ЦЕНТРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДЕНА

Решением Ученого совета
АНО ВО «Центральный университет»
«24» июня 2025 г.
Протокол №2

Рабочая программа дисциплины (модуля)
«Численные методы в финансах»

Направление подготовки: *02.03.01 Математика и компьютерные науки*

Направленность (профиль) подготовки: *Программа двух дипломов НИУ ВШЭ и ЦУ «Прикладная математика и информатика»*

Квалификация (степень) выпускника: *бакалавр*

Форма обучения: *очная*

Срок освоения программы: *4 года*

Год набора: *2025*

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 0215B0C000D1B3FEB44A37EE631E0C27D4
Владелец: Ивашкевич Евгений Васильевич
Действителен: с 13.01.2026 до 13.04.2027

Электронный документ

Москва
2025

Содержание

1. **Краткая характеристика дисциплины (модуля)** 3
2. **Перечень планируемых результатов обучения** 5
3. **Тематический план** 7
4. **Содержание дисциплины (модуля)** 8
5. **Учебно-методическое обеспечение** 9
6. **Материально-техническое обеспечение** 10
7. **Методические и оценочные материалы** 11

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Численные методы в финансах» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», профиль «Программа двух дипломов НИУ ВШЭ и ЦУ «Прикладная математика и информатика», утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 807 от 23.08.2017 года.

Изучение дисциплины (модуля) «Численные методы в финансах» позволяет интегрировать теоретические знания в прикладные финансовые задачи, способствуя развитию навыков в области вычислительной математики и программирования. Эта дисциплина подчеркивает роль численных методов в решении реальных проблем финансового сектора, таких как моделирование волатильности рынков и оценка производных финансовых инструментов, что способствует повышению эффективности и точности финансовых расчетов в условиях неопределенности.

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина (модуль) включена в учебный план по программе подготовки бакалавриата по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», профиль «Программа двух дипломов НИУ ВШЭ и ЦУ «Прикладная математика и информатика» и входит в вариативную часть Блока 1, формируемую участниками образовательных отношений, как дисциплина по выбору.

Дисциплина (модуль) доступна для изучения на 3 или 4 курсе в 6, 7, 8 семестрах на выбор.

Цель изучения дисциплины (модуля): освоение математических и вычислительных подходов для моделирования и анализа финансовых процессов, включая ценообразование активов, управление рисками и оптимизацию портфелей, с использованием алгоритмов и программных инструментов.

Задачи изучения дисциплины (модуля):

— изучить основные численные алгоритмы, такие как методы Монте-Карло, конечные разности и оптимизационные процедуры, применительно к финансовым моделям, включая ценообразование опционов по модели Блэка-Шоулза и управление портфельными рисками;

— освоить принципы реализации этих методов с использованием программных средств, таких как Python или MATLAB, для симуляции финансовых сценариев и анализа чувствительности моделей;

— развить навыки интерпретации результатов численных расчетов в контексте финансовой теории и практики, а также умения адаптировать алгоритмы к специфическим задачам, таким как оценка кредитного риска или оптимизация инвестиций;

— сформировать понимания ограничений численных методов и их роли в обеспечении точности и эффективности финансовых решений в динамичной рыночной среде.

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

знать:

— теоретические основы метода Монте-Карло для оценки интегралов, моментов и финансовых инструментов;

— принципы работы генераторов (псевдо)случайных чисел и последовательностей с низким расхождением (квази-МК);

— свойства и методы моделирования ключевых случайных процессов (Броуновское движение, дробное БМ, процесс Пуассона);

— основные техники уменьшения дисперсии в Монте-Карло и их влияние на точность оценок;

— принципы аналитического ("closed form") ценообразования базовых деривативов и репликации;

уметь:

— разрабатывать алгоритмы генерации случайных величин с заданными распределениями;

— моделировать траектории стохастических процессов (включая использование Броуновского моста) и дискретизировать их (схемы Эйлера/Мильштейна);

— реализовывать метод Монте-Карло на языках программирования (Python/C++/Matlab/R) для оценки стоимости финансовых инструментов (деривативов);

— применять техники уменьшения дисперсии для повышения эффективности Монте-Карло симуляций;

— вычислять чувствительности (греки) цен деривативов с использованием различных методов (конечные разности, метод касательных);

владеть:

— навыками численного интегрирования методом Монте-Карло (стандартным и квази;

— технологиями моделирования траекторий гауссовских и марковских процессов;

— практическими навыками оценки сложных финансовых инструментов (включая опционы) с помощью симуляций Монте-Карло;

— методами анализа точности и эффективности Монте-Карло оценок;

— навыками использования аналитических формул для оценки базовых деривативов и пониманием их связи с численными методами.

