ЦЕНТРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДЕНА

Решением Ученого совета
АНО ВО «Центральный университет»
«07» марта 2024 г.
Протокол №1

Рабочая программа дисциплины (модуля)
«Математическая статистика»

Направление подготовки: *02.03.01 Математика и компьютерные науки*

Направленность (профиль) подготовки: *Программа двух дипломов НИУ ВШЭ и ЦУ «Прикладная математика и информатика»*

Квалификация (степень) выпускника: *бакалавр*

Форма обучения: *очная*

Срок освоения программы: *4 года*

Год набора: *2024*

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 0215B0C000D1B3FEB44A37EE631E0C27D4
Владелец: Ивашкевич Евгений Васильевич
Действителен: с 13.01.2026 до 13.04.2027

Электронный документ

Москва
2024

Содержание

1. **Краткая характеристика дисциплины (модуля)** 3
2. **Перечень планируемых результатов обучения** 5
3. **Тематический план** 7
4. **Содержание дисциплины (модуля)** 7
5. **Учебно-методическое обеспечение** 8
6. **Материально-техническое обеспечение** 8
7. **Методические и оценочные материалы** 10

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Математическая статистика» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», профиль «Программа двух дипломов НИУ ВШЭ и ЦУ «Прикладная математика и информатика», утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 807 от 23.08.2017 года.

Изучение дисциплины (модуля) «Математическая статистика» позволяет критически оценивать информацию, выбирать корректные методы анализа и делать надёжные выводы в условиях неопределённости. Математическая статистика является фундаментом для принятия решений на основе данных во многих областях — от науки и экономики до машинного обучения и медицины.

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина (модуль) включена в учебный план по программе подготовки бакалавриата по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», профиль «Программа двух дипломов НИУ ВШЭ и ЦУ «Прикладная математика и информатика» и входит в вариативную часть Блока 1, формируемую участниками образовательных отношений, как дисциплина по выбору.

Дисциплина (модуль) изучается на 2 курсе в 4 семестре, доступна для изучения после успешного освоения дисциплины (модуля) «Теория вероятностей».

Цель изучения дисциплины (модуля): заключается в формировании у студентов систематических знаний и практических навыков в области математической статистики для анализа данных, проверки гипотез и построения обоснованных выводов на основе выборочных наблюдений.

Задачи изучения дисциплины (модуля):

— освоение знаний об основных понятиях теории вероятностей и математической статистики: выборка, распределение, статистическая оценка, доверительный интервал, статистическая гипотеза;

— развитие понимания принципов построения доверительных интервалов, проверки гипотез и свойств выборочных распределений, а также условий применимости параметрических и непараметрических методов;

— формирование и развитие способностей применять методы корреляционного анализа, выбирать подходящие статистические критерии и интерпретировать результаты в контексте прикладных задач;

— приобретение навыков использования программных средств для статистической обработки данных, визуализации выборок и представления результатов анализа в понятной аналитической форме;

— развитие компетенций в критическом анализе данных, включая проверку предпосылок методов, выявление выбросов и оценку устойчивости выводов.

В результате освоения дисциплины (модуля), обучающийся должен:

знать:

— основные понятия теории вероятностей и математической статистики: выборка, распределение, параметр, статистическая оценка, статистическая гипотеза;

— свойства выборочных распределений и их связь с параметрами генеральной совокупности;

— принципы построения доверительных интервалов и проверки статистических гипотез;

— методы корреляционного анализа и условия их применимости;

— основы непараметрических методов статистики и особенности их применения.

уметь:

— строить и интерпретировать выборочные характеристики (средние, дисперсии, квантили и др.);

— вычислять доверительные интервалы и проводить проверку статистических гипотез для различных типов данных;

— применять методы корреляционного анализа для исследования статистических зависимостей;

— использовать непараметрические критерии при нарушении предпосылок параметрических методов;

— выбирать подходящие статистические методы для решения практических задач и интерпретировать полученные результаты.

