
УТВЕРЖДЕНА

Решением Ученого совета
АНО ВО «Центральный университет»
«24» июня 2025 г.
Протокол №2

**Рабочая программа дисциплины (модуля)
«Математика для экономистов»**

Направление подготовки: 02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) подготовки: Программа двух дипломов НИУ
ВШЭ и ЦУ «Прикладная математика и информатика»

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Срок освоения программы: 4 года

Год набора: 2025

**Москва
2025**

Содержание

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)	3
2. Перечень планируемых результатов обучения	5
3. Тематический план	6
4. Содержание дисциплины (модуля)	6
5. Учебно-методическое обеспечение	8
6. Материально-техническое обеспечение	8
7. Методические и оценочные материалы	10

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Математика для экономистов» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по специальности 02.03.01 Математика и компьютерные науки, профиль «Программа двух дипломов НИУ ВШЭ и ЦУ «Прикладная математика и информатика», утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 807 от 23.08.2017 года.

Изучение дисциплины (модуля) «Математика для экономистов» позволяют формализовать экономические закономерности, оценивать риски, оптимизировать ресурсы и принимать обоснованные управленческие решения. Освоение дисциплины (модуля) развивает логическое и аналитическое мышление, необходимое для работы с данными, прогнозирования и моделирования в экономике и бизнес-аналитике.

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина (модуль) включена в учебный план по программе подготовки бакалавриата по направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки, профиль «Программа двух дипломов НИУ ВШЭ и ЦУ «Прикладная математика и информатика» и входит в вариативную часть Блока 1, формируемую участниками образовательных отношений.

Дисциплина (модуль) является выборной и доступна для изучения на 3 курсе в 5 семестре.

Цель изучения дисциплины (модуля): заключается в формировании у студентов математической культуры, необходимой для анализа экономических процессов, оптимизации управленческих решений и решения прикладных задач с использованием методов математического моделирования.

Задачи изучения дисциплины (модуля):

- изучить основные понятия теории вероятностей и их применение в экономике;
- научиться применять вероятностные законы и теоремы, анализировать случайные события и понимать основные вероятностные распределения, используемые в экономическом анализе;
- сформировать навык применения математических методов для анализа и решения экономических задач.

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

знать:

- основные понятия и методы теории вероятностей, включая определения случайных событий, условной вероятности, математического ожидания и дисперсии;
- ключевые вероятностные распределения, используемые при анализе экономических процессов;
- методы решения дифференциальных и разностных уравнений первого и второго порядка, а также их применение в моделировании динамических экономических систем;
- основы математического анализа функций нескольких переменных, включая частные производные, градиент, экстремумы и условия второго порядка;
- принципы построения и анализа многофакторных моделей в финансовом и экономическом планировании;
- современные модели экономического роста и их математическую структуру, включая критические аспекты их применимости и ограничений.

уметь:

- строить и интерпретировать вероятностные модели для оценки рисков, прогнозирования спроса, анализа рынков и принятия решений в условиях неопределённости;

— исследовать функции нескольких переменных, находить их экстремумы и использовать для решения задач оптимизации в микро- и макроэкономике;

— решать линейные дифференциальные и разностные уравнения и применять их для моделирования динамики цен, ВВП, инфляции, популяций и других экономических переменных;

— проводить количественный анализ эффективности экономических решений на основе математических методов;

владеть:

— навыками математического моделирования экономических процессов с использованием аппарата теории вероятностей, анализа функций нескольких переменных и дифференциальных уравнений;

— методами построения и анализа многофакторных эконометрических моделей в контексте финансово-экономического планирования;

— техниками оптимизации экономических показателей на основе количественного анализа данных;

— инструментами применения вероятностных распределений и стохастических моделей для анализа и прогнозирования экономической динамики.

