ЦЕНТРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДЕНА

Решением Ученого совета
АНО ВО «Центральный университет»
«24» июня 2025 г.
Протокол №2

Рабочая программа дисциплины (модуля)
«Теория сложности вычислений»

Направление подготовки: *02.03.01 Математика и компьютерные науки*

Направленность (профиль) подготовки: *Программа двух дипломов НИУ ВШЭ и ЦУ «Прикладная математика и информатика»*

Квалификация (степень) выпускника: *бакалавр*

Форма обучения: *очная*

Срок освоения программы: *4 года*

Год набора: *2025*

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 0215B0C000D1B3FEB44A37EE631E0C27D4
Владелец: Ивашкевич Евгений Васильевич
Действителен: с 13.01.2026 до 13.04.2027

Электронный документ

Москва
2025

Содержание

1. **Краткая характеристика дисциплины (модуля)** 3
2. **Перечень планируемых результатов обучения** 5
3. **Тематический план** 7
4. **Содержание дисциплины (модуля)** 8
5. **Учебно-методическое обеспечение** 9
6. **Материально-техническое обеспечение** 9
7. **Методические и оценочные материалы** 11

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Теория сложности вычислений» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», профиль «Программа двух дипломов НИУ ВШЭ и ЦУ «Прикладная математика и информатика», утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 807 от 23.08.2017 года.

Изучение дисциплины (модуля) «Теория сложности вычислений» позволяет студентам глубоко понимать границы алгоритмической разрешимости задач, что является основой для разработки эффективных программных систем и оптимизации вычислительных процессов в различных областях, включая искусственный интеллект, криптографию и анализ данных. Кроме того, эта дисциплина способствует развитию критического мышления и навыков математического моделирования, необходимых для решения сложных проблем в современной информатике и прикладной математике, где эффективность алгоритмов напрямую влияет на практическую применимость решений,

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина (модуль) включена в учебный план по программе подготовки бакалавриата по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», профиль «Программа двух дипломов НИУ ВШЭ и ЦУ «Прикладная математика и информатика» и входит в вариативную часть Блока 1, формируемую участниками образовательных отношений.

Дисциплина (модуль) является выборной и доступна для изучения на 3 или 4 курсе в 6, 7, 8 семестрах на выбор.

Цель изучения дисциплины (модуля): формирование у студентов понимания фундаментальных ограничений вычислительных процессов, классификации алгоритмов по ресурсоёмкости и разработке методов анализа эффективности решений в области математики и компьютерных наук.

Задачи изучения дисциплины (модуля):

— изучить основные классы сложности (такими как P, NP, NP-полными задачами) и их свойства, что позволит классифицировать вычислительные проблемы по требуемым ресурсам (времени и пространству);

— развить навыки анализа сложности алгоритмов на основе математических моделей, включая доказательство нижних и верхних границ;

— изучить ключевые теоремы и методы, такие как теорема Кука-Левина и иерархия полиномов, для понимания неразрешимых и трудноразрешимых задач;

— применять теоретические знания к практическим аспектам, таким как оптимизация алгоритмов в контексте компьютерных наук и интеграция с другими дисциплинами направления подготовки.

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

знать:

— основные модели вычислений (Тьюринг, P, P/poly, релятивизация);

— ключевые классы сложности (P, NP, PSPACE, EXP, RP, BPP, L, NL, NC, IP);

— теоретические основы (иерархии, релятивизация, полнота, самосводимость);

— методы анализа (сводимости, нижние оценки, параллельная/коммуникационная сложность);

— критические результаты (P vs NP, полиномиальная иерархия, IP = PSPACE);

уметь:

— классифицировать задачи по классам (P, NP-полные, PSPACE-полные);

— применять сводимости для полноты (SAT, TQBF);
— анализировать ресурсы вычислений (время, память, параллелизм);
— доказывать нижние оценки (коммуникация, оракулы);
— интерпретировать теоремы (иерархия, релятивизация);

владеть:

— методами формализации задач (языки, распознавание);
— аппаратом доказательств (диагонализация, симуляция);
— оракульными моделями (релятивизация);
— техниками рандомизации (вероятностные алгоритмы, IP);
— инструментами анализа схем (NC, PCC).