владеть:

— навыками статистического анализа данных и формулирования обоснованных выводов;

— навыками оценки корректности применяемых статистических методов и учета их ограничений;

— навыками визуализации данных и представления результатов статистического анализа в понятной аналитической форме;

— навыками использования программных средств для выполнения статистических расчетов;

— навыками критического анализа данных, включая проверку предпосылок, выявление выбросов и оценку устойчивости результатов.

2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

Компетенция	Содержание компетенции	Индикатор компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)
УК-1.	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1.	Знает методы поиска и анализа информации в области искусственного интеллекта, основные принципы критической оценки источников информации и их релевантности.
		УК-1.2.	Умеет критически оценивать источники информации и синтезировать данные из различных источников для решения задач, применять системный подход к анализу и решению комплексных проблем
		УК-1.3.	Имеет практический опыт работы с современными инструментами и технологиями для обработки информации, формулировании и структурировании задач на основе полученной информации
УК-2.	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1.	Знает действующие правовые нормы, регулирующие деятельность в области решения задач, основные методы и подходы к определению круга задач
		УК-2.2.	Умеет определять круг задач в рамках поставленной цели, выбирать оптимальные способы решения задач, учитывая имеющиеся ресурсы и ограничения
		УК-2.3.	Имеет практический опыт применения знаний о правовых нормах и ресурсах в реальных ситуациях, разработки и реализации решений в соответствии с установленными ограничениями
ОПК-1.	Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы прикладной и компьютерной математики	ОПК-1.1.	Знает основные методы и подходы к решению задач прикладной и компьютерной математики, включая алгоритмы, математическое моделирование и теорию оптимизации, а также современные инструменты и технологии, используемые в этой области

		ОПК-1.2.	Умеет анализировать и формулировать математические задачи, применять соответствующие методы и алгоритмы для их решения, а также интерпретировать и представлять результаты в понятной и доступной форме
		ОПК-1.3.	Имеет практический опыт работы над проектами или исследованиями в области прикладной и компьютерной математики, включая участие в конкурсах, олимпиадах или научных публикациях, где были решены актуальные и значимые задачи
ПК-1.	Способен формулировать задачи с математической точностью, обосновывать утверждения строго и анализировать полученные результаты в области математики и компьютерных наук	ПК-1.1.	Знает методы и подходы к формулированию задач, а также основные принципы математического доказательства и анализа результатов.
		ПК-1.2.	Умеет корректно ставить и формулировать математические задачи, применять строгие методы доказательства и анализировать полученные результаты.
		ПК-1.3.	Имеет опыт работы с задачами в области математики и компьютерных наук, включая применение математических методов для решения практических задач
ПК-2.	Способен решать типовые задачи профессиональной деятельности в области искусственного интеллекта, опираясь на информационную и библиографическую культуру, используя информационно-коммуникационные технологии и учитывая основные требования информационной безопасности	ПК-2.1.	Знает основы информационной и библиографической культуры, а также принципы информационной безопасности и применения информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности
		ПК-2.2.	Умеет эффективно использовать информационно-коммуникационные технологии для решения стандартных задач профессиональной деятельности, учитывая требования информационной безопасности
		ПК-2.3.	Имеет опыт работы с информационными ресурсами и технологиями в области искусственного интеллекта, включая соблюдение норм информационной безопасности

3. Тематический план

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Трудоемкость, академические часы				ТКУ (текущий контроль успеваемости)
		Очная форма				
		Аудиторная работа		Контроль	Самостоятельная работа	
		Лекции	Семинары			
1	Параметрическая статистика: точечное оценивание	12	12		16	Домашнее задание
2	Параметрическая статистика: интервальное оценивание	6	6	2	24	Домашнее задание, Контрольная работа
3	Параметрическая статистика: проверка гипотез	6	6		24	Домашнее задание, Контест
4	Непараметрическая статистика	4	4		10	Домашнее задание, Контест
5	Специальные методы статистики	2	2	2	10	Домашнее задание, Контест
	Экзамен			2		
	Итого:	***30***	***30***	***6***	***124***	
Объем дисциплины (модуля) (в ак. ч.)		***190***				
Объем дисциплины (модуля) (в зач. ед.)		***5***				