2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

Компетенция	Содержание компетенции	Индикатор компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)
УК-2.	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1.	Знает действующие правовые нормы, регулирующие деятельность в области решения задач, основные методы и подходы к определению круга задач
		УК-2.2.	Умеет определять круг задач в рамках поставленной цели, выбирать оптимальные способы решения задач, учитывая имеющиеся ресурсы и ограничения
		УК-2.3.	Имеет практический опыт применения знаний о правовых нормах и ресурсах в реальных ситуациях, разработки и реализации решений в соответствии с установленными ограничениями
УК-9.	Способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности	УК-9.1.	Знает основные экономические теории и принципы; нормативные и правовые акты, регулирующие экономическую деятельность
		УК-9.2.	Умеет анализировать экономическую информацию и данные; разрабатывать и обосновывать экономические стратегии и решения
		УК-9.3.	Имеет практический опыт в применении экономических знаний в реальных ситуациях и проектах
ОПК-7.	Способен использовать основы экономических знаний в различных сферах жизнедеятельности	ОПК-7.1.	Знает базовые экономические понятия, основанные на применении математического анализа
		ОПК-7.2.	Умеет использовать экономические знания для оптимизации и решения задач профессиональной деятельности
		ОПК-7.3.	Имеет практический опыт в применении экономических знаний в профессиональной области
ОПК-8.	Способен использовать основы правовых знаний в различных сферах жизнедеятельности	ОПК-8.1.	Знает основные правовые понятия и области их использования
		ОПК-8.2.	Умеет использовать правовые знания в профессиональной деятельности
		ОПК-8.3.	Имеет практический опыт применения правовых знаний в профессиональной области

3. Тематический план

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Трудоемкость, академические часы					ТКУ (текущий контроль успеваемости)
		Очная форма					
		Контактная работа			Контроль	Самостоятельная работа	
Лекции	Семинары	Практические занятия					
1	Функции многих переменных. Методы оптимизации	10	10	2		4	Домашние задания, Квиз
2	Основы теории вероятностей	10	10	2		4	Домашние задания, Квиз
3	Дифференциальные и разностные уравнения	10	10	2		4	Домашние задания, Контрольная работа
	<i>Зачет с оценкой</i>				4		
	Итого:	30	30	6	4	120	
	Объем дисциплины (модуля) (в ак. ч.)	190					
	Объем дисциплины (модуля) (в зач. ед.)	5					

4. Содержание дисциплины (модуля)

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание дисциплины (модуля) по темам
1	Функции многих переменных. Методы оптимизации	Функции нескольких переменных. Задача оптимизации. Условия первого порядка. Достаточное условие экстремума. Функция полезности, кривые безразличия. Критерий оптимального набора товаров. Эластичность функции нескольких переменных. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Необходимое условие экстремума. Окаймленный гессиан и достаточное условие экстремума. Экономический смысл множителей Лагранжа. Примеры экономических задач с ограничениями типа равенств. Постановка задачи выпуклого программирования. Функция Лагранжа. Теорема Куна-Таккера. Связь с седловыми точками функции Лагранжа. Задача квадратичного программирования. Задача фирмы с ограничениями на ресурсы. Задача потребителя с бюджетными ограничениями.
2	Основы теории вероятностей	Введение в теорию вероятностей. Выбор из конечной совокупности. Элементы комбинаторики. Перестановки, размещения, сочетания. Случайный эксперимент и случайное событие. Пространства элементарных и благоприятных исходов. Классическое определение вероятности события. Основные свойства вероятности. Независимые события. Схема Бернулли. Условные вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Случайные величины и их распределения. Дискретные и непрерывные случайные величины. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, стандартное отклонение, моменты. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Непрерывные случайные величины и их характеристики. Функция распределения и функция плотности непрерывной случайной величины. Равномерное распределение на отрезке. Показательное и нормальное распределения.

		<p>Распределение Стьюдента. Предельные теоремы теории вероятностей. Совместные распределения случайных величин. Числовые характеристики совместных распределений. Ковариация и коэффициент корреляции. Ковариационная и корреляционная матрицы. Пример: доходность ценной бумаги и портфеля. Портфель из двух бумаг. Случай полной корреляции. Случай полной антикорреляции. Постановка задач многокритериальной оптимизации. Множество достижимых критериальных векторов. Доминирование и оптимальность по Парето. Эффективные решения и паретова граница. Основные методы решения многокритериальных задач. Свертка критериев с весовыми коэффициентами. Портфели из n бумаг. Портфели Марковица. Портфель минимального риска, при заданной его эффективности. Минимальная граница и ее свойства. Оптимальный портфель. Короткие продажи. Задача об оптимальном (неотрицательном) портфеле ценных бумаг.</p>
3	Дифференциальные и разностные уравнения	<p>Понятие об обыкновенном дифференциальном уравнении. Задачи экономического содержания, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Основные определения, связанные с обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка: решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме. Уравнения первого порядка в дифференциалах и методы его решения: уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах. Линейное уравнение первого порядка. Метод вариации постоянной. Уравнение Бернулли. Модели экономической динамики с непрерывным временем: модели естественного и логистического роста, определение спроса по эластичности, модель Солоу. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные однородные дифференциальные уравнения, свойства их решений. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения. Методы нахождения частных решений неоднородного уравнения. Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков. Понижения порядка дифференциальных уравнений. Системы дифференциальных уравнений. Сведение системы двух линейных дифференциальных уравнений первого порядка к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений. Элементы теории линейных разностных уравнений. Линейное уравнение первого порядка (арифметическая и геометрическая прогрессии, частичные суммы и произведения, метод вариации постоянной). Структура общего решения линейного неоднородного уравнения. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами. Модели экономической динамики с дискретным временем. Модель Самуэльсона-Хикса. Паутинная модель рынка.</p>

