа №1

1. **Определение и примеры конечных автоматов.** Дайте определение детерминированного конечного автомата (ДКА). Приведите пример ДКА, который распознаёт язык всех строк над алфавитом $\{0,1\}$, содержащих чётное количество единиц. Покажите работу автомата на строке "0110".
2. **Переход от НКА к ДКА.** Объясните, почему недетерминированные конечные автоматы (НКА) эквивалентны ДКА. Постройте ДКА, эквивалентный НКА, который распознаёт язык $\{w \mid w \text{ содержит подстроку "ab"}\}$ над алфавитом $\{a,b\}$.
3. **Регулярные выражения и теорема Клини.** Напишите регулярное выражение для языка всех строк над $\{a,b\}$, начинающихся с "a" и заканчивающихся "b". Объясните теорему Клини и её связь с автоматами.
4. **Теорема о накачке для регулярных языков.** Сформулируйте теорему о накачке и примените её, чтобы доказать, что язык $\{a^n b^n \mid n \geq 1\}$ не является регулярным.
5. **Минимизация ДКА.** Опишите алгоритм минимизации ДКА по Хопкрофту. Примените его к простому ДКА с двумя состояниями, распознающему язык $\{w \mid w \text{ заканчивается на "a"}\}$.
6. **Машина Тьюринга: определение и пример.** Дайте определение машины Тьюринга (МТ). Приведите пример МТ, которая складывает 1 к двоичному числу (например, "101" \rightarrow "110").
7. **Тезис Чёрча-Тьюринга.** Объясните тезис Чёрча-Тьюринга и его значение для понятия вычислимости. Приведите пример разрешимого языка.
8. **Проблема остановки.** Сформулируйте проблему остановки и объясните, почему она неразрешима. Покажите, как её неразрешимость доказывается с помощью диагонализации.

9. **Сведение задач.** Объясните метод сведения для доказательства неразрешимости. Приведите пример сведения проблемы остановки к другой неразрешимой проблеме (например, к проблеме самоприменения).
10. **Рекурсивные и рекурсивно-перечислимые языки.** Разъясните разницу между рекурсивными и рекурсивно-перечислимыми языками. Приведите пример каждого типа и объясните, почему множество всех МТ, которые останавливаются, является рекурсивно-перечислимым, но не рекурсивным.

Контрольная работа №2

1. **Логика высказываний: синтаксис.** Дайте определение формулы логики высказываний. Постройте истинностную таблицу для формулы $(P \wedge Q) \rightarrow \neg R$ и определите, является ли она тавтологией.
2. **Нормальные формы.** Преобразуйте формулу $(P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R)$ в дизъюнктивную нормальную форму (ДНФ) и конъюнктивную нормальную форму (КНФ). Объясните алгоритм преобразования.
3. **Исчисление высказываний.** Используйте аксиомы и правила вывода исчисления высказываний, чтобы доказать теорему о дедукции (если $\Gamma \cup \{A\} \models B$, то $\Gamma \models A \rightarrow B$).
4. **Теории и модели.** Дайте определение формальной теории. Приведите пример теории и объясните теорему компактности, иллюстрируя её на примере.
5. **Классы сложности P и NP.** Объясните разницу между классами P и NP. Приведите пример задачи из P (например, сортировка) и из NP (например, задача о выполнимости).
6. **NP-полнота.** Докажите NP-полноту задачи о выполнимости (SAT) путём сведения от неё другой задачи (например, 3-SAT). Объясните проблему P vs NP.
7. **Алгоритм Хаффмана.** Опишите алгоритм Хаффмана для сжатия данных. Примените его к алфавиту {A:0.4, B:0.3, C:0.2, D:0.1} и постройте кодовое дерево.
8. **Коды с исправлением ошибок.** Объясните принцип кодов Хэмминга. Постройте код Хэмминга для 4-битовых данных и покажите, как он исправляет одиночную ошибку.
9. **Производящие функции.** Дайте определение производящей функции. Решите рекуррентное соотношение $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}$ с начальными условиями $a_0=1, a_1=2$ с помощью производящих функций.
10. **Интеграция методов.** Примените комбинацию автоматов, логики и производящих функций: Постройте МТ, которая моделирует конечный автомат для регулярного языка, и используйте производящую функцию для подсчёта числа слов длины n в этом языке. Объясните, как это относится к анализу сложности алгоритмов.

Примерные домашние задания

Домашнее задание 1

1. Постройте детерминированный конечный автомат (ДКА), который принимает язык всех двоичных строк, содержащих подстроку "101". Нарисуйте диаграмму состояний и укажите начальное и конечные состояния.
2. Преобразуйте следующий недетерминированный конечный автомат (НКА) в эквивалентный ДКА: НКА имеет состояния q_0, q_1, q_2 ; алфавит $\{a, b\}$; переходы: $\delta(q_0, a) = \{q_0, q_1\}$, $\delta(q_0, b) = \{q_0\}$, $\delta(q_1, a) = \{q_2\}$, $\delta(q_1, b) = \emptyset$, $\delta(q_2, a) = \emptyset$, $\delta(q_2, b) = \{q_2\}$; начальное состояние q_0 , конечное q_2 .
3. Докажите теорему о накачке для регулярных языков, используя пример языка всех строк с равным количеством 0 и 1.
4. Опишите работу машины Тьюринга, которая прибавляет 1 к единичному представлению числа (например, $111 + 1 = 1111$). Укажите состояния, алфавит ленты и таблицу переходов.
5. Покажите, что язык всех палиндромов над алфавитом $\{a, b\}$ является регулярным, построив соответствующий автомат.