2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

Компетенция	Содержание компетенции	Индикатор компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)
УК-1.	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1.	Знает методы поиска и анализа информации в области искусственного интеллекта, основные принципы критической оценки источников информации и их релевантности.
		УК-1.2.	Умеет критически оценивать источники информации и синтезировать данные из различных источников для решения задач, применять системный подход к анализу и решению комплексных проблем
		УК-1.3.	Имеет практический опыт работы с современными инструментами и технологиями для обработки информации, формулировании и структурировании задач на основе полученной информации
УК-2.	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1.	Знает действующие правовые нормы, регулирующие деятельность в области решения задач, основные методы и подходы к определению круга задач
		УК-2.2.	Умеет определять круг задач в рамках поставленной цели, выбирать оптимальные способы решения задач, учитывая имеющиеся ресурсы и ограничения
		УК-2.3.	Имеет практический опыт применения знаний о правовых нормах и ресурсах в реальных ситуациях, разработки и реализации решений в соответствии с установленными ограничениями
ОПК-1.	Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы прикладной и компьютерной математики	ОПК-1.1.	Знает основные методы и подходы к решению задач прикладной и компьютерной математики, включая алгоритмы, математическое моделирование и теорию оптимизации, а также современные инструменты и технологии, используемые в этой области
		ОПК-1.2.	Умеет анализировать и формулировать математические

			задачи, применять соответствующие методы и алгоритмы для их решения, а также интерпретировать и представлять результаты в понятной и доступной форме
		ОПК-1.3.	Имеет практический опыт работы над проектами или исследованиями в области прикладной и компьютерной математики, включая участие в конкурсах, олимпиадах или научных публикациях, где были решены актуальные и значимые задачи
ПК-1.	Способен формулировать задачи с математической точностью, обосновывать утверждения строго и анализировать полученные результаты в области математики и компьютерных наук	ПК-1.1.	Знает методы и подходы к формулированию задач, а также основные принципы математического доказательства и анализа результатов.
		ПК-1.2.	Умеет корректно ставить и формулировать математические задачи, применять строгие методы доказательства и анализировать полученные результаты.
		ПК-1.3.	Имеет опыт работы с задачами в области математики и компьютерных наук, включая применение математических методов для решения практических задач
ПК-2.	Способен решать типовые задачи профессиональной деятельности в области искусственного интеллекта, опираясь на информационную и библиографическую культуру, используя информационно-коммуникационные технологии и учитывая основные требования информационной безопасности	ПК-2.1.	Знает основы информационной и библиографической культуры, а также принципы информационной безопасности и применения информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности
		ПК-2.2.	Умеет эффективно использовать информационно-коммуникационные технологии для решения стандартных задач профессиональной деятельности, учитывая требования информационной безопасности
		ПК-2.3.	Имеет опыт работы с информационными ресурсами и технологиями в области искусственного интеллекта, включая соблюдение норм информационной безопасности

3. Тематический план

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Трудоемкость, академические часы				ТКУ (текущий контроль успеваемости)
		Очная форма				
		Контактная работа		Контроль	Самостоятельная работа	
		Лекции	Семинары			
1	Введение в теорию сложности	2	4		7	Домашнее задание Подготовка к семинару
2	NP-полнота	2	4		7	Домашнее задание
3	Практические NP-задачи	2	4		7	Домашнее задание Контрольная работа
4	Иерархии сложности	2	4		7	Домашнее задание Контрольная работа
5	Оракульные вычисления	2	4		6	Домашнее задание Подготовка к семинару
6	Пространственная сложность	2	4		6	Подготовка к семинару
7	Полиномиальная иерархия	2	4		6	Домашнее задание Контрольная работа
8	Альтернирующие вычисления	2	4		6	Домашнее задание Контрольная работа
9	Схемная сложность	2	4		6	Домашнее задание Подготовка к семинару
10	Параллельные вычисления	2	4		6	Подготовка к семинару
11	Вероятностные вычисления	2	4		6	Домашнее задание Контрольная работа
12	Интерактивные доказательства	2	4	2	6	Домашнее задание Контрольная работа
13	Задачи подсчёта	2	4		6	Домашнее задание Подготовка к семинару
14	Сложность в среднем	2	4		6	Подготовка к семинару
15	Итоговый модуль	2	4		6	Подготовка к семинару
	Зачет с оценкой			4		
	Итого:	***30***	***60***	***6***	***94***	
Объем дисциплины (модуля) (в ак. ч.)		***190***				
Объем дисциплины (модуля) (в зач. ед.)		***5***				