2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

Компетенция	Содержание компетенции	Индикатор компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)
УК-1.	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1.	Знает методы поиска и анализа информации в области искусственного интеллекта, основные принципы критической оценки источников информации и их релевантности.
		УК-1.2.	Умеет критически оценивать источники информации и синтезировать данные из различных источников для решения задач, применять системный подход к анализу и решению комплексных проблем
		УК-1.3.	Имеет практический опыт работы с современными инструментами и технологиями для обработки информации, формулировании и структурировании задач на основе полученной информации
УК-2.	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1.	Знает действующие правовые нормы, регулирующие деятельность в области решения задач, основные методы и подходы к определению круга задач
		УК-2.2.	Умеет определять круг задач в рамках поставленной цели, выбирать оптимальные способы решения задач, учитывая имеющиеся ресурсы и ограничения
		УК-2.3.	Имеет практический опыт применения знаний о правовых нормах и ресурсах в реальных ситуациях, разработки и реализации решений в соответствии с установленными ограничениями
ОПК-1.	Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы прикладной и компьютерной математики	ОПК-1.1.	Знает основные методы и подходы к решению задач прикладной и компьютерной математики, включая алгоритмы, математическое моделирование и теорию оптимизации, а также современные инструменты и технологии, используемые в этой области
		ОПК-1.2.	Умеет анализировать и формулировать математические

			задачи, применять соответствующие методы и алгоритмы для их решения, а также интерпретировать и представлять результаты в понятной и доступной форме
		ОПК-1.3.	Имеет практический опыт работы над проектами или исследованиями в области прикладной и компьютерной математики, включая участие в конкурсах, олимпиадах или научных публикациях, где были решены актуальные и значимые задачи
ПК-1.	Способен формулировать задачи с математической точностью, обосновывать утверждения строго и анализировать полученные результаты в области математики и компьютерных наук	ПК-1.1.	Знает методы и подходы к формулированию задач, а также основные принципы математического доказательства и анализа результатов.
		ПК-1.2.	Умеет корректно ставить и формулировать математические задачи, применять строгие методы доказательства и анализировать полученные результаты.
		ПК-1.3.	Имеет опыт работы с задачами в области математики и компьютерных наук, включая применение математических методов для решения практических задач
ПК-2.	Способен решать типовые задачи профессиональной деятельности в области искусственного интеллекта, опираясь на информационную и библиографическую культуру, используя информационно-коммуникационные технологии и учитывая основные требования информационной безопасности	ПК-2.1.	Знает основы информационной и библиографической культуры, а также принципы информационной безопасности и применения информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности
		ПК-2.2.	Умеет эффективно использовать информационно-коммуникационные технологии для решения стандартных задач профессиональной деятельности, учитывая требования информационной безопасности
		ПК-2.3.	Имеет опыт работы с информационными ресурсами и технологиями в области искусственного интеллекта, включая соблюдение норм информационной безопасности

3. Тематический план

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Трудоемкость, академические часы				ТКУ (текущий контроль успеваемости)
		Очная форма				
		Аудиторная работа		Контроль	Самостоятельная работа	
		Лекции	Семинары			
1	Основы метода Монте-Карло	2	4		7	Домашнее задание Подготовка к семинару
2	Генерация случайных чисел	2	4		7	Домашнее задание
3	Моделирование случайных процессов	2	4		7	Домашнее задание Контрольная работа
4	Дискретизация процессов	2	4		7	Домашнее задание Контрольная работа
5	Методы уменьшения дисперсии	2	4		7	Домашнее задание Подготовка к семинару
6	Вычисление чувствительностей	2	4		7	Подготовка к семинару
7	Оценка европейских опционов	2	4		7	Домашнее задание Контрольная работа
8	Методы трансформаций	2	4		7	Домашнее задание Контрольная работа
9	Метод конечных разностей	2	4		7	Домашнее задание Подготовка к семинару
10	Американские опционы	2	4		7	Подготовка к семинару
11	Многомерные модели	2	4		6	Домашнее задание Контрольная работа
12	Калибровка моделей	2	4	2	6	Домашнее задание Контрольная работа
13	Фильтры в финансах	2	4		6	Домашнее задание Подготовка к семинару
14	Структурный продукт	4	8		6	Подготовка к семинару
	Зачет с оценкой			4		
	Итого:	***30***	***60***	***6***	***94***	
Объем дисциплины (модуля) (в ак. ч.)		***190***				
Объем дисциплины (модуля) (в зач. ед.)		***5***				

4. Содержание дисциплины (модуля)