Домашнее задание 2

1. Постройте истинностную таблицу для формулы $(A \wedge B) \rightarrow (\neg A \vee C)$ и определите, является ли она тавтологией.
2. Преобразуйте формулу $\neg(A \vee (B \wedge C))$ в дизъюнктивную нормальную форму (ДНФ) и упростите её.
3. Используя аксиомы и правила вывода исчисления высказываний, докажите теорему о дедукции для формулы $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \vDash A \rightarrow C$.
4. Приведите пример логически эквивалентных формул и покажите их эквивалентность с помощью законов логики.
5. Преобразуйте формулу $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee C)$ в конъюнктивную нормальную форму (КНФ) и найдите её совершенную форму.

Домашнее задание 3

1. Покажите, что задача о выполнимости (SAT) является NP-полной, используя сведение от другой NP-полной задачи (например, 3-SAT).
2. Постройте код Хаффмана для алфавита $\{A: 0.4, B: 0.3, C: 0.2, D: 0.1\}$ и закодируйте строку "ABAC". Вычислите коэффициент сжатия.
3. Опишите работу кода Хэмминга для исправления одиночных ошибок в 7-битных блоках. Приведите пример кодирования и декодирования слова "101".
4. Вычислите энтропию Шеннона для источника с вероятностями символов $\{0.5, 0.25, 0.125, 0.125\}$. Объясните, почему энтропия является пределом сжатия.
5. Объясните различие между классами P и NP на примере задач сортировки и коммивояжера. Приведите аргументы за и против гипотезы $P \neq NP$.

Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

| № п/п | Задание | Ответ | Компетенция |
|-------|--|-------|-------------|
| 1 | Назовите основное понятие теории автоматов, обозначающее конечную последовательность символов из алфавита. | Слово | УК-1 |

| | | | |
|----|---|-----------------------------------|-------|
| 2 | Определите, сколько состояний имеет минимальный ДКА для языка всех строк над $\{0,1\}$, содержащих подстроку "00". | 3 | УК-1 |
| 3 | Назовите алгоритм, используемый для преобразования НКА в эквивалентный ДКА. | Алгоритм преобразования НКА в ДКА | УК-1 |
| 4 | Определите, сколько шагов включает минимальное преобразование НКА с двумя состояниями в ДКА. | 4 | УК-1 |
| 5 | Назовите теорему, утверждающую связь регулярных выражений и конечных автоматов. | Теорема Клини | УК-2 |
| 6 | Определите, сколько частей имеет теорема о накачке для регулярных языков. | 3 | УК-2 |
| 7 | Назовите свойство регулярных языков, заключающееся в замкнутости относительно объединения. | Замкнутость | УК-2 |
| 8 | Определите, сколько состояний имеет минимальный ДКА после минимизации по алгоритму Хопкрофта для простого автомата с тремя состояниями. | 2 | УК-2 |
| 9 | Назовите устройство, моделирующее вычисления с бесконечной лентой. | Машина Тьюринга | ОПК-1 |
| 10 | Определите, сколько конфигураций описывает работа машины Тьюринга на одном шаге. | 1 | ОПК-1 |
| 11 | Назовите тезис, утверждающий эквивалентность понятия вычислимости и машин Тьюринга. | Тезис Чёрча-Тьюринга | ОПК-1 |
| 12 | Определите, сколько типов языков выделяет теория вычислимости: рекурсивные и рекурсивно-перечислимые. | 2 | ОПК-1 |
| 13 | Назовите проблему, доказанную неразрешимой методом диагонализации. | Проблема останки | ПК-1 |
| 14 | Определите, сколько аксиом имеет исчисление высказываний. | 10 | ПК-1 |
| 15 | Назовите нормальную форму, представляющую формулу как конъюнкцию дизъюнкций. | Конъюнктивная нормальная форма | ПК-1 |
| 16 | Определите, сколько классов сложности выделяют в теории вычислений: P и NP. | 2 | ПК-1 |
| 17 | Назовите алгоритм сжатия данных, строящий дерево на основе частот символов. | Алгоритм Хаффмана | ПК-2 |
| 18 | Определите, сколько бит требуется для кода Хэмминга на 4 информационных бита. | 7 | ПК-2 |
| 19 | Назовите функцию, используемую для решения рекуррентных соотношений в комбинаторике. | Производящая функция | ПК-2 |
| 20 | Определите, сколько методов интеграции охватывает курс: комбинация автоматов, логики и производящих функций. | 3 | ПК-2 |