5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Основная литература:

1. Кремер, Н. Ш. Математика для экономистов: от арифметики до эконометрики. Учебно-справочное пособие : учебник для вузов / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин ; под общей редакцией Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 760 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14218-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/535426>.

2. Математика для экономистов : учебник для вузов / под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 593 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14844-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/560286>.

3. Математика для экономистов. Практикум : учебник для вузов / под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 243 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-21744-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/582002>.

Дополнительная литература:

1. Ключин, В. Л. Высшая математика для экономистов. Практический курс : учебник и практикум для вузов / В. Л. Ключин. — 6-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 143 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-18105-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/559798>.

2. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10004-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/565694>.

3. Муратова, Т. В. Дифференциальные уравнения : учебник и практикум для вузов / Т. В. Муратова. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 524 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19174-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/560212>.

6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и

индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- механическими калькуляторами;
- специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

№	Наименование портала (издания, курса, документа)	Ссылка
1.	Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека	https://elibrary.ru/defaultx.asp
2.	База данных для IT-специалистов	https://habr.com
3.	База данных ScienceDirect	https://www.sciencedirect.com
4.	Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации	https://minobrnauki.gov.ru/
5.	Федеральный портал «Российское образование»	https://www.edu.ru/
6.	Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	http://window.edu.ru/
7.	Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов	http://school-collection.edu.ru/
8.	Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов	http://fcior.edu.ru/

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Наименование ПО	Производство	Лицензионное / свободно распространяемое
Операционные системы:		
Microsoft Imagine (Windows Client, Server)	зарубежное	лицензионное
Браузеры:		
Яндекс.Браузер	отечественное	свободно распространяемое
Google Chrome	зарубежное	свободно распространяемое
Офисные приложения:		
Microsoft Imagine (Visio, OneNote)	зарубежное	лицензионное
TeXstudio	зарубежное	свободно распространяемое
Adobe Acrobat Reader	зарубежное	свободно распространяемое
Программное обеспечение для планирования и учета времени:		

Toggle app	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления проектами:		
Microsoft Imagine (Project)	зарубежное	лицензионное
Системы управления базами данных:		
Microsoft Imagine (SQL Server)	зарубежное	лицензионное
Системы резервного копирования (backup):		
Acronis Backup Advanced for HyperV	зарубежное	лицензионное
Справочно-правовые системы:		
КонсультантПлюс: справочно-правовая система	отечественное	лицензионное
Средства антивирусной защиты:		
Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition	отечественное	лицензионное
Среды разработки:		
Visual Studio Code	зарубежное	свободно распространяемое
Bash (Unix shell)	зарубежное	свободно распространяемое
Anaconda	зарубежное	свободно распространяемое
Robotic Operating System	зарубежное	свободно распространяемое
CopelliaSim	зарубежное	свободно распространяемое
Google Colaboratory	зарубежное	свободно распространяемое
Пакеты программных средств и библиотек:		
AutoPsy	зарубежное	свободно распространяемое
Interactive Disassembler (IDA)	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления библиографической информацией:		
Zotero	зарубежное	свободно распространяемое
Сервисы и службы:		
Bind	зарубежное	свободно распространяемое
Docker	зарубежное	свободно распространяемое

7. Методические и оценочные материалы

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Математика для экономистов» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекции, семинары, практические занятия, квизы, домашние задания и контрольные работы, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

Лекция – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удастся, следует сформулировать вопрос и задать его преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

Практические занятия — активная форма обучения, в рамках которой студенты применяют теоретические знания на практике, выполняя задачи, эксперименты или упражнения для закрепления навыков и умений. Они способствуют развитию практических компетенций, стимулируют самостоятельность и позволяют интегрировать знания из различных дисциплин в реальные сценарии решения проблем.

Для успешной подготовки к практическому занятию: перед занятием внимательно изучите лекционный материал по проектному менеджменту, связанный с темой занятия (например, методологии Agile или управление рисками в ИИ-проектах), чтобы лучше понимать контекст задач и применять знания на практике; разделите занятие на этапы в своем плане: подготовка, активное выполнение задач, обсуждение и рефлексия. Уделите внимание дедлайнам и распределите усилия, чтобы избежать спешки и фокуса на ключевых аспектах; вовлекайтесь в групповую работу, задавайте вопросы преподавателю, обсуждайте идеи с одногруппниками и применяйте критическое мышление для решения задач, особенно в контексте ИИ-проектов (например, анализ рисков или распределение ресурсов); после занятия проанализируйте, что удалось, какие ошибки были допущены, и запишите ключевые выводы. Используйте обратную связь от преподавателя для улучшения навыков и подготовки к следующим занятиям.

Участие в семинаре (аудиторная работа) – активная работа студента на семинаре, его ответы на вопросы преподавателя и участие в дискуссии.

Для успешного участия в семинаре студентам рекомендуется заранее ознакомиться с темой обсуждения, прочитать необходимые материалы и подготовить вопросы. Важно активно слушать и вовлекаться в дискуссию, высказывая свои мнения и аргументируя их. При ответах на вопросы преподавателя стоит быть уверенным, четким и логичным, опираясь на изученный материал. Также полезно поддерживать диалог с однокурсниками, чтобы обогатить обсуждение и расширить свои знания.

Домашнее задание – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал. Использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

Контрольная работа – письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время.

Цель контрольной работы - получить специальные знания по одной или нескольким темам дисциплины (модуля) и продемонстрировать навыки их практического применения.

Квиз – это интерактивное тестирование, направленное на проверку знаний и понимания изучаемого материала.

Для успешной подготовки к квизу рекомендуется внимательно изучить основные понятия и методы, изучаемые на курсе. Полезно решать практические задачи и примеры, чтобы закрепить теоретические знания. Также стоит ознакомиться с типичными вопросами и форматами заданий, чтобы лучше подготовиться к тестированию.

Самостоятельная работа – работа студентов, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине (модулю) «Математика для экономистов»

Оценивание уровня учебных достижений, обучающихся по дисциплине (модулю), осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) осуществляется в форме **зачета с оценкой**, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом:

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Оценка за зачет	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
10	Отлично	Зачтено	Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину. Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами.
9	Отлично	Зачтено	
8	Отлично	Зачтено	
7	Хорошо	Зачтено	Студент обладает знаниями предмета почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами
6	Хорошо	Зачтено	

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Оценка за зачет	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
			исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами.
5	Удовлетворительно	Зачтено	Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине, но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Студент способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования.
4	Удовлетворительно	Зачтено	
3	Не сдан	Не зачтено	Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы.
2	Не сдан	Не зачтено	
1	Не сдан	Не зачтено	

Дисциплина (модуль) «Математика для экономистов» оценивается следующим образом:

Активность	Вес	Количество	Описание
Домашние задания	20%	14	Набор задач по темам недели
Контрольные работы	25%	1	Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время
Квиз	20%	10	Набор заданий, которые нужно выполнить за отведенное время
Зачет с оценкой	35%	1	Письменная или устная работа над заданием, направленным на проверку полученных знаний и навыков по дисциплине (модулю)

Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модулю) «Математика для экономистов»: « $0,2 \times$ среднее за домашние задания + $0,25 \times$ среднее за контрольные работы + $0,2 \times$ среднее за квиз + $0,35 \times$ зачет с оценкой».

Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

Примерные домашние задания

Домашнее задание по теме: Функции многих переменных и методы оптимизации

1. Найти экстремумы функции:

$$f(x,y)=x^3+y^3-3xy.$$

Указать тип экстремума (максимум/минимум/седловая точка).

2. Потребитель имеет функцию полезности $U(x,y)=x^{0.5}y^{0.5}$.