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание дисциплины (модуля) по темам
1	Основы метода Монте-Карло	- Введение в численные методы в финансах. Основные понятия: интегралы, моменты, оценки. Сходимость оценок Монте-Карло. Практика: простые примеры в Python
2	Генерация случайных чисел	Псевдослучайные генераторы. Последовательности с низким расхождением (квазиМК). Тестирование генераторов. Практика: реализация на Python
3	Моделирование случайных процессов	Броуновское движение: свойства и моделирование. Дробное броуновское движение. Процесс Пуассона. Практика: генерация траекторий
4	Дискретизация процессов	Схема Эйлера: теория и реализация. Схема Мильштейна. Применение к финансовым моделям. Практикум: сравнение методов
5	Методы уменьшения дисперсии	Общие принципы уменьшения дисперсии. Метод контрольных переменных. Антитетические переменные. Практика: оценка эффективности
6	Вычисление чувствительностей	Метод конечных разностей. Метод касательных. "Греки" опционов Практикум: расчет дельты и гаммы
7	Оценка европейских опционов	Аналитические формулы (БлэкаШоулза). Монте-Карло оценка. Сравнение методов. Практика: реализация оценки
8	Методы трансформаций	Преобразование Фурье в финансах. Метод косинусов. Практическое применение. Кейс: оценка сложных опционов
9	Метод конечных разностей	Основные схемы (явная, неявная). Устойчивость и сходимость. Решение уравнения Блэка-Шоулза. Практика: реализация в Python
10	Американские опционы	Проблема оптимальной остановки. Методы на основе регрессии. Практикум: оценка американского опциона
11	Многомерные модели	Проблема размерности. Методы для многомерных задач. Модели стохастической волатильности. Практика: упрощенные подходы
12	Калибровка моделей	Основные подходы к калибровке. Оптимизационные методы. Практикум: калибровка простой модели. Анализ результатов
13	Фильтры в финансах	Фильтр Калмана: основы. Применение для оценки параметров Практический пример: отслеживание волатильности
14	Структурный продукт	Полный цикл оценки сложного инструмента. От моделирования до расчета чувствительностей. Работа в группах над проектом

5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Основная литература:

1. Осокин, А. Н. Теория информации : учебник для вузов / А. Н. Осокин, А. Н. Мальчуков. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 208 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-16333-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/561389.

2. Пантелеев, А. В. Численные методы. Практикум : учебное пособие / А. В. Пантелеев, И. А. Кудрявцева. — Москва : ИНФРА-М, 2023. — 512 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-018445-6. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/2002583.

3. Гателюк, О. В. Численные методы : учебник для вузов / О. В. Гателюк, Ш. К. Исмаилов, Н. В. Манюкова. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 110 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05894-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/562548.

4. Численные методы : учебник и практикум для вузов / под редакцией У. Г. Пирумова. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 421 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03141-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/510769.

5. Маликов, Р. Ф. Метод Монте-Карло : учебник для вузов / Р. Ф. Маликов. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 96 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19869-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/581016.

6. Анализ данных : учебник для вузов / под редакцией В. С. Мхитаряна. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 448 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19964-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/560311.

7. Бабайцев, В. А. Математические методы финансового анализа : учебное пособие для вузов / В. А. Бабайцев, В. Б. Гисин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 169 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-17101-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/532392.

Дополнительная литература:

1. Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика. Математические основы информатики. — М. : Вильямс, 2009. — 784 с.

2. Локтионов, И. К. Численные методы : учебник / И. К. Локтионов, Л. П. Мироненко, В. В. Турупалов ; под общ. ред. канд. техн. наук, проф. В. В. Турупалова. - Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2022. - 380 с. - ISBN 978-5-9729-0786-1. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1902598.

6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- механическими калькуляторами;
- специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

№	Наименование портала (издания, курса, документа)	Ссылка
1.	Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека	https://elibrary.ru/defaultx.asp
2.	База данных для IT-специалистов	https://habr.com
3.	База данных ScienceDirect	https://www.sciencedirect.com
4.	Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации	https://minobrnauki.gov.ru/
5.	Федеральный портал «Российское образование"	https://www.edu.ru/
6.	Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	http://window.edu.ru/
7.	Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов	http://school-collection.edu.ru/
8.	Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов	http://fcior.edu.ru/

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модуле), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Наименование ПО	Производство	Лицензионное / свободно распространяемое
Операционные системы:		
Microsoft Imagine (Windows Client, Server)	зарубежное	лицензионное

Браузеры:		
Яндекс.Браузер	отечественное	свободно распространяемое
Google Chrome	зарубежное	свободно распространяемое
Офисные приложения:		
Microsoft Imagine (Visio, OneNote)	зарубежное	лицензионное
TeXstudio	зарубежное	свободно распространяемое
Adobe Acrobat Reader	зарубежное	свободно распространяемое
Программное обеспечение для планирования и учета времени:		
Toggle app	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления проектами:		
Microsoft Imagine (Project)	зарубежное	лицензионное
Системы управления базами данных:		
Microsoft Imagine (SQL Server)	зарубежное	лицензионное
Системы резервного копирования (backup):		
Acronis Backup Advanced for HyperV	зарубежное	лицензионное
Справочно-правовые системы:		
КонсультантПлюс: справочно-правовая система	отечественное	лицензионное
Средства антивирусной защиты:		
Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition	отечественное	лицензионное
Среды разработки:		
Visual Studio Code	зарубежное	свободно распространяемое
Bash (Unix shell)	зарубежное	свободно распространяемое
Anaconda	зарубежное	свободно распространяемое
Robotic Operating System	зарубежное	свободно распространяемое
CopelliaSim	зарубежное	свободно распространяемое
Google Colaboratory	зарубежное	свободно распространяемое
Пакеты программных средств и библиотек:		
AutoPsy	зарубежное	свободно распространяемое
Interactive Disassembler (IDA)	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления библиографической информацией:		
Zotero	зарубежное	свободно распространяемое
Сервисы и службы:		
Bind	зарубежное	свободно распространяемое
Docker	зарубежное	свободно распространяемое