4. Содержание дисциплины (модуля)

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание дисциплины (модуля) по темам
1	Параметрическая статистика: точечное оценивание	Введение в параметрическую статистику. Сходимость случайных векторов. Сходимость случайных векторов. Оценки. Эффективные оценки. Метод максимального правдоподобия
2	Параметрическая статистика: интервальное оценивание	Доверительные интервалы. Классические методы доверительного оценивания. Бутстреп
3	Параметрическая статистика: проверка гипотез	Основы проверки статистических гипотез. Построение тестов. Практика проверки гипотез
4	Непараметрическая статистика	Основы непараметрической статистики. Непараметрические критерии согласия
5	Специальные методы статистики	Метод Монте-Карло

5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Основная литература:

1. Лагутин, М. Б. Наглядная математическая статистика : учебное пособие / М. Б. Лагутин. - 9-е изд. - Москва : Лаборатория знаний, 2023. - 475 с. - ISBN 978-5-93208-651-3. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.ru/catalog/product/2032511.

2. Лагутин, М. Б. Наглядная математическая статистика : учебное пособие / М. Б. Лагутин. - 9-е изд. - Москва : Лаборатория знаний, 2023. - 475 с. - ISBN 978-5-93208-651-3. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.ru/catalog/product/2032511.

Дополнительная литература:

1. Малугин, В. А. Математическая статистика : учебник для вузов / В. А. Малугин. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 218 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-06965-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/586161.

6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- механическими калькуляторами;
- специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том

числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

№	Наименование портала (издания, курса, документа)	Ссылка
1.	Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека	https://elibrary.ru/defaultx.asp
2.	База данных для IT-специалистов	https://habr.com
3.	База данных ScienceDirect	https://www.sciencedirect.com
4.	Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации	https://minobrnauki.gov.ru/
5.	Федеральный портал «Российское образование"	https://www.edu.ru/
6.	Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	http://window.edu.ru/
7.	Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов	http://school-collection.edu.ru/
8.	Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов	http://fcior.edu.ru/

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Наименование ПО	Производство	Лицензионное / свободно распространяемое
Операционные системы:		
Microsoft Imagine (Windows Client, Server)	зарубежное	лицензионное
Браузеры:		
Яндекс.Браузер	отечественное	свободно распространяемое
Google Chrome	зарубежное	свободно распространяемое
Офисные приложения:		
Microsoft Imagine (Visio, OneNote)	зарубежное	лицензионное
TeXstudio	зарубежное	свободно распространяемое
Adobe Acrobat Reader	зарубежное	свободно распространяемое
Программное обеспечение для планирования и учета времени:		
Toggle app	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления проектами:		
Microsoft Imagine (Project)	зарубежное	лицензионное
Системы управления базами данных:		
Microsoft Imagine (SQL Server)	зарубежное	лицензионное
Системы резервного копирования (backup):		
Acronis Backup Advanced for HyperV	зарубежное	лицензионное
Справочно-правовые системы:		
КонсультантПлюс: справочно-правовая система	отечественное	лицензионное
Средства антивирусной защиты:		
Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition	отечественное	лицензионное
Среды разработки:		
Visual Studio Code	зарубежное	свободно распространяемое
Bash (Unix shell)	зарубежное	свободно распространяемое
Anaconda	зарубежное	свободно распространяемое
Robotic Operating System	зарубежное	свободно распространяемое

CopelliaSim	зарубежное	свободно распространяемое
Google Colaboratory	зарубежное	свободно распространяемое
Пакеты программных средств и библиотек:		
AutoPsy	зарубежное	свободно распространяемое
Interactive Disassembler (IDA)	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления библиографической информацией:		
Zotero	зарубежное	свободно распространяемое
Сервисы и службы:		
Bind	зарубежное	свободно распространяемое
Docker	зарубежное	свободно распространяемое

7. Методические и оценочные материалы

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Математическая статистика» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекции, семинары, домашние задания, контрольная работа и контест, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив. Кроме того, студентам предоставляется возможность получения бонусных баллов за высокий уровень выполнения домашних заданий, превышающий стандартные требования, проявление инициативы и креативности.

Лекция – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удается, следует сформулировать вопрос и задать его преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

Семинар – это форма учебной деятельности, проводимая в учебном заведении под руководством преподавателя, где студенты активно участвуют в обсуждениях, практических заданиях и других формах взаимодействия.

Для успешной подготовки к семинару рекомендуется заранее ознакомиться с темой занятия и основными материалами, чтобы иметь возможность активно участвовать в обсуждении. Также полезно подготовить вопросы и идеи для обсуждения, что поможет глубже понять материал и продемонстрировать заинтересованность.

Домашнее задание – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал. Использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

Контрольная работа – письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время.

Цель контрольной работы – получить специальные знания по одной или нескольким темам дисциплины и продемонстрировать навыки их практического применения.

Контест – интерактивная платформа с заданиями разного уровня сложности и

автоматической проверкой результатов.

Контест позволяет оперативно оценивать усвоение материала и выявлять пробелы в знаниях через тесты и практические задачи. Такой формат способствует регулярной самопроверке и повышает мотивацию к изучению дисциплины.

Самостоятельная работа – работа студентов, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине (модулю) «Математическая статистика»

Оценивание уровня учебных достижений, обучающихся по дисциплине (модулю), осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) осуществляется в форме ***экзамена***, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом, если иное не указано в силлабусе дисциплины:

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
10	Отлично	Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину. Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами.
9	Отлично	
8	Отлично	
7	Хорошо	Студент обладает знаниями предмета почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты
6	Хорошо	

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
		анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами.
5	Удовлетворительно	Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине (модулю), но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Студент способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования.
4	Удовлетворительно	
3	Не сдан	Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы.
2	Не сдан	
1	Не сдан	

Дисциплина (модуль) «Математическая статистика» оценивается следующим образом:

Активность	Вес	Количество	Описание
Домашнее задание	15%	15	Набор задач по темам недели
Контест	30%	3	Интерактивные задания разного уровня сложности с автоматической проверкой результатов
Контрольная работа	20%	1	Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время
Экзамен	35%	1	Письменная или устная работа над заданием, направленным на проверку полученных знаний и навыков по дисциплине (модулю)

В рамках изучения дисциплины (модуля) возможно получение бонусных баллов.

Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модулю) «Математическая статистика»: «0,15 × среднее за домашние задания + 0,3 × среднее за контесты + 0,3 × контрольная работа + 0,35 × экзамен».

Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

Примерные домашние задания

Домашнее задание 1.

Задание 1. Опишите основные понятия параметрической статистики: выборка, статистическая модель, параметр распределения, точечная оценка. Приведите примеры распределений (нормальное, биномиальное, экспоненциальное) и их параметров.

Задание 2. Для заданного набора данных (например, выборка из нормального или экспоненциального распределения) вычислите выборочные оценки параметров (среднее, дисперсия). Сравните их с истинными значениями (если известны) и проанализируйте поведение оценок при увеличении объёма выборки.

Задание 3. Примените метод максимального правдоподобия для нахождения оценок параметров распределения (на выбор: нормальное, биномиальное или экспоненциальное). Выведите формулы аналитически и реализуйте вычисления на примере синтетических или реальных данных.

Задание 4: Исследуйте свойства оценок: состоятельность, несмещённость, эффективность. На моделированных данных покажите, как оценки ведут себя при росте объёма выборки. Постройте графики зависимости смещения и дисперсии от размера выборки.

Домашнее задание 2.

Задание 1. Постройте доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии нормально распределённой случайной величины при известной и неизвестной дисперсии. Объясните, почему в каждом случае используется разное распределение (нормальное, t-Стьюдента, хи-квадрат).

Задание 2. Для заданной выборки постройте доверительные интервалы различными методами: аналитически (по формулам) и с помощью бутстрепа. Сравните полученные интервалы и проанализируйте их ширину и покрытие при разных уровнях доверия.