Бюджетное ограничение: $2x+3y=100$.

Найти оптимальный набор товаров (x,y) , максимизирующий полезность.

3. Дана функция $f(x,y)=x^2+y^2$ с ограничением $x+y=1$.

Найти условный экстремум методом множителей Лагранжа.

4. Проверить, является ли функция $f(x,y)=x^2+2xy+2y^2$ выпуклой. Обосновать с помощью матрицы Гессе.
5. Решить задачу квадратичного программирования:
 $\min(x^2+y^2-4x-6y)$
 при ограничениях:
 $x+y \leq 2,$
 $x \geq 0, y \geq 0.$

Домашнее задание по теме: Основы теории вероятностей

1. В урне 5 белых и 3 черных шара. Наугад извлекают 2 шара. Найти вероятность того, что:
 а) оба шара белые,
 б) хотя бы один шар черный.
2. Случайная величина X имеет биномиальное распределение $B(n=10, p=0.3)$. Найти:
 а) $P(X=4)$
 б) $E(X), D(X)$.
3. Время работы лампочки распределено экспоненциально с параметром $\lambda=0.01$ (часы⁻¹). Найти вероятность, что лампочка проработает больше 100 часов.
4. Даны две случайные величины X и Y с ковариационной матрицей:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 9 \end{pmatrix}$$

Найти коэффициент корреляции PXY .

5. В портфеле две акции с доходностями R_1 и R_2 , где:
 $E(R_1)=0.1, E(R_2)=0.2,$
 $\sigma_1=0.15, \sigma_2=0.25,$
 $\rho_{12}=-0.5.$
 Найти ожидаемую доходность и риск портфеля $w_1=0.6, w_2=0.4$.

Домашнее задание по теме: Дифференциальные и разностные уравнения

1. Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными:
 $y'=x/y, y(0)=2.$
2. Найти общее решение линейного уравнения:
 $y'+2y=e^{-x}.$
3. Решить уравнение Бернулли:
 $y'+y/x=y^2 \ln x.$
4. Найти общее решение дифференциального уравнения второго порядка:
 $y''-5y'+6y=0.$
5. В модели Солоу производственная функция имеет вид $Y=K^{0.5} L^{0.5}$. Если норма сбережений $s=0.2$, а норма амортизации $\delta=0.05$, найти устойчивый уровень капиталовооруженности k^* .

Примерные задания по контрольной работе

Контрольная работа №1

Вариант 1

1. Безусловная оптимизация

Найти критические точки функции $f(x,y)=x^3+3xy^2-15x-12y$. Определить их тип (максимум, минимум, седловая точка) с помощью матрицы Гессе.

2. Условная оптимизация (метод Лагранжа)

Потребитель имеет функцию полезности $U(x,y)=\ln x+2\ln y$. Бюджетное ограничение: $x+4y=60$.

Найти оптимальный набор (x,y) , максимизирующий полезность.

3. Эластичность

Для функции спроса $Q(P_1,P_2)=100-2P_1+0.5P_2$ найти:

- Эластичность спроса по цене P_1 при $P_1=20$, $P_2=10$.
- Перекрестная эластичность спроса по P_2 при тех же значениях.

4. Выпуклость и теорема Куна-Таккера

Проверить выпуклость функции $f(x,y)=x^2+2y^2-xy$.

Дана задача:

$$\min f(x,y) \text{ при } x+y \geq 2, x \geq 0, y \geq 0.$$

Записать условия Куна-Таккера и найти точку минимума.

5. Квадратичное программирование

Фирма производит товары x и y с издержками $C(x,y)=x^2+y^2+xy$.

Цены: $p_x=10$, $p_y=12$. Найти объемы производства (x,y) , максимизирующие прибыль при ограничении $x+y \leq 15$.

Вариант 2

1. Безусловная оптимизация

Исследовать на экстремум функцию $f(x,y)=2x^3+y^3-3x^2-3y^2+2$.

2. Условная оптимизация (метод Лагранжа)

Решить задачу:

$$\max(x+2y) \text{ при } x^2+y^2=5.$$

Интерпретировать множитель Лагранжа экономически.

3. Эластичность

Для производственной функции $Q(K,L)=K^{0.4}L^{0.6}$ найти эластичность выпуска по капиталу K и труду L .