7. Методические и оценочные материалы

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Численные методы в финансах» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекция, семинары, контрольные работы и домашние задания, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

Лекция – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удается, следует сформулировать вопрос и задать его

преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

Семинар — это форма учебной деятельности, проводимая в учебном заведении под руководством преподавателя, где студенты активно участвуют в обсуждениях, практических заданиях и других формах взаимодействия.

Для успешной подготовки к семинару рекомендуется заранее ознакомиться с темой занятия и основными материалами, чтобы иметь возможность активно участвовать в обсуждении. Также полезно подготовить вопросы и идеи для обсуждения, что поможет глубже понять материал и продемонстрировать заинтересованность.

Аудиторная работа – активная работа студента на семинаре, его ответы на вопросы преподавателя и участие в дискуссии.

Для успешного участия в семинаре студентам рекомендуется заранее ознакомиться с темой обсуждения, прочитать необходимые материалы и подготовить вопросы. Важно активно слушать и вовлекаться в дискуссию, высказывая свои мнения и аргументируя их. При ответах на вопросы преподавателя стоит быть уверенным, четким и логичным, опираясь на изученный материал. Также полезно поддерживать диалог с однокурсниками, чтобы обогатить обсуждение и расширить свои знания.

Домашнее задание – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал. Использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

Контрольная работа – письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время.

Цель контрольной работы - получить специальные знания по одной или нескольким темам дисциплины (модуля) и продемонстрировать навыки их практического применения.

Самостоятельная работа – работа студентов, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине (модуле) «Численные методы в финансах»

Оценивание уровня учебных достижений, обучающихся по дисциплине (модулю), осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) осуществляется в форме ***зачета с оценкой***, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом, если иное не указано в силлабусе дисциплины:

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Оценка за зачет	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
10	Отлично	Зачтено	Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину. Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами.
9	Отлично	Зачтено	
8	Отлично	Зачтено	
7	Хорошо	Зачтено	Студент обладает знаниями предмета почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами.
6	Хорошо	Зачтено	
5	Удовлетворительно	Зачтено	Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине (модулю), но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки,
4	Удовлетворительно	Зачтено	

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Оценка за зачет	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
			касающиеся сути вопросов. Студент способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования.
3	Не сдан	Не зачтено	Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы.
2	Не сдан	Не зачтено	
1	Не сдан	Не зачтено	

Дисциплина (модуль) «Численные методы в финансах» оценивается следующим образом:

Активность	Вес	Количество	Описание
Домашние задания	20%	13	Набор задач по темам недели
Контрольные работы	30%	2	Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время
Аудиторная работа	15%	1	Ответы на вопросы, список которых известен студенту заранее
Зачет с оценкой	35%	1	Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время, возможен дополнительный устный экзамен

Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модуле) «Численные методы в финансах»: «0,2× среднее за домашние задания + 0,3× среднее за контрольные работы + 0,15 ×за аудиторную работу + 0,35 ×зачет с оценкой».

Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модуле)

Примерные вопросы для семинаров

Тема 1: Основы метода Монте-Карло

1. Что такое метод Монте-Карло и в чем его основная идея?
2. Как вычислить математическое ожидание случайной величины с помощью Монте-Карло?
3. Что такое сходимость оценок Монте-Карло и как она зависит от числа симуляций?
4. Как оценить интеграл с помощью метода Монте-Карло?
5. Что такое дисперсия оценки Монте-Карло и как ее уменьшить?
6. Приведите пример простого интеграла, который можно вычислить методом Монте-Карло.
7. Как связаны моменты случайной величины с оценками Монте-Карло?
8. Что такое закон больших чисел и как он применяется в Монте-Карло?
9. Как реализовать базовый пример Монте-Карло в Python для расчета площади фигуры?
10. В чем разница между точной оценкой и оценкой Монте-Карло?
11. Как оценить стандартную ошибку в методе Монте-Карло?
12. Приведите пример финансового применения метода Монте-Карло (например, оценка риска).
13. Что такое генерация выборки в контексте Монте-Карло?