Задание 3. Проведите численный эксперимент: сгенерируйте множество выборок из известного распределения и постройте доверительные интервалы для среднего. Оцените долю интервалов, накрывающих истинное значение (покрытие). Проанализируйте, как покрытие зависит от объёма выборки и уровня доверия.

Задание 4: Используя бутстреп, постройте доверительные интервалы для медианы и коэффициента вариации — параметров, для которых нет аналитических формул. Сравните результаты с классическими интервалами для среднего.

Домашнее задание 3.

Задание 1. Сформулируйте нулевую и альтернативную гипотезы для проверки равенства среднего значения генеральной совокупности заданному числу. Проведите z- или t-тест, в зависимости от условий, и сделайте вывод на основе p-value.

Задание 2. Проверьте гипотезу о равенстве средних двух независимых выборок с помощью t-критерия Стьюдента. Проверьте предпосылки (нормальность, равенство дисперсий), при необходимости используйте непараметрическую альтернативу.

Задание 3. Постройте мощность теста численно: зафиксируйте объём выборки и уровень значимости, затем оцените вероятность отвержения нулевой гипотезы при различных значениях альтернативы. Постройте график мощности.

Задание 4: Проведите множественную проверку гипотез (например, сравнение средних в нескольких группах). Примените поправку Бонферрони или метод Холма для контроля уровня ложных открытий (FWER). Объясните, зачем такие поправки нужны.

Примерные задания для контеста
Контест 1.

Задание 1.
Как называется вероятность отвергнуть нулевую гипотезу, когда она верна?
Ответ: ошибка первого рода / уровень значимости / alpha

Задание 2.
Для проверки гипотезы о среднем при известной дисперсии нормального распределения используется:

A) t-критерий
B) критерий хи-квадрат
C) z-критерий
D) критерий Фишера

Ответ: C
Задание 3.
Выборка из 25 наблюдений имеет среднее 10.4 и стандартное отклонение 2. Проверяется гипотеза $H0:\mu=10$ против $H1:\mu\square=10$.
Рассчитайте значение t-статистики. Округлите до двух знаков после запятой.
Ответ: 1.00
Задание 4.
p-value оказалось равно 0.03. При уровне значимости 0.05 нулевая гипотеза:

A) Принимается
B) Отклоняется
C) Требуется больше данных
D) Не может быть проверена

Ответ: B
Задание 5.
При сравнении средних двух независимых выборок объёмом 15 и 18, с равными, но неизвестными дисперсиями, число степеней свободы для t-критерия Стьюдента равно:
Ответ: 31

Контест 2.

Задание 1.
Какой критерий используется для проверки гипотезы о медиане одной выборки при отсутствии предположений о распределении?

A) t-критерий
B) Критерий знаков
C) Критерий хи-квадрат
D) Критерий Фишера

Ответ: B
Задание 2.
Критерий Манна–Уитни применяется для сравнения:

A) Дисперсий двух выборок
B) Средних трёх и более выборок
C) Медиан двух независимых выборок
D) Согласия с нормальным распределением

Ответ: C
Задание 3
Выборка: 3, 5, 7, 8, 10. Проверяется гипотеза о том, что медиана равна 6.
Сколько наблюдений больше 6?
Ответ: 3
Задание 4
Критерий Колмогорова–Смирнова используется для проверки:

A) Равенства средних
B) Нормальности распределения
C) Независимости признаков
D) Согласия эмпирического распределения с теоретическим

Ответ: D

Задание 5
Для двух выборок объёмом 10 и 12 критерий Манна–Уитни дал статистику $U=35$.
Чему равна сумма рангов в первой выборке?
Подсказка: $U=R1-2n1(n1+1)$
Ответ: 90

Контест 3.