4. Выпуклость и теорема Куна-Таккера

Показать, что функция $f(x,y)=e^x+y^2$ выпукла.

Для задачи:

$$\min f(x,y) \text{ при } x+2y \geq 4, y \geq 1,$$

найти решение, используя условия Куна-Таккера.

5. Экономическая задача с ограничениями

Фирма максимизирует прибыль $\pi=20x+30y-x^2-y^2$ при ограничениях: $x+y \leq 10$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

Найти оптимальные объемы производства.

Примерные задания для квиза

Квиз 1: Функции многих переменных и методы оптимизации

Время: 20 минут

- Найти градиент функции $f(x,y)=x^2y+\ln(x+y)$ в точке $(1,1)$.
- Найти критические точки функции $f(x,y)=x^3+y^3-3xy$.
- Определить тип критической точки $(0,0)$ для функции $f(x,y)=x^2+y^2+xy$.
- Решить задачу потребителя:
 $\max U(x,y)=xy$ при $2x+3y=12$.
- Найти эластичность функции $Q(P_1,P_2)=50-2P_1+P_2$ по P_1 при $P_1=10$, $P_2=5$.
- Проверить выпуклость функции $f(x,y)=e^{x+y}$ на всей плоскости.

Электронный документ

7. Записать условия Куна-Таккера для задачи:

$$\min f(x,y)=x^2+y^2 \text{ при } x+y \geq 1.$$

8. Фирма максимизирует прибыль $\pi=30x+40y-x^2-y^2$. Найти оптимальные объемы x и y .

9. Решить методом Лагранжа:

$$\max(x+2y) \text{ при } x^2+y^2=5.$$

10. Дана функция полезности $U(x,y)=xy$. Найти предельную норму замещения (MRS) в точке (4,9).

Квиз 2: Основы теории вероятностей

Время: 20 минут

1. В урне 5 белых и 3 черных шара. Найти вероятность вынуть 2 белых шара подряд без возвращения.

2. Монету подбрасывают 5 раз. Найти вероятность ровно 3 выпадений орла.

3. События AA и BB независимы, $P(A)=0.4$, $P(B)=0.7$. Найти $P(A \cup B)$.

4. В магазин привезли 10 телефонов, из которых 2 бракованных. Найти вероятность, что среди 3 купленных будет 1 бракованный.

5. Дана таблица совместного распределения XX и YY:

X \ Y	1	2
0	0.2	0.3
1	0.1	0.4

Найти $P(X=0|Y=2)$.

6. Дискретная случайная величина XX имеет распределение:

$$P(X=1)=0.2, P(X=2)=0.5, P(X=3)=0.3.$$

Найти $E[X]$ и $\text{Var}(X)$.

7. Случайная величина $X \sim N(5,4)$. Найти $P(3 < X < 7)$.

8. Время ожидания автобуса равномерно распределено на $[0,10]$ минут. Найти вероятность ждать больше 7 минут.

9. Даны доходности акций: $\sigma_X=0.5$, $\sigma_Y=0.3$, $\rho_{XY}=0.4$. Найти ковариацию $\text{Cov}(X,Y)$.

10. Инвестор формирует портфель из двух активов

$$E[R_1]=10\%, E[R_2]=15\%, \sigma_1=0.2, \sigma_2=0.25, \rho=-0.5.$$

Найти ожидаемую доходность и риск портфеля (0.6,0.4).

Примерные задания для квизов

Квиз 1

Вопрос 1: Какое условие является необходимым для экстремума функции нескольких переменных?

- A) Условие второго порядка
- B) Условие первого порядка (частные производные равны нулю)
- C) Положительная определенность гессиана
- D) Метод множителей Лагранжа

Вопрос 2: Что такое кривая безразличия?

- A) График функции полезности

- В) Множество точек с одинаковой полезностью
- С) Оптимальный набор товаров
- Д) Функция спроса

Вопрос 3: Какой метод используется для решения задачи условного экстремума с ограничениями типа равенств?

- А) Метод наименьших квадратов
- В) Метод множителей Лагранжа
- С) Метод Ньютона
- Д) Метод градиентного спуска

Вопрос 4: Что показывает экономический смысл множителя Лагранжа?

- А) Стоимость единицы ресурса
- В) Сумму частных производных
- С) Значение функции полезности
- Д) Эластичность спроса

Вопрос 5: Какое условие является достаточным для экстремума в задаче оптимизации без ограничений?