14. Как проверить сходимость оценки Монте-Карло на практике?
15. Какие ограничения имеет метод Монте-Карло для вычисления интегралов?

Тема 2: Генерация случайных чисел

1. Что такое псевдослучайные генераторы и как они работают?
2. В чем отличие псевдослучайных чисел от истинно случайных?
3. Что такое последовательности с низким расхождением (квази-Монте-Карло)?
4. Как протестировать качество генератора случайных чисел?
5. Приведите пример простого псевдослучайного генератора.
6. Что такое период генератора случайных чисел?
7. Как реализовать генератор равномерных случайных чисел в Python?
8. В чем преимущество квази-Монте-Карло перед стандартным Монте-Карло?
9. Какие тесты используются для проверки генераторов (например, тест на хи-квадрат)?
10. Как сгенерировать случайные числа с нормальным распределением?
11. Что такое корреляция в последовательностях случайных чисел?
12. Как применить генерацию случайных чисел в финансовых моделях?
13. В чем разница между линейным конгруэнтным генератором и другими типами?
14. Как оценить скорость генерации случайных чисел?
15. Какие проблемы возникают при использовании плохих генераторов в Монте-Карло?

Тема 3: Моделирование случайных процессов

1. Что такое броуновское движение и его основные свойства?
2. Как смоделировать траекторию броуновского движения?
3. Что такое дробное броуновское движение и чем оно отличается от стандартного?
4. Как свойства броуновского движения связаны с финансовыми моделями (например, моделью Блэка-Шоулза)?
5. Что такое процесс Пуассона и как его моделировать?
6. Как сгенерировать траекторию процесса Пуассона в Python?
7. В чем разница между непрерывным и дискретным случайным процессом?
8. Как оценить параметры броуновского движения по данным?
9. Приведите пример применения дробного броуновского движения в финансах.
10. Что такое инкременты броуновского движения?
11. Как смоделировать многомерное броуновское движение?
12. В чем роль процесса Пуассона в моделировании скачков цен активов?
13. Как проверить свойства смоделированного броуновского движения?
14. Какие численные методы используются для генерации траекторий?
15. Как визуализировать траекторию случайного процесса в Python?

Тема 4: Дискретизация процессов

1. Что такое схема Эйлера для дискретизации стохастических дифференциальных уравнений?
2. Как реализовать схему Эйлера в Python для броуновского движения?
3. В чем разница между схемой Эйлера и схемой Мильштейна?
4. Как схема Мильштейна улучшает точность дискретизации?
5. Приведите пример применения дискретизации к модели Блэка-Шоулза.
6. Что такое порядок сходимости схемы дискретизации?
7. Как сравнить точность разных схем на практике?
8. Какие ошибки возникают при дискретизации процессов?
9. Как применить дискретизацию к многомерным моделям?

10. Что такое сильная и слабая сходимость в дискретизации?
11. Как выбрать шаг дискретизации для финансовых моделей?
12. Приведите пример кода на Python для схемы Эйлера.
13. В чем преимущества схемы Мильштейна перед Эйлером?
14. Как оценить погрешность дискретизации?
15. Какие финансовые модели требуют точной дискретизации?

Тема 5: Методы уменьшения дисперсии

1. Что такое дисперсия в оценках Монте-Карло и почему ее нужно уменьшать?
2. Какие общие принципы уменьшения дисперсии вы знаете?
3. Что такое метод контрольных переменных и как он работает?
4. Как выбрать контрольную переменную в финансовом контексте?
5. Что такое антитетические переменные и их применение?
6. Как реализовать антитетические переменные в Python?
7. В чем разница между уменьшением дисперсии и уменьшением смещения?
8. Приведите пример эффективного применения контрольных переменных.
9. Как оценить эффективность метода уменьшения дисперсии?
10. Что такое стратифицированная выборка как метод уменьшения дисперсии?
11. Как комбинировать несколько методов уменьшения дисперсии?
12. В чем роль корреляции в методах уменьшения дисперсии?
13. Как применить эти методы к оценке опционов?
14. Какие ограничения имеют методы уменьшения дисперсии?
15. Как измерить улучшение точности после применения метода?

Тема 6: Вычисление чувствительностей

1. Что такое чувствительности ("греки") в финансовых моделях?
2. Как вычислить дельту опциона методом конечных разностей?
3. Что такое метод касательных для вычисления чувствительностей?
4. Как рассчитать гамму опциона?
5. В чем разница между численным и аналитическим вычислением дельты?
6. Приведите формулу для численной дельты.
7. Как реализовать расчет дельты и гаммы в Python?
8. Что такое вега и как ее вычислить?
9. Какие ошибки возникают при методе конечных разностей?
10. Как применить чувствительности к управлению рисками?
11. Что такое конечные разности второго порядка для гаммы?
12. Как сравнить точность разных методов вычисления чувствительностей?
13. Приведите пример финансового инструмента, где важны греки.
14. Что такое автоматическое дифференцирование в контексте чувствительностей?
15. Как интерпретировать значения греков в практике трейдинга?

