ЦЕНТРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДЕНА

Решением Ученого совета
АНО ВО «Центральный университет»
«07» марта 2024 г.
Протокол №1

Рабочая программа дисциплины (модуля)
«Математический анализ. Часть 3»

Направление подготовки: *02.03.01 Математика и компьютерные науки*

Направленность (профиль) подготовки: *Программа двух дипломов НИУ ВШЭ и ЦУ «Прикладная математика и информатика»*

Квалификация (степень) выпускника: *бакалавр*

Форма обучения: *очная*

Срок освоения программы: *4 года*

Год набора: *2024*

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 0215B0C000D1B3FEB44A37EE631E0C27D4
Владелец: Ивашкевич Евгений Васильевич
Действителен: с 13.01.2026 до 13.04.2027

Электронный документ

Москва
2024

Содержание

1. **Краткая характеристика дисциплