ЦЕНТРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДЕНА

Решением Ученого совета
АНО ВО «Центральный университет»
«07» марта 2024 г.
Протокол №1

Рабочая программа дисциплины (модуля)
«Дифференциальные уравнения»

Направление подготовки: *02.03.01 Математика и компьютерные науки*

Направленность (профиль) подготовки: *Программа двух дипломов НИУ ВШЭ и ЦУ «Прикладная математика и информатика»*

Квалификация (степень) выпускника: *бакалавр*

Форма обучения: *очная*

Срок освоения программы: *4 года*

Год набора: *2024*

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 0215B0C000D1B3FEB44A37EE631E0C27D4
Владелец: Ивашкевич Евгений Васильевич
Действителен: с 13.01.2026 до 13.04.2027

Электронный документ

Москва
2024

Содержание

1. **Краткая характеристика дисциплины (модуля)** 3
2. **Перечень планируемых результатов обучения** 5
3. **Тематический план** 7
4. **Содержание дисциплины (модуля)** 7
5. **Учебно-методическое обеспечение** 9
6. **Материально-техническое обеспечение** 9
7. **Методические и оценочные материалы** 11

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Дифференциальные уравнения» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», профиль «Программа двух дипломов НИУ ВШЭ и ЦУ «Прикладная математика и информатика», утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 807 от 23.08.2017 года.

Изучение дисциплины (модуля) «Дифференциальные уравнения» обеспечивает математическую основу для понимания и описания процессов изменения во времени и пространстве, что является ключевым для разработки алгоритмов и программных средств в прикладной математике и компьютерных науках. Кроме того, знание дифференциальных уравнений способствует развитию аналитического мышления и способности к решению сложных междисциплинарных задач.

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина (модуль) включена в учебный план по программе подготовки бакалавриата по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», профиль «Программа двух дипломов НИУ ВШЭ и ЦУ «Прикладная математика и информатика» и входит в вариативную часть Блока 1, формируемую участниками образовательных отношений, как дисциплина по выбору.

Дисциплина (модуль) изучается на 3 или 4 курсе в 5, 6, 7 семестре на выбор. Доступна к изучению после успешного освоения дисциплин (модулей): «Математический анализ. Часть 1», «Математический анализ. Часть 2» и «Линейная алгебра и геометрия. Часть 1», «Линейная алгебра и геометрия. Часть 2» или «Математический анализ. Продвинутый уровень. Часть 1», «Математический анализ. Продвинутый уровень. Часть 2» и «Линейная алгебра и геометрия. Продвинутый уровень. Часть 1», «Линейная алгебра и геометрия. Продвинутый уровень. Часть 2».

Цель изучения дисциплины (модуля): формирование у студентов фундаментальных знаний и навыков решения и анализа дифференциальных уравнений, необходимых для моделирования и исследования динамических процессов в различных областях науки и техники.

Задачи изучения дисциплины (модуля):

— освоить основные типы и классификации дифференциальных уравнений и их решений;

— научиться анализировать и формулировать задачи, сводящиеся к дифференциальным уравнениям, решать различные прикладные задачи;

— научиться формулировать и решать задачи, моделируемых с помощью дифференциальных уравнений, в рамках междисциплинарных исследований;

— научиться осуществлять критический анализ и обосновывать выбор методов решения для конкретных типов уравнений.

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

знать:

— основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) и их классификацию;

— фундаментальные теоремы существования и единственности решений;

— основные аналитические и качественные методы исследования ОДУ;

— теорию устойчивости решений и методы её анализа;

— важнейшие приложения ОДУ в естественных науках и технике.

уметь:

— определять тип ОДУ и выбирать соответствующий метод решения;

— применять аналитические методы для решения основных классов ОДУ;
— исследовать качественное поведение решений, включая вопросы устойчивости;
— строить фазовые портреты для автономных систем;
— использовать численные методы для приближённого решения ОДУ;
— применять теорию ОДУ для решения прикладных задач.

владеть:

— математическим аппаратом теории обыкновенных дифференциальных уравнений;
— методами аналитического и качественного анализа ОДУ;
— навыками построения математических моделей с использованием ОДУ;
— техникой исследования устойчивости динамических систем;
— основами численных методов решения ОДУ.

2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

Компетенция	Содержание компетенции	Индикатор компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)
УК-1.	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1.	Знает методы поиска и анализа информации в области искусственного интеллекта, основные принципы критической оценки источников информации и их релевантности.
		УК-1.2.	Умеет критически оценивать источники информации и синтезировать данные из различных источников для решения задач, применять системный подход к анализу и решению комплексных проблем
		УК-1.3.	Имеет практический опыт работы с современными инструментами и технологиями для обработки информации, формулировании и структурировании задач на основе полученной информации
УК-2.	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1.	Знает действующие правовые нормы, регулирующие деятельность в области решения задач, основные методы и подходы к определению круга задач
		УК-2.2.	Умеет определять круг задач в рамках поставленной цели, выбирать оптимальные способы решения задач, учитывая имеющиеся ресурсы и ограничения
		УК-2.3.	Имеет практический опыт применения знаний о правовых нормах и ресурсах в реальных ситуациях, разработки и реализации решений в соответствии с установленными ограничениями
ОПК-1.	Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы прикладной и компьютерной математики	ОПК-1.1.	Знает основные методы и подходы к решению задач прикладной и компьютерной математики, включая алгоритмы, математическое моделирование и теорию оптимизации, а также современные инструменты и технологии, используемые в этой области

		ОПК-1.2.	Умеет анализировать и формулировать математические задачи, применять соответствующие методы и алгоритмы для их решения, а также интерпретировать и представлять результаты в понятной и доступной форме
		ОПК-1.3.	Имеет практический опыт работы над проектами или исследованиями в области прикладной и компьютерной математики, включая участие в конкурсах, олимпиадах или научных публикациях, где были решены актуальные и значимые задачи
ПК-1.	Способен формулировать задачи с математической точностью, обосновывать утверждения строго и анализировать полученные результаты в области математики и компьютерных наук	ПК-1.1.	Знает методы и подходы к формулированию задач, а также основные принципы математического доказательства и анализа результатов.
		ПК-1.2.	Умеет корректно ставить и формулировать математические задачи, применять строгие методы доказательства и анализировать полученные результаты.
		ПК-1.3.	Имеет опыт работы с задачами в области математики и компьютерных наук, включая применение математических методов для решения практических задач
ПК-2.	Способен решать типовые задачи профессиональной деятельности в области искусственного интеллекта, опираясь на информационную и библиографическую культуру, используя информационно-коммуникационные технологии и учитывая основные требования информационной безопасности	ПК-2.1.	Знает основы информационной и библиографической культуры, а также принципы информационной безопасности и применения информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности
		ПК-2.2.	Умеет эффективно использовать информационно-коммуникационные технологии для решения стандартных задач профессиональной деятельности, учитывая требования информационной безопасности
		ПК-2.3.	Имеет опыт работы с информационными ресурсами и технологиями в области искусственного интеллекта, включая соблюдение норм информационной безопасности

3. Тематический план

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Трудоемкость, академические часы				ТКУ (текущий контроль успеваемости)
		Очная форма				
		Аудиторная работа		Контроль	Самостоятельная работа	
		Лекции	Семинары			
1	Основные понятия и определения	2	2		8	Домашние задания, Подготовка к семинару
2	Простейшие типы дифференциальных уравнений первого порядка	2	2		8	Домашние задания, Подготовка к семинару
3	Теоретические основы	4	4		16	Домашние задания, Подготовка к семинару
4	Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами n-го порядка	2	2	2	8	Домашние задания, Контрольная работа
5	Системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами	4	4		16	Домашние задания, Подготовка к семинару
6	Линейные дифференциальные уравнения и системы с переменными коэффициентами	2	4		16	Домашние задания, Подготовка к семинару
7	Теоретические основы	2	2		8	Домашние задания, Подготовка к семинару
8	Автономные системы дифференциальных уравнений	4	6	2	24	Домашние задания, Контрольная работа
9	Основы теории устойчивости	4	4		16	Домашние задания, Подготовка к семинару
	Экзамен			4		
	Итого:	***26***	***30***	***8***	***126***	
Объем дисциплины (модуля) (в ак. ч.)		***190***				
Объем дисциплины (модуля) (в зач. ед.)		***5***				

4. Содержание дисциплины (модуля)

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание дисциплины (модуля) по темам
1	Основные понятия и определения	Общее определение дифференциального уравнения. Нормальный вид одного уравнения и системы. Задача Коши для одного уравнения и для системы
2	Простейшие типы дифференциальных уравнений первого порядка	Простейшие типы дифференциальных уравнений первого порядка
3	Теоретические основы	Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Теорема о продолжении решения
4	Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами n-го порядка	Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами n-го порядка
5	Системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами	Общее решение однородной системы. Матричная экспонента и ее применение. Частное решение для правой части в виде вектор-квазимногочлена
6	Линейные дифференциальные уравнения и системы с переменными коэффициентами	Фундаментальная система и фундаментальная матрица решений. Определитель Вронского. Формула Лиувилля-Остроградского. Метод вариации постоянных
7	Теоретические основы	Теорема о непрерывной зависимости от параметра и начальных условий. Теорема о дифференцируемости по параметру и начальному условию
8	Автономные системы дифференциальных уравнений	Основные свойства фазовых траекторий. Положения равновесий линейных систем на плоскости. Построение фазовых портретов в окрестности гиперболических особых точек для нелинейных систем на плоскости. Теорема о выпрямлении векторного поля. Первые интегралы
9	Основы теории устойчивости	Устойчивость по Ляпунову и ассимптотическая устойчивость. Теорема об устойчивости по первому приближению. Функция Ляпунова. Теоремы Ляпунова и Четаева

5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Основная литература:

1. Жукова, Г. С. Дифференциальные уравнения в примерах и задачах : учебное пособие / Г.С. Жукова. — Москва : ИНФРА-М, 2024. — 348 с. — (Высшее образование). — DOI 10.12737/1072182. - ISBN 978-5-16-019782-1. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.ru/catalog/product/2082671.

2. Басов, В. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения: лекции и практические занятия : учебное пособие / В. В. Басов. - Санкт-Петербург : Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2023. - 438 с. - ISBN 978-5-288-06319-0. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.ru/catalog/product/2184296.

3. Муратова, Т. В. Дифференциальные уравнения : учебник и практикум для вузов / Т. В. Муратова. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 524 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19174-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/560212.

Дополнительная литература:

1. Капкаева, Л. С. Математический анализ: теория пределов, дифференциальное исчисление : учебник для вузов / Л. С. Капкаева. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 246 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04898-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/563592.

6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- механическими калькуляторами;
- специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

№	Наименование портала (издания, курса, документа)	Ссылка
1.	Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека	https://elibrary.ru/defaultx.asp
2.	База данных для IT-специалистов	https://habr.com
3.	База данных ScienceDirect	https://www.sciencedirect.com
4.	Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации	https://minobrnauki.gov.ru/
5.	Федеральный портал «Российское образование"	https://www.edu.ru/
6.	Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	http://window.edu.ru/
7.	Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов	http://school-collection.edu.ru/
8.	Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов	http://fcior.edu.ru/