Тема 7: Оценка европейских опционов

1. Что такое европейский опцион и его отличие от американского?
2. Приведите формулу Блэка-Шоулза для оценки колл-опциона.
3. Как оценить опцион методом Монте-Карло?
4. В чем преимущества и недостатки аналитической формулы Блэка-Шоулза?
5. Как реализовать Монте-Карло оценку европейского опциона в Python?
6. Как сравнить точность Монте-Карло и аналитической формулы?
7. Что такое payoff функция для опциона?
8. Как учесть дивиденды в модели Блэка-Шоулза?

9. Приведите пример расчета цены опциона с заданными параметрами.
10. Как влияет волатильность на цену опциона по Блэку-Шоулзу?
11. Что такое риск-нейтральная мера в оценке опционов?
12. Как применить Монте-Карло к опционам на несколько активов?
13. Какие численные методы используются помимо Монте-Карло?
14. Как оценить стандартную ошибку в Монте-Карло для опционов?
15. В чем роль нормального распределения в модели Блэка-Шоулза?

Тема 8: Методы трансформаций

1. Что такое преобразование Фурье и его применение в финансах?
2. Как метод косинусов используется для оценки опционов?
3. В чем идея применения трансформаций к финансовым моделям?
4. Приведите пример оценки сложного опциона с помощью метода косинусов.
5. Как преобразование Фурье помогает в вычислении характеристических функций?
6. Что такое быстрая трансформация Фурье (FFT) и ее роль?
7. Как реализовать метод косинусов в Python?
8. В чем преимущество трансформаций перед Монте-Карло для некоторых задач?
9. Приведите кейс оценки опциона на корзину активов.
10. Что такое характеристическая функция в контексте опционов?
11. Как применить преобразование Фурье к модели стохастической волатильности?
12. Какие сложности возникают при использовании трансформаций?
13. Как сравнить эффективность метода косинусов и Монте-Карло?
14. Что такое интегрирование по контуру в методах трансформаций?
15. Приведите пример практического применения в оценке производных.

Тема 9: Метод конечных разностей

1. Что такое метод конечных разностей для решения дифференциальных уравнений?
2. В чем разница между явной и неявной схемой конечных разностей?
3. Как применить метод конечных разностей к уравнению Блэка-Шоулза?
4. Что такое устойчивость схемы конечных разностей?
5. Как реализовать явную схему в Python для оценки опциона?
6. Что такое сходимость в методе конечных разностей?
7. Приведите пример сетки для решения уравнения Блэка-Шоулза.
8. Как выбрать шаг сетки для точности?
9. В чем преимущества неявной схемы перед явной?
10. Как учесть граничные условия в методе конечных разностей?
11. Что такое схема Крачка-Николсона?
12. Как сравнить метод конечных разностей с Монте-Карло?
13. Какие ошибки возникают при дискретизации уравнения?
14. Как применить метод к многомерным моделям?
15. В чем роль метода конечных разностей в ценообразовании опционов?

Тема 10: Американские опционы

1. Что такое американский опцион и его отличие от европейского?
2. В чем проблема оптимальной остановки для американских опционов?
3. Как методы на основе регрессии используются для оценки американских опционов?
4. Приведите пример регрессионного метода (например, LSM Лонгстаффа-Шварца).
5. Как реализовать оценку американского опциона в Python?
6. Что такое ранняя остановка в контексте опционов?
7. Как сравнить цену американского и европейского опциона?

8. В чем роль базисных функций в регрессионных методах?
9. Приведите пример расчета американского пут-опциона.
10. Как оценить оптимальное время исполнения опциона?
11. Какие численные методы применяются помимо регрессии?
12. Что такое динамическое программирование для опционов?
13. Как учесть транзакционные издержки в оценке?
14. В чем сложности оценки американских опционов?
15. Как применить Монте-Карло к американским опционам?

Тема 11: Многомерные модели

1. Что такое проблема размерности в многомерных моделях?
2. Как методы Монте-Карло адаптируются к многомерным задачам?
3. Что такое модели стохастической волатильности (например, Heston)?
4. Как смоделировать коррелированные активы в многомерных моделях?
5. Приведите пример упрощенного подхода к многомерной оценке.
6. В чем разница между одномерными и многомерными опционами?
7. Как реализовать модель Heston в Python?
8. Что такое корреляционная матрица в многомерных моделях?
9. Как уменьшить дисперсию в многомерном Монте-Карло?
10. Приведите пример опциона на корзину активов.
11. Какие численные методы эффективны для многомерных задач?
12. Как калибровать параметры многомерной модели?
13. В чем роль фактора времени в многомерных процессах?
14. Как визуализировать многомерные траектории?
15. Какие вызовы возникают при увеличении размерности?

Тема 12: Калибровка моделей

1. Что такое калибровка финансовой модели?
2. Какие подходы к калибровке вы знаете (например, наименьшие квадраты)?
3. Как оптимизационные методы используются в калибровке?
4. Приведите пример калибровки простой модели (например, Блэка-Шоулза).
5. Как реализовать калибровку в Python с использованием scipy?
6. Что такое целевая функция в калибровке?
7. Как оценить качество калибровки по данным рынка?
8. В чем разница между локальной и глобальной оптимизацией в калибровке?
9. Приведите пример параметров, которые калибруются (волатильность, корреляция).
10. Как учесть рыночные данные в калибровке?
11. Что такое переобучение в контексте калибровки?
12. Как сравнить разные модели после калибровки?
13. В чем роль чувствительностей в калибровке?
14. Как применить генетические алгоритмы к калибровке?
15. Какие метрики используются для анализа результатов калибровки?

Тема 13: Фильтры в финансах

1. Что такое фильтр Калмана и его основные компоненты?
2. Как применить фильтр Калмана для оценки параметров модели?
3. Приведите пример отслеживания волатильности с помощью фильтра Калмана.
4. Что такое скрытые состояния в фильтре Калмана?
5. Как реализовать фильтр Калмана в Python?
6. В чем разница между предсказанием и обновлением в фильтре Калмана?

7. Как фильтр Калмана используется в финансовых временных рядах?
8. Что такое ковариационная матрица в фильтре Калмана?
9. Приведите практический пример для оценки волатильности акций.
10. Как инициализировать фильтр Калмана?
11. Какие предположения лежат в основе фильтра Калмана?
12. Как расширить фильтр Калмана на нелинейные модели?
13. В чем преимущества фильтра Калмана перед другими методами?
14. Как оценить точность фильтра Калмана?
15. Приведите пример применения в портфельном управлении.

Тема 14: Структурный продукт

1. Что такое структурный продукт в финансах?
2. Как смоделировать полный цикл оценки структурного продукта?
3. Какие этапы включает работа над проектом оценки сложного инструмента?
4. Как применить численные методы к оценке структурного продукта?
5. Приведите пример структурного продукта (например, с барьером).
6. Как рассчитать чувствительности для структурного продукта?
7. В чем роль групповой работы в анализе структурного продукта?
8. Как интегрировать разные модели (Монте-Карло, конечные разности) в оценку?
9. Что такое payoff структура сложного инструмента?
10. Как учесть риски в оценке структурного продукта?
11. Приведите кейс полной оценки от моделирования до результатов.
12. Как представить результаты проекта по структурному продукту?
13. В чем значение анализа сценариев для структурных продуктов?
14. Как применить калибровку к модели структурного продукта?
15. Какие навыки развиваются при работе над проектом по структурному продукту?

Примерные задания по контрольной работе

Контрольная работа №1

1. Объясните принцип метода Монте-Карло для оценки математического ожидания и приведите пример расчета интеграла ∫_{0}^{1} e^{-x^2} dx с использованием 10000 симуляций. Оцените стандартную ошибку и обсудите сходимость по закону больших чисел.
2. Опишите работу линейного конгруэнтного генератора случайных чисел. Реализуйте его в Python для генерации 1000 равномерных чисел на [0,1] и протестируйте на равномерность с помощью гистограммы.
3. Что такое стандартное броуновское движение? Сгенерируйте в Python траекторию броуновского движения с 500 шагами за время [0,1] и визуализируйте ее. Объясните свойства траектории.
4. Примените схему Эйлера для дискретизации геометрического броуновского движения (S0=100, μ=0.05, σ=0.2, T=1, шаги=100). Реализуйте в Python и сравните с аналитической траекторией.
5. Используйте метод антитетических переменных для оценки интеграла ∫_{0}^{1} √x dx с 5000 симуляциями. Сравните дисперсию с обычным методом Монте-Карло и объясните принцип уменьшения дисперсии.
6. Рассчитайте дельту и гамму европейского колл-опциона (S=100, K=100, r=0.05, σ=0.2, T=1) методом конечных разностей. Приведите формулы и сравните с аналитическими значениями.

7. Оцените цену европейского колл-опциона (S=100, K=105, r=0.05, σ=0.2, T=1) с помощью Монте-Карло (10000 симуляций) и аналитической формулы Блэка-Шоулза. Сравните результаты и обсудите преимущества каждого метода.

8. Примените метод косинусов для оценки цены европейского опциона (S=100, K=100, r=0.05, σ=0.2, T=1). Опишите шаги и сравните с Блэком-Шоулзом.

9. Решите уравнение Блэка-Шоулза для европейского колл-опциона (S=100, K=100, r=0.05, σ=0.2, T=1) с помощью явной схемы конечных разностей на сетке 50x50. Реализуйте в Python и оцените сходимость.