4. Содержание дисциплины (модуля)

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание дисциплины (модуля) по темам
1	Введение в теорию сложности	- Модели вычислений (Тьюринг, RAM) - Классы P и NP: базовые определения - Практика: анализ простых алгоритмов
2	NP-полнота	- Теорема Кука-Левина - Примеры NP-полных задач (SAT, 3-раскраска) - Практикум: сведение задач
3	Практические NP-задачи	- Задача о рюкзаке - Задача коммивояжёра - Кейс: применение в оптимизации
4	Иерархии сложности	- Теорема об иерархии времени - Теорема Ладнера - Практика: анализ промежуточных задач
5	Оракульные вычисления	- Понятие оракула - Теорема Бейкера-Гилла-Соловея - Практикум: сравнение относительной сложности
6	Пространственная сложность	- Классы L, NL, PSPACE - Полнота PATH для NL - Практика: анализ алгоритмов с ограниченной памятью
7	Полиномиальная иерархия	- Определение PH - Связь с P и NP - Практикум: задачи из PH
8	Альтернирующие вычисления	- ATIME и AP - Связь с PSPACE - Практика: моделирование
9	Схемная сложность	- Класс P/poly - Теорема Карпа-Липтона - Практикум: анализ схем
10	Параллельные вычисления	- Классы NC и AC - P-полные задачи - Кейс: параллельные алгоритмы
11	Вероятностные вычисления	- Классы BPP, RP - Примеры вероятностных алгоритмов - Практика: тест простоты
12	Интерактивные доказательства	- Класс IP - Протоколы доказательств - Практикум: простые интерактивные схемы
13	Задачи подсчёта	- Класс #P - Полнота перманента - Практика: приближённое подсчёт
14	Сложность в среднем	- DistNP и DistP - Полиномиальные в среднем алгоритмы - Кейс: криптографические приложения
15	Итоговый модуль	- Обзор ключевых результатов - Обсуждение P vs NP - Подведение итогов

5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Основная литература:

1. Осокин, А. Н. Теория информации : учебник для вузов / А. Н. Осокин, А. Н. Мальчуков. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 208 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-16333-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/561389.

2. Пантелеев, А. В. Численные методы. Практикум : учебное пособие / А. В. Пантелеев, И. А. Кудрявцева. — Москва : ИНФРА-М, 2023. — 512 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-018445-6. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/2002583.

3. Финансы : учебник и практикум для вузов / под общей редакцией Н. И. Берзона. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 541 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-15996-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/559722.

Дополнительная литература:

1. Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика. Математические основы информатики. — М. : Вильямс, 2009. — 784 с.

2. Локтионов, И. К. Численные методы : учебник / И. К. Локтионов, Л. П. Мироненко, В. В. Турупалов ; под общ. ред. канд. техн. наук, проф. В. В. Турупалова. - Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2022. - 380 с. - ISBN 978-5-9729-0786-1. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1902598.