- А) Частные производные равны нулю
- В) Положительная определенность окрестности гессиана
- С) Равенство нулю якобиана
- Д) Минимум функции Лагранжа

Вопрос 6: Что такое задача выпуклого программирования?

- А) Максимизация линейной функции на выпуклом множестве
- В) Минимизация квадратичной формы
- С) Оптимизация с нелинейными ограничениями
- Д) Решение системы уравнений

Вопрос 7: Как связана теорема Куна-Таккера с седловыми точками?

- А) Седловая точка — это решение системы
- В) Минимум функции Лагранжа достигается в седловой точке
- С) Максимум и минимум совпадают
- Д) Ограничения становятся равенствами

Вопрос 8: В задаче фирмы с ограничениями на ресурсы, что оптимизируется?

- А) Прибыль при заданных ресурсах
- В) Полезность потребителя
- С) Доходность портфеля
- Д) Рост населения

Вопрос 9: Что такое эластичность функции нескольких переменных?

- А) Изменение производной
- В) Относительное изменение выходной величины при изменении входных
- С) Сумма частных производных
- Д) Значение гессиана

Вопрос 10: Какой пример экономической задачи с ограничениями типа равенств?

- А) Задача потребителя с бюджетными ограничениями
- В) Распределение Пуассона
- С) Дифференциальное уравнение
- Д) Прогнозирование доходности

Вопрос 11: Что такое функция Лагранжа в задаче оптимизации?

- A) Функция полезности плюс штраф за ограничения
- B) Целевая функция минус ограничения
- C) Сумма целевой функции и произведения множителей на ограничения
- D) Производная от целевой функции

Вопрос 12: Какой метод используется для решения задачи квадратичного программирования?

- A) Метод вариации постоянной
- B) Теорема Куна-Таккера
- C) Метод наименьших квадратов
- D) Интегрирование по частям

Вопрос 13: Что показывает критерий оптимального набора товаров?

- A) Тангенс угла наклона кривой безразличия равен цене
- B) Сумма цен равна доходу
- C) Полезность максимальна
- D) Ресурсы исчерпаны

Вопрос 14: Какой тип экстремума рассматривается в задаче с бюджетными ограничениями?

- A) Безусловный минимум
- B) Условный максимум полезности
- C) Глобальный максимум
- D) Локальный минимум

Вопрос 15: Что такое окаймленный гессиан?

- A) Матрица вторых производных с удаленными строками и столбцами
- B) Якобиан системы уравнений
- C) Вектор градиентов
- D) Функция распределения

Правильные ответы для Квиза 1:

1. B
2. B
3. B
4. A
5. B
6. A
7. B
8. A
9. B
10. A
11. C
12. B
13. A
14. B
15. A

Квиз 2

Вопрос 1: Какое определение вероятности используется в классической схеме с равновероятными исходами?

- A) Геометрическое
- B) Частотное
- C) Классическое (отношение благоприятных исходов к общему числу)
- D) Аксиоматическое

Вопрос 2: Что такое условная вероятность события A при условии B?

- A) Вероятность A и B
- B) Вероятность A, если B произошло
- C) Сумма вероятностей A и B
- D) Разность вероятностей A и B

Вопрос 3: Какое распределение описывает число успехов в схеме Бернулли?

- A) Нормальное
- B) Биномиальное
- C) Пуассона
- D) Равномерное

Вопрос 4: Что такое математическое ожидание случайной величины?

- A) Среднее значение
- B) Дисперсия
- C) Медиана
- D) Мода

Вопрос 5: Какой коэффициент измеряет линейную зависимость между двумя случайными величинами?

- A) Дисперсия
- B) Ковариация
- C) Корреляция
- D) Стандартное отклонение

Вопрос 6: В портфеле из двух бумаг при полной корреляции, как изменяется риск?

- A) Увеличивается
- B) Уменьшается
- C) Не изменяется
- D) Становится нулевым

Вопрос 7: Что такое парето-оптимальность в многокритериальной оптимизации?

- A) Все критерии максимальны
- B) Невозможно улучшить один критерий без ухудшения другого
- C) Сумма критериев максимальна
- D) Критерии независимы

Вопрос 8: Какое распределение используется для моделирования времени между событиями в пуассоновском процессе?