10. Оцените американский пут-опцион (S=100, K=100, r=0.05, σ=0.2, T=1) методом LSM (регрессия) с 1000 траекториями и полиномиальными базисными функциями. Сравните с европейским аналогом и объясните проблему оптимальной остановки.

Примерные домашние задания

Домашнее задание 1

1. Объясните, как работает линейный конгруэнтный генератор. Приведите пример параметров и сгенерируйте последовательность из 10 чисел.
2. Что такое квази-Монте-Карло и последовательности с низким расхождением? Приведите пример (последовательность Соболя).
3. Реализуйте в Python простой псевдослучайный генератор и протестируйте его на равномерность с помощью гистограммы (10000 чисел).
4. Проведите тест хи-квадрат на равномерность для генератора из задания 3. Интерпретируйте результат.
5. Сгенерируйте нормальные случайные числа из равномерных с помощью метода Бокса-Мюллера и визуализируйте распределение.

Домашнее задание 2

1. Объясните, как вычислить дельту опциона методом конечных разностей. Приведите формулу.
2. Рассчитайте дельту и гамму для европейского колл-опциона (S=100, K=100, r=0.05, σ=0.2, T=1) численно.
3. Реализуйте в Python функцию для расчета дельты методом касательных (если возможно) или конечных разностей.
4. Что такое вега опциона и как ее вычислить? Рассчитайте для опциона из задания 2.
5. Обсудите ошибки метода конечных разностей и как их минимизировать

Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

№ п/п	Задание	Ответ	Компетенция
1	Определите основной принцип сходимости оценок метода Монте-Карло для вычисления математического ожидания.	Закон больших чисел	УК-1
2	Назовите ключевой показатель, характеризующий точность оценки в методе Монте-Карло при фиксированном числе симуляций.	Дисперсия (или стандартная ошибка)	УК-1
3	Укажите тип генератора случайных чисел, использующий рекуррентную формулу вида X_{n+1} = (a X_n + c) mod m.	Линейный конгруэнтный (или линейный конгруэнтный генератор)	УК-1
4	Опишите свойство последовательностей с низким расхождением в квази-Монте-Карло методах одним словом.	Равномерность (или низкое расхождение)	УК-1
5	Выберите оптимальный способ моделирования броуновского движения для финансовых задач с учетом	Схема Эйлера (или	УК-2

	ограничений по вычислительным ресурсам.	дискретизация)	
6	Определите процесс, моделирующий скачкообразные изменения цен активов в финансовых моделях.	Процесс Пуассона	УК-2
7	Укажите схему дискретизации, учитывающую стохастическую природу броуновского движения для повышения точности.	Схема Мильштейна	УК-2
8	Назовите метод уменьшения дисперсии, основанный на использовании пар противоположных случайных величин.	Антитетические переменные	УК-2
9	Вычислите дельту европейского колл-опциона по формуле Блэка-Шоулза при S=100, K=100, r=0.05, σ=0.2, T=1 (округлите до двух знаков).	0.58 (или N(d1) ≈ 0.5793)	ОПК-1
10	Решите уравнение Блэка-Шоулза для цены европейского опциона, указав тип схемы конечных разностей с гарантированной устойчивостью.	Неявная схема	ОПК-1
11	Определите проблему, решаемую методами на основе регрессии для американских опционов.	Оптимальная остановка	ОПК-1
12	Назовите подход к калибровке моделей, использующий минимизацию квадратичной ошибки между рыночными и модельными ценами.	Наименьших квадратов (или метод наименьших квадратов)	ОПК-1
13	Укажите закономерность в методе Монте-Карло, где ошибка оценки уменьшается пропорционально $1/\sqrt{N}$ при N симуляциях.	Сходимость (или центральная предельная теорема)	ПК-1
14	Опишите ключевую тенденцию в моделях стохастической волатильности для многомерных задач.	Кластеризация (или автокорреляция волатильности)	ПК-1
15	Назовите преобразование, применяемое для быстрой оценки опционов с нелинейными выплатами в финансах.	Преобразование Фурье	ПК-1
16	Определите фильтр, используемый для реального времени оценки скрытых параметров волатильности в финансовых моделях.	Фильтр Калмана	ПК-1
17	Реализуйте в Python простую оценку интеграла методом Монте-Карло, указав библиотеку для генерации случайных чисел.	numpy.random (или random)	ПК-2
18	Укажите требование информационной безопасности при работе с финансовыми данными в моделях Монте-Карло.	Шифрование (или анонимизация данных)	ПК-2
19	Выберите ИКТ-инструмент для визуализации траекторий броуновского движения в финансовом моделировании.	Matplotlib (или Python plotting)	ПК-2
20	Опишите применение оптимизационных методов в калибровке моделей опционов с учетом ограничений на параметры.	Градиентный спуск (или метод наискорейшего спуска)	ПК-2