6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- механическими калькуляторами;

— специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

№	Наименование портала (издания, курса, документа)	Ссылка
1.	Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека	https://elibrary.ru/defaultx.asp
2.	База данных для IT-специалистов	https://habr.com
3.	База данных ScienceDirect	https://www.sciencedirect.com
4.	Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации	https://minobrnauki.gov.ru/
5.	Федеральный портал «Российское образование"	https://www.edu.ru/
6.	Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	http://window.edu.ru/
7.	Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов	http://school-collection.edu.ru/
8.	Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов	http://fcior.edu.ru/

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модуле), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Наименование ПО	Производство	Лицензионное / свободно распространяемое
Операционные системы:		
Microsoft Imagine (Windows Client, Server)	зарубежное	лицензионное
Браузеры:		
Яндекс.Браузер	отечественное	свободно распространяемое
Google Chrome	зарубежное	свободно распространяемое
Офисные приложения:		
Microsoft Imagine (Visio, OneNote)	зарубежное	лицензионное
TeXstudio	зарубежное	свободно распространяемое
Adobe Acrobat Reader	зарубежное	свободно распространяемое
Программное обеспечение для планирования и учета времени:		
Toggle app	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления проектами:		
Microsoft Imagine (Project)	зарубежное	лицензионное
Системы управления базами данных:		
Microsoft Imagine (SQL Server)	зарубежное	лицензионное
Системы резервного копирования (backup):		
Acronis Backup Advanced for HyperV	зарубежное	лицензионное
Справочно-правовые системы:		
КонсультантПлюс: справочно-правовая система	отечественное	лицензионное

Средства антивирусной защиты:		
Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition	отечественное	лицензионное
Среды разработки:		
Visual Studio Code	зарубежное	свободно распространяемое
Bash (Unix shell)	зарубежное	свободно распространяемое
Anaconda	зарубежное	свободно распространяемое
Robotic Operating System	зарубежное	свободно распространяемое
CopelliaSim	зарубежное	свободно распространяемое
Google Colaboratory	зарубежное	свободно распространяемое
Пакеты программных средств и библиотек:		
AutoPsy	зарубежное	свободно распространяемое
Interactive Disassembler (IDA)	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления библиографической информацией:		
Zotero	зарубежное	свободно распространяемое
Сервисы и службы:		
Bind	зарубежное	свободно распространяемое
Docker	зарубежное	свободно распространяемое

7. Методические и оценочные материалы

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Теория сложности вычислений» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекция, семинары, контрольные работы и домашние задания, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

Лекция – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удается, следует сформулировать вопрос и задать его преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

Семинар — это форма учебной деятельности, проводимая в учебном заведении под руководством преподавателя, где студенты активно участвуют в обсуждениях, практических заданиях и других формах взаимодействия.

Для успешной подготовки к семинару рекомендуется заранее ознакомиться с темой занятия и основными материалами, чтобы иметь возможность активно участвовать в обсуждении. Также полезно подготовить вопросы и идеи для обсуждения, что поможет глубже понять материал и продемонстрировать заинтересованность.

Аудиторная работа – активная работа студента на семинаре, его ответы на вопросы преподавателя и участие в дискуссии.

Для успешного участия в семинаре студентам рекомендуется заранее ознакомиться с темой обсуждения, прочитать необходимые материалы и подготовить вопросы. Важно активно слушать и вовлекаться в дискуссию, высказывая свои мнения и аргументируя их. При ответах на вопросы преподавателя стоит быть уверенным, четким и логичным, опираясь на изученный материал. Также полезно поддерживать диалог с однокурсниками,

чтобы обогатить обсуждение и расширить свои знания.

Домашнее задание – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал. Использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

Контрольная работа – письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время.

Цель контрольной работы - получить специальные знания по одной или нескольким темам дисциплины (модуля) и продемонстрировать навыки их практического применения.

Самостоятельная работа – работа студентов, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине (модуле) «Теория сложности вычислений»

Оценивание уровня учебных достижений, обучающихся по дисциплине (модулю), осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) осуществляется в форме ***зачета с оценкой***, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом, если иное не указано в силлабусе дисциплины:

Десятибалльная оценка	**Пятибалльная оценка**	**Оценка за зачет**	**Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)**
10	Отлично	Зачтено	Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину. Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные
9	Отлично	Зачтено	
8	Отлично	Зачтено	

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Оценка за зачет	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
			задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами.
7	Хорошо	Зачтено	Студент обладает знаниями предмета почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами.
6	Хорошо	Зачтено	
5	Удовлетворительно	Зачтено	Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине (модулю), но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Студент способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования.
4	Удовлетворительно	Зачтено	
3	Не сдан	Не зачтено	Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы.
2	Не сдан	Не зачтено	
1	Не сдан	Не зачтено	

Дисциплина (модуль) «Теория сложности вычислений» оценивается следующим образом:

Активность	Вес	Количество	Описание
Домашние задания	20%	13	Набор задач по темам недели

Активность	Вес	Количество	Описание
Контрольные работы	30%	2	Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время
Аудиторная работа	15%	1	Ответы на вопросы, список которых известен студенту заранее
Зачет с оценкой	35%	1	Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время, возможен дополнительный устный экзамен

Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модуле) «Теория сложности вычислений»: «0,2× среднее за домашние задания + 0,3× среднее за контрольные работы + 0,15 × за аудиторную работу + 0,35 × зачет с оценкой».

Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модуле)

Примерные вопросы для семинаров

Введение в теорию сложности

1. Что такое машина Тьюринга и как она моделирует вычисления?
2. В чём различие между детерминированной и недетерминированной машинами Тьюринга?
3. Какие основные компоненты входят в модель RAM (Random Access Machine)?
4. Как определить класс P в терминах машин Тьюринга?
5. Что означает класс NP и как он связан с верификацией решений?
6. Приведите пример задачи из класса P и объясните, почему она полиномиальна.
7. Как анализировать временную сложность простого алгоритма сортировки?
8. Что такое полиномиальная сводимость и как она используется в классификации задач?
9. Приведите пример задачи, которая может быть решена недетерминированно за полиномиальное время, но не детерминированно.
10. Как практика анализа простых алгоритмов помогает понять границы вычислений?

NP-полнота

1. Сформулируйте теорему Кука-Левина и объясните её значение.
2. Что такое NP-полнота и как она доказывается с помощью сведений?
3. Приведите пример NP-полной задачи SAT (удовлетворительность булевых формул).
4. Как работает сведение задачи 3-SAT к задаче 3-раскраски графа?
5. Почему NP-полные задачи считаются трудноразрешимыми?
6. Опишите процесс сведения одной NP-полной задачи к другой на практике.
7. Какие свойства сохраняются при полиномиальной сводимости?
8. Приведите пример задачи, которая является NP-полной, и объясните её практическое значение.
9. Как теорема Кука-Левина связана с классификацией задач по сложности?
10. В чём разница между NP-трудными и NP-полными задачами?

Практические NP-задачи

1. Сформулируйте задачу о рюкзаке (Knapsack Problem) и объясните её NP-полноту.
2. Как применяется динамическое программирование для приближённого решения задачи о рюкзаке?
3. Опишите задачу коммивояжёра (TSP) и её варианты.

Электронный документ

4. Какие эвристические методы используются для решения TSP в оптимизации маршрутов?
5. Как NP-задачи применяются в реальных кейсах, таких как планирование ресурсов?
6. Приведите пример оптимизации в логистике с использованием TSP.
7. Почему точное решение NP-задач часто невозможно для больших экземпляров?
8. Как алгоритмы приближения помогают в практических приложениях NP-задач?
9. Опишите связь задачи о рюкзаке с задачей о покрытии множеств.
10. Какие инструменты (например, программные) используются для моделирования NP-задач в оптимизации?

Иерархии сложности

1. Сформулируйте теорему об иерархии времени и объясните её следствия.
2. Что такое теорема Ладнера и как она доказывает существование промежуточных задач?
3. Как определить уровни в иерархии полиномов?
4. Приведите пример задачи, которая находится между P и NP-полными.
5. Почему иерархии сложности важны для понимания границ вычислений?
6. Как анализировать сложность алгоритмов в контексте иерархий?
7. Что означает "строгая иерархия" в теории сложности?
8. Приведите доказательство существования задач с промежуточной сложностью.
9. Как теорема Ладнера связана с проблемой P vs NP?
10. Какие практические следствия имеет анализ промежуточных задач?

Оракульные вычисления

1. Что такое оракул в теории сложности и как он используется?
2. Сформулируйте теорему Бейкера-Гилла-Соловея и объясните её.
3. Как оракулы помогают в изучении относительной сложности задач?
4. Приведите пример оракула, который делает задачу разрешимой.
5. В чём разница между абсолютной и относительной сложностью?
6. Как сравнивать классы сложности с помощью оракулов?
7. Приведите пример, где оракул изменяет сложность проблемы.
8. Почему оракульные вычисления полезны для доказательств теорем?
9. Как теорема Бейкера-Гилла-Соловея связана с иерархиями?
10. Какие ограничения накладывают оракульные модели на реальные вычисления?

Пространственная сложность

1. Определите классы L, NL и PSPACE.
2. Как доказывается полнота задачи PATH для класса NL?
3. Приведите пример алгоритма с логарифмической пространственной сложностью.
4. В чём разница между пространственной и временной сложностью?
5. Почему анализ алгоритмов с ограниченной памятью важен?
6. Приведите пример задачи из PSPACE, которая не в P.
7. Как моделировать недетерминированные вычисления в пространстве?
8. Какие практические применения имеет анализ пространственной сложности?
9. Сформулируйте теорему Cabitch и объясните её.
10. Как сравнивать эффективность алгоритмов по памяти?

Полиномиальная иерархия

1. Определите полиномиальную иерархию (PH) и её уровни.

2. Как PH связана с классами P и NP?
3. Приведите пример задачи из второго уровня PH.
4. Почему PH считается расширением NP?
5. Как доказывается, что PH не коллапсирует?
6. Приведите задачу, которая является полиномиально иерархической.
7. В чём практическое значение изучения PH?
8. Как моделировать квантификаторы в PH?
9. Связана ли PH с оракульными вычислениями?
10. Какие открытые вопросы остаются по поводу PH?

Альтернирующие вычисления

1. Что такое альтернирующие машины Тьюринга (ATIME)?
2. Определите классы ATime и AP.
3. Как ATIME связана с PSPACE?
4. Приведите пример альтернирующего алгоритма.
5. Почему альтернирующие вычисления моделируют интерактивные процессы?
6. Как доказывается равенство AP = PSPACE?
7. Приведите модель альтернирующего вычисления для простой задачи.
8. Какие преимущества дают альтернирующие машины?
9. Связаны ли альтернирующие вычисления с вероятностными?
10. Как применять альтернирующие модели в практике?

Схемная сложность

1. Что такое класс P/poly и как он определяется?
2. Сформулируйте теорему Карпа-Липтона и объясните её.
3. Как схемы (circuits) моделируют вычисления?
4. Приведите пример полиномиальной схемы для задачи.
5. Почему схемная сложность важна для понимания P vs NP?
6. Как анализировать размер и глубину схем?
7. Приведите доказательство полноты для P/poly.
8. Какие ограничения накладывает теорема Карпа-Липтона на NP?
9. Как схемы связаны с параллельными вычислениями?
10. Какие практические применения имеет анализ схемной сложности?

Параллельные вычисления

1. Определите классы NC и AC.
2. Что такое P-полные задачи и почему они важны?
3. Приведите пример параллельного алгоритма из NC.
4. Как NC связана с полиномиальной иерархией?
5. Почему параллельные вычисления эффективны для больших данных?
6. Опишите кейс применения параллельных алгоритмов в сортировке.
7. В чём разница между NC и P?
8. Приведите пример P-полной задачи.
9. Как моделировать параллелизм в теории сложности?
10. Какие вызовы возникают при реализации параллельных алгоритмов?

Вероятностные вычисления

1. Определите классы BPP и RP.
2. Приведите пример вероятностного алгоритма для тестирования простоты.

3. Как вероятностные вычисления отличаются от детерминированных?
4. Сформулируйте теорему о том, что BPP ⊆ P/poly.
5. Почему вероятностные алгоритмы полезны для NP-задач?
6. Приведите пример RP-алгоритма.
7. Как анализировать ошибку в вероятностных вычислениях?
8. Связаны ли BPP и NP?
9. Какие практические применения имеют вероятностные алгоритмы?
10. Как доказывается, что некоторые задачи легче решаются вероятностно?

Интерактивные доказательства

1. Что такое класс IP и как он определяется?
2. Опишите протоколы интерактивных доказательств.
3. Приведите пример простого интерактивного доказательства.
4. Как IP связана с PSPACE?
5. Почему интерактивные доказательства усиливают верификацию?
6. Сформулируйте теорему о том, что IP = PSPACE.
7. Приведите схему интерактивного доказательства для задачи.
8. Какие роли играют доказатель и верификатор?
9. Связаны ли интерактивные доказательства с вероятностными?
10. Как применять интерактивные схемы в криптографии?

Задачи подсчёта

1. Определите класс #P и его связь с NP.
2. Что такое полнота перманента для #P?
3. Приведите пример задачи подсчёта из #P.
4. Как приближённо решать задачи подсчёта?
5. Почему подсчёт решений сложнее, чем их существование?
6. Опишите алгоритм для подсчёта перманента матрицы.
7. Какие практические применения имеют задачи подсчёта?
8. Связаны ли #P с вероятностными вычислениями?
9. Как доказывается полнота для задач подсчёта?
10. Какие сложности возникают при точном подсчёте?

Сложность в среднем

1. Определите классы DistNP и DistP.
2. Что такое полиномиальные в среднем алгоритмы?
3. Приведите пример алгоритма, эффективного в среднем.
4. Как сложность в среднем отличается от худшего случая?
5. Почему анализ в среднем важен для криптографии?
6. Опишите кейс применения в хэшировании.
7. Связаны ли DistNP и NP?
8. Приведите доказательство существования задач, лёгких в среднем.
9. Какие предположения делаются о сложности в среднем?
10. Как моделировать случайные входы в анализе?

Итоговый модуль

1. Перечислите ключевые результаты теории сложности.
2. Объясните проблему P vs NP и её значение.
3. Как теорема Кука-Левина повлияла на теорию?

Электронный документ

4. Приведите пример NP-полной задачи и её применение.
5. Почему иерархии сложности важны?
6. Обсудите связь между пространственной и временной сложностью.
7. Какие открытые проблемы остаются в теории сложности?
8. Как вероятностные вычисления изменили взгляд на сложность?
9. Приведите итоговый обзор классов сложности.
10. Какие практические выводы можно сделать из изучения дисциплины?

Примерные задания по контрольной работе

Контрольная работа №1

1. Определите машину Тьюринга и объясните её компоненты. Приведите пример функции, вычислимой на машине Тьюринга, и опишите процесс её выполнения.

2. Сформулируйте теорему Кука-Левина и объясните её роль в теории сложности. Приведите пример NP-полной задачи и кратко опишите, как доказать её NP-полноту.

3. Опишите задачу о рюкзаке и её NP-полноту. Разработайте полиномиальный алгоритм для решения её приближённой версии и оцените его точность.

4. Сформулируйте теорему об иерархии времени и её следствия. Приведите пример, иллюстрирующий строгую иерархию классов сложности.

5. Определите понятие оракула в теории вычислений. Объясните теорему Бейкера-Гилла-Соловея и её значение для относительной сложности.

6. Определите классы L, NL и PSPACE. Приведите пример задачи из каждого класса и объясните, почему она туда относится.

7. Определите полиномиальную иерархию (PH) и её связь с классами P и NP. Приведите пример задачи из PH.

8. Определите классы BPP и RP. Приведите пример вероятностного алгоритма и объясните, как он работает.

9. Определите класс IP и опишите, что такое интерактивные доказательства. Приведите простой пример протокола интерактивного доказательства.

10. Объясните проблему P vs NP и её значение для теории сложности. Обсудите возможные последствия, если $P = NP$ или если $P \neq NP$.

Примерные домашние задания

Домашнее задание 1

1. Определите машину Тьюринга и объясните, как она моделирует процесс вычислений. Приведите пример простой задачи, решаемой на машине Тьюринга, и опишите шаги её выполнения.

2. Сформулируйте теорему Кука-Левина и объясните, почему она является фундаментальной для теории NP-полноты. Приведите пример NP-полной задачи и докажите её NP-полноту с помощью сведения.