Задание 1
Метод Монте-Карло основан на:

A) Аналитических преобразованиях
B) Символьных вычислениях
C) Случайном моделировании
D) Градиентном спуске

Ответ: C
Задание 2
Чтобы оценить $E[X2]$, где $X\sim Uniform(0,2)$, с помощью Монте-Карло нужно:

A) Взять одно значение X и возвести в квадрат
B) Сгенерировать много значений X, возвести в квадрат, найти среднее
C) Решить интеграл аналитически
D) Построить гистограмму

Ответ: B
Задание 3
С помощью метода Монте-Карло оцените $\int 01e-x2dx$.
Сгенерируйте 10000 точек из $Uniform(0,1)$, вычислите среднее $e-xi2$.
Введите результат с точностью до 3 знаков после запятой.
Примерный правильный ответ: 0.747
(Система принимает значения в диапазоне [0.740, 0.755] с учётом статистической вариации)
Задание 4
Чтобы оценить мощность теста с помощью Монте-Карло, нужно:

A) Проверить гипотезу один раз
B) Многократно моделировать данные под альтернативой и считать долю отвержений $H0$
C) Найти p-value аналитически
D) Использовать бутстреп

Ответ: B
Задание 5
Пусть $X1,\ldots,Xn\sim N(0,1)$. Оцените с помощью Монте-Карло вероятность $P(X^{-}>0.5)$ при $n=25$.
Проведите 10000 симуляций. Введите результат с точностью до 3 знаков после запятой.
Примерный правильный ответ: 0.006
(Допустимый диапазон: [0.005, 0.007])

Примерные задания для контрольной работы

1. Выборка объёмом 100 из нормального распределения имеет выборочное среднее 15.2. Является ли это значение точечной оценкой математического ожидания? Обоснуйте ответ.
2. Для выборки $x_1,x_2,\ldots,x_n$ из экспоненциального распределения с плотностью $f(x)=\lambda e-\lambda x$, $x>0$, запишите функцию правдоподобия.

3. Найдите оценку максимального правдоподобия параметра λ для экспоненциального распределения.
4. Выборка: 4, 6, 5, 7, 3. Найдите несмещённую оценку дисперсии.
5. Что означает, что оценка является *состоятельной*? Приведите пример состоятельной оценки.
6. Постройте 95%-й доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения, если известно: $\bar{x}=20$, $\sigma=4$, $n=64$. Используйте квантиль $z0.975=1.96$.
7. Чему равен коэффициент доверия, если уровень значимости $\alpha=0.01$?
8. В каком случае для построения доверительного интервала для среднего используется t-распределение вместо нормального?
9. Объясните, в чём суть метода бутстрепа при построении доверительного интервала для медианы.
10. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёмом 25. Выборочное среднее — 50, исправленное стандартное отклонение — 10. Найдите значение t-статистики для проверки гипотезы $H0:\mu=48$.

Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

№ п/п	Задание	Ответ	Компетенция
1.	Вычислите выборочное среднее для выбора: 2, 4, 6, 8.	5	ПК-1
2.	Укажите значение второй порядковой статистики для выборки: 5, 1, 9, 2.	2	ПК-2
3.	FДля выбора 1, 2, 2, 4 укажите значение эмпирической функции распределения.$Фн$(2).	0,75	УК-1
4.	Укажите название кондуктов, утверждающих равномерную сходимость.$Фн$(x)кF (x)почти наверняка.	Гливенко–Кантелли	ПК-1
5.	Укажите пределы предельных измерений: если$Xн⇒X$, то говорят о сходимости по _____.	нейтральное	УК-2
6.	Укажите значение $z_{0,975}$(квантиль стандартного нормального распределения).	1.96	ПК-2
7.	Для нормальных моделей при закрытии$\sigma=2,н=25,x=10$укажите 95%-доверительный интервал дляμв виде «левая;правая» (с расстояния до 0,01).	9.22;10.78	УК-2
8.	При взгляде на гипотезы на уровне инноваций$\alpha=0,05$укажите решение, если p-значение равно 0,03 (одно слово).	закрываем	УК-2
9.	Укажите формулировку ошибки I рода (одно словосочетание).	ложное отклонение	ОПК-1
10.	Укажите название основы построения наиболее мощного критерия для простых альтернатив и простых нулевых гипотез.	Неймана–Пирсона	ОПК-1