- A) Нормальное
- B) Экспоненциальное
- C) Биномиальное
- D) Равномерное

Вопрос 9: Что такое дисперсия случайной величины?

- A) Среднее значение
- B) Мера разброса значений вокруг математического ожидания
- C) Вероятность события
- D) Ковариация

Вопрос 10: Какой закон больших чисел утверждает сходимость среднего арифметического к математическому ожиданию?

- A) Закон Пуассона
- B) Слабый закон больших чисел
- C) Теорема Байеса
- D) Центральная предельная теорема

Вопрос 11: Что такое теорема Байеса?

- A) Формула для условной вероятности
- B) Способ обновления вероятностей на основе новых данных
- C) Распределение Пуассона
- D) Метод Монте-Карло

Вопрос 12: В задаче о гипотезах, что такое уровень значимости?

- A) Вероятность ошибки второго рода
- B) Вероятность отвергнуть верную гипотезу
- C) Мощность теста
- D) p-значение

Вопрос 13: Какое распределение описывает сумму независимых случайных величин с одинаковым распределением?

- A) Биномиальное
- B) Нормальное (по центральной предельной теореме)
- C) Пуассона
- D) Экспоненциальное

Вопрос 14: Что такое энтропия в теории информации?

- A) Мера неопределенности случайной величины
- B) Вероятность события
- C) Дисперсия
- D) Корреляция

Вопрос 15: Какой метод используется для оценки параметров распределения по выборке?

- A) Метод наименьших квадратов
- B) Метод максимального правдоподобия
- C) Метод Ньютона
- D) Интегрирование по частям

Правильные ответы для Квиза 2:

1. C
2. B
3. B
4. A
5. C
6. C

7. В
8. В
9. В
10. В
11. В
12. В
13. В
14. А
15. В

Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

№ п/п	Задание	Ответ	Компетенция
1	Рассчитайте частную производную функции $f(x, y) = x^2 + 3xy + y^2$ по переменной x в точке $(1, 2)$.	7	УК-9
2	Назовите условие первого порядка для экстремума функции двух переменных.	частные производные равны нулю	УК-9
3	Определите, что показывает кривая безразличия.	множество точек с одинаковой полезностью	УК-9
4	Рассчитайте эластичность функции спроса $Q = 100/P$ по цене P при $P = 10$.	-1	УК-9
5	Назовите метод решения задачи условного экстремума с ограничениями типа равенств.	множители Лагранжа	УК-9
6	Рассчитайте математическое ожидание биномиального распределения с параметрами $n=5, p=0.3$.	1.5	ОПК-7
7	Определите, что такое условная вероятность события A при условии B .	вероятность A , если B произошло	ОПК-7
8	Назовите распределение, описывающее число успехов в схеме Бернулли.	биномиальное	ОПК-7
9	Рассчитайте дисперсию нормального распределения с математическим ожиданием 5 и стандартным отклонением 2.	4	ОПК-7
10	Определите, что измеряет коэффициент корреляции между двумя случайными величинами.	линейную зависимость	ОПК-7
11	Рассчитайте n -ю частичную сумму арифметической прогрессии с первым членом 2 и разностью 3 при $n=5$.	40	ОПК-7
12	Определите, что моделирует паутиная модель рынка.	колебания цен и объемов	ОПК-7
13	Рассчитайте общее решение линейного разностного уравнения $y_{n+1} - 2y_n = 0$.	$y_n = C \cdot 2^n$	ОПК-7
14	Определите, что такое оптимальность по Парето в многокритериальной оптимизации.	невозможно улучшить один критерий без ухудшения другого	ОПК-7

15	Назовите правовую норму, регулирующую применение математических моделей в экономике (например, в анализе данных).	закон о персональных данных	УК-2
16	Определите круг задач для выбора оптимального способа решения экономической задачи с ограниченными ресурсами.	определение целевой функции и ограничений	УК-2
17	Назовите метод выбора оптимального решения в задаче фирмы с бюджетными ограничениями.	метод Лагранжа	УК-2
18	Определите практический опыт применения правовых норм в оптимизации портфеля ценных бумаг.	учет требований к раскрытию информации	УК-2
19	Назовите правовую область, связанную с использованием вероятностных моделей в экономике.	статистика и анализ данных	ОПК-8
20	Определите, как использовать правовые знания в задаче о распределении рисков в портфеле.	соблюдение норм о ценных бумагах	ОПК-8