3. Опишите задачу о рюкзаке и её NP-полноту. Разработайте приближённый алгоритм для её решения и оцените его эффективность на примере небольшого экземпляра.

4. Определите классы L, NL и PSPACE. Приведите пример задачи из каждого класса и объясните, почему она туда относится.

5. Определите класс BPP и объясните, как вероятностные вычисления отличаются от детерминированных. Приведите пример вероятностного алгоритма и проанализируйте его вероятность ошибки.

Домашнее задание 2

1. Сформулируйте теорему об иерархии времени и объясните её следствия для классификации задач. Приведите пример задачи, демонстрирующей строгую иерархию.

2. Опишите задачу коммивояжёра (TSP) и её применение в оптимизации маршрутов. Разработайте эвристический алгоритм для приближённого решения TSP и протестируйте его на небольшом графе.

3. Определите полиномиальную иерархию (PH) и её уровни. Приведите пример задачи из второго уровня PH и объясните, как она связана с классами P и NP.

4. Определите класс IP и опишите протокол интерактивного доказательства. Приведите простой пример интерактивной схемы для верификации решения задачи.

5. Объясните понятие сложности в среднем и определите классы DistNP и DistP. Приведите пример алгоритма, эффективного в среднем, и обсудите его применение в криптографии.

Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

№ п/п	Задание	Ответ	Компетенция
1	Назовите модель вычислений, предложенную Аланом Тьюрингом.	Машина Тьюринга / Turing machine	УК-1
2	Какой класс сложности обозначает задачи, решаемые за полиномиальное время?	P / класс P	УК-1
3	Назовите теорему, доказывающую NP-полноту задачи SAT.	Теорема Кука-Левина / Cook-Levin theorem	УК-1
4	Как называется задача о поиске пути в графе, которая является NP-полной?	Задача коммивояжёра / TSP, traveling salesman problem	УК-2
5	Назовите теорему, утверждающую строгую иерархию классов сложности по времени.	Теорема об иерархии времени / time hierarchy theorem	УК-2
6	Какой класс сложности связан с полиномиальной иерархией и включает задачи, разрешимые с помощью оракула?	PH / polynomial hierarchy	УК-2
7	Назовите класс пространственной сложности, соответствующий задачам, решаемым с логарифмической памятью.	L / класс L	ОПК-1
8	Как называется задача, полная для класса NL?	PATH / задача о пути	ОПК-1
9	Назовите класс вероятностных вычислений, где алгоритмы работают с ограниченной ошибкой.	BPP / bounded-error probabilistic polynomial time	ОПК-1
10	Какой класс сложности обозначает интерактивные доказательства?	IP / interactive proof	ПК-1
11	Назовите класс для задач подсчёта, связанных с перманентом.	#P / класс #P	ПК-1
12	Какой класс сложности в среднем обозначает задачи, трудные в худшем случае, но лёгкие в среднем?	DistNP / distributional NP	ПК-1
13	Назовите теорему, связывающую схемную сложность с классом P/poly.	Теорема Карпа-Липтона / Karp-Lipton theorem	ПК-2
14	Какой класс параллельных вычислений включает задачи, решаемые в полилогарифмическое время?	NC / Nick's class	ПК-2
15	Назовите пример вероятностного алгоритма для проверки	Тест простоты /	ПК-2

	простоты числа.	primality test, Rabin-Miller test	
16	Как называется задача, демонстрирующая NP-полноту через сведение?	3-раскраска / 3-coloring	УК-1
17	Назовите класс сложности, эквивалентный PSPACE для альтернирующих вычислений.	AP / alternating polynomial time	УК-1
18	Какой класс сложности в среднем связан с алгоритмами, эффективными в распределении?	DistP / distributional P	УК-1
19	Назовите теорему, показывающую невозможность коллапса иерархий без новых доказательств.	Теорема Ладнера /Ladner's theorem	ОПК-1
20	Как называется гипотеза о равенстве классов P и NP?	P vs NP / проблема P против NP	ОПК-1