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Наименование ПО	Производство	Лицензионное / свободно распространяемое
Операционные системы:		
Microsoft Imagine (Windows Client, Server)	зарубежное	лицензионное
Браузеры:		
Яндекс.Браузер	отечественное	свободно распространяемое
Google Chrome	зарубежное	свободно распространяемое
Офисные приложения:		
Microsoft Imagine (Visio, OneNote)	зарубежное	лицензионное
TeXstudio	зарубежное	свободно распространяемое
Adobe Acrobat Reader	зарубежное	свободно распространяемое
Программное обеспечение для планирования и учета времени:		
Toggle app	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления проектами:		
Microsoft Imagine (Project)	зарубежное	лицензионное
Системы управления базами данных:		
Microsoft Imagine (SQL Server)	зарубежное	лицензионное
Системы резервного копирования (backup):		
Acronis Backup Advanced for HyperV	зарубежное	лицензионное
Справочно-правовые системы:		
КонсультантПлюс: справочно-правовая система	отечественное	лицензионное
Средства антивирусной защиты:		

Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition	отечественное	лицензионное
Среды разработки:		
Visual Studio Code	зарубежное	свободно распространяемое
Bash (Unix shell)	зарубежное	свободно распространяемое
Anaconda	зарубежное	свободно распространяемое
Robotic Operating System	зарубежное	свободно распространяемое
CopelliaSim	зарубежное	свободно распространяемое
Google Colaboratory	зарубежное	свободно распространяемое
Пакеты программных средств и библиотек:		
AutoPsy	зарубежное	свободно распространяемое
Interactive Disassembler (IDA)	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления библиографической информацией:		
Zotero	зарубежное	свободно распространяемое
Сервисы и службы:		
Bind	зарубежное	свободно распространяемое
Docker	зарубежное	свободно распространяемое

7. Методические и оценочные материалы

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Дифференциальные уравнения» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекции, семинары, домашние задания, контрольная работа, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

Лекция – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удается, следует сформулировать вопрос и задать его преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

Семинар – это форма учебной деятельности, проводимая в учебном заведении под руководством преподавателя, где студенты активно участвуют в обсуждениях, практических заданиях и других формах взаимодействия.

Для успешной подготовки к семинару рекомендуется заранее ознакомиться с темой занятия и основными материалами, чтобы иметь возможность активно участвовать в обсуждении. Также полезно подготовить вопросы и идеи для обсуждения, что поможет глубже понять материал и продемонстрировать заинтересованность.

Аудиторная работа – активная работа студента на семинаре, его ответы на вопросы преподавателя и участие в дискуссии.

Для успешного участия в семинаре студентам рекомендуется заранее ознакомиться с темой обсуждения, прочитать необходимые материалы и подготовить вопросы. Важно активно слушать и вовлекаться в дискуссию, высказывая свои мнения и аргументируя их. При ответах на вопросы преподавателя стоит быть уверенным, четким и логичным, опираясь на изученный материал. Также полезно поддерживать диалог с однокурсниками, чтобы обогатить обсуждение и расширить свои знания.

Домашнее задание – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал. Использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

Контрольная работа – письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время.

Цель контрольной работы – получить специальные знания по одной или нескольким темам дисциплины и продемонстрировать навыки их практического применения.

Самостоятельная работа – работа студентов, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине (модулю) «Дифференциальные уравнения»

Оценивание уровня учебных достижений, обучающихся по дисциплине (модулю), осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) осуществляется в форме ***экзамена***, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом, если иное не указано в силлабусе дисциплины:

Десятибалльная оценка	**Пятибалльная оценка**	**Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)**
10	Отлично	Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину. Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами.
9	Отлично	
8	Отлично	
7	Хорошо	Студент обладает знаниями предмета почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически
6	Хорошо	

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
		последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами.
5	Удовлетворительно	Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине (модулю), но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Студент способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования.
4	Удовлетворительно	
3	Не сдан	Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы.
2	Не сдан	
1	Не сдан	

Дисциплина (модуль) «Дифференциальные уравнения» оценивается следующим образом:

Активность	Вес	Количество	Описание
Домашние задания	20%	14	Набор задач по темам недели
Аудиторная работа	15%	14	Активная работа студента на семинаре, его ответы на вопросы преподавателя и участие в дискуссии
Контрольная работа	30%	2	Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время
Экзамен	35%	1	Письменная или устная работа над заданием, направленным на проверку полученных знаний и навыков по дисциплине (модулю)

Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модулю) «Дифференциальные уравнения»: «0,2 × среднее за домашние задания + 0,15 × среднее за аудиторную работу + 0,3 × среднее за контрольные работы + 0,35 × экзамен».

Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

Примерные домашние задания

Домашнее задание 1.

1. Классифицируйте следующие уравнения по порядку и типу: а) $y'+3y=\sin x$

b) $y''+y=0$
c) $y'=y^2$

2. Решите уравнение $y'=3y$ аналитически с начальным условием $y(0)=2$.
3. Найдите общее решение уравнения $y''-4y'+4y=0$.
4. Используя метод Эйлера, приближенно решите задачу Коши для уравнения $y'=y-x$, $y(0)=1$ на интервале $[0,1]$с шагом 0.2.
5. Сравните полученные численные решения с аналитическим решением из задания 2, сделайте выводы о точности метода.

Домашнее задание 2.

1. Найдите общее решение уравнения $y''+2y'+y=0$.
2. Решите систему линейных ОДУ:

$$\begin{cases} x' = 2x + y \\ y' = -x + 4y \end{cases}$$

3. Представьте систему из задания 2 в матричной форме и найдите собственные значения матрицы коэффициентов.
4. Используя метод вариации постоянных, решите уравнение $y'+y=e^x$.
5. Объясните, как линейность уравнений упрощает процесс нахождения решений по сравнению с нелинейными случаями.

Домашнее задание 3.

1. Постройте фазовый портрет системы:

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = -x \end{cases}$$

2. Определите устойчивость равновесной точки (0,0) для системы из задания 1.
3. Рассмотрите уравнение $y'=y(1-y)$. Найдите точки равновесия и исследуйте их устойчивость.
4. Объясните понятие бифуркации на примере уравнения $y'=ry-y^3$, где r*r* — параметр.
5. Приведите пример динамической системы с бифуркацией и опишите её поведение при изменении параметра.

Примерные задания для контрольной работы

1. Найдите общее решение уравнения второго порядка:
   $y''-3y'+2y=0$.
2. Решите неоднородное уравнение:
   $y''+y=\cos x$.
3. Запишите систему двух линейных ОДУ в матричной форме:
   $$\begin{cases} x' = 4x + y, \\ y' = -2x + 3y. \end{cases}$$
4. Найдите собственные значения и собственные векторы матрицы коэффициентов системы из задания 3.
5. Решите систему из задания 3, используя метод диагонализации матрицы.
6. Примените метод вариации постоянных для решения уравнения:
   $y'+2y=e^{-x}$.
7. Рассмотрите систему:

$$\begin{cases} x' = 3x + 4y, \\ y' = -4x + 3y. \end{cases}$$

8. Постройте фазовый портрет системы из задания 7.
9. Определите тип и устойчивость равновесной точки системы из задания 7.
10. Объясните, почему метод собственных значений и собственных векторов является эффективным для решения систем линейных ОДУ с постоянными коэффициентами.

Примерные вопросы для подготовки к занятию

1. Основы и методы решения ОДУ

1. Какие существуют классификации обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)?
2. В чем отличие уравнений первого и второго порядка?
3. Что такое линейное и нелинейное ОДУ? Приведите примеры.
4. Какие методы аналитического решения ОДУ вам известны?
5. Как решается уравнение с разделяющимися переменными?
6. Что такое задача Коши для ОДУ?
7. Какие численные методы решения ОДУ вы знаете? В чем особенности метода Эйлера?
8. Какие преимущества и недостатки имеют численные методы по сравнению с аналитическими?

2. Линейные уравнения и системы

9. Что такое линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами?
10. Как найти общее решение однородного линейного ОДУ второго порядка?
11. Что такое характеристическое уравнение и как оно используется?
12. Как решать неоднородные линейные уравнения?
13. Как записать систему линейных ОДУ в матричной форме?
14. Что такое собственные значения и собственные векторы матрицы коэффициентов системы?
15. Как метод диагонализации помогает решать системы линейных ОДУ?
16. В чем суть метода вариации постоянных для решения неоднородных систем?

3. Качественная теория и устойчивость решений

17. Что такое фазовый портрет и как его строить для систем двух уравнений?
18. Какие типы равновесных точек существуют (узлы, седла, фокусы и т.п.)?
19. Как определить устойчивость равновесной точки?
20. Что такое асимптотическая устойчивость?
21. Какие методы исследования устойчивости вы знаете?
22. Что такое бифуркация в динамических системах?
23. Приведите пример бифуркации и опишите её поведение.
24. Как качественный анализ помогает понять поведение решений без явного решения уравнений?

4. Расширенные темы и приложения

25. Какие основные методы анализа нелинейных дифференциальных уравнений вы знаете?
26. Как моделируются реальные процессы с помощью ОДУ? Приведите пример.
27. В чем особенности численных методов для нелинейных систем?
28. Какие программные средства применяются для решения и анализа ОДУ?
29. Как методы численного интегрирования адаптируются для сложных моделей?
30. Какие современные направления исследований в области дифференциальных уравнений вам известны?

Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

№ п/п	Задание	Ответ	Компетенция
1	Определите порядок дифференциального уравнения y''' + 2y'' + y = 0.	3	ОПК-1
2	Какой тип имеет дифференциальное уравнение первого порядка y' = x + y?	с разделяющимися переменными	ОПК-1
3	Укажите теорему, утверждающую существование и единственность решения задачи Коши для уравнения y' = f(x, y).	теорема Пикара-Линделёфа	ОПК-1
4	Найдите общее решение линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами y'' + 4y = 0.	y = C1cos(2x) + C2sin(2x)	ОПК-1
5	Определите размерность фундаментальной системы решений для системы линейных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами размера 2x2.	2	УК-1
6	Какой метод используется для нахождения частного решения неоднородной системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами?	вариации постоянных / неопределённых коэффициентов	УК-1
7	Укажите условие, при котором определитель Вронского для фундаментальной системы решений равен нулю.	решения линейно зависимы	УК-1
8	Определите тип особой точки для автономной системы на плоскости x' = x + y, y' = -x + y.	узел	УК-1
9	Как называется функция, используемая для исследования устойчивости по Ляпунову?	функция Ляпунова	УК-2
10	Укажите теорему, позволяющую исследовать устойчивость по первому приближению.	теорема Ляпунова об устойчивости	УК-2
11	Какой тип устойчивости означает, что решение стремится к нулю при t → ∞?	асимптотическая устойчивость	УК-2
12	Определите порядок дифференциального уравнения, описывающего колебания маятника (упрощённая модель).	2	УК-2
13	Найдите частное решение уравнения y' = 2x + 1 с начальным условием y(0) = 1.	y = x^2 + x + 1	ПК-1
14	Как связаны дифференциальные уравнения с методами оптимизации в машинном обучении, такими как градиентный спуск?	описывают траектории спуска	ПК-1
15	Укажите, как теорема о непрерывной зависимости решений используется в анализе моделей машинного обучения.	для оценки чувствительности к изменениям параметров	ПК-1
16	Определите порядок дифференциального уравнения, моделирующего динамику нейронной сети (упрощённо).	1	ПК-1
17	Какой инструмент информационно-коммуникационных технологий используется для численного решения дифференциальных уравнений?	MATLAB / Python	ПК-2
18	Укажите принцип информационной безопасности при использовании онлайн-ресурсов для решения задач по дифференциальным уравнениям.	защита данных	ПК-2

19	Как применяется библиографическая культура при поиске решений дифференциальных уравнений в научных базах данных?	цитирование источников	ПК-2
20	Определите, какой тип задачи Коши решается с помощью программного обеспечения для систем дифференциальных уравнений.	начальная задача	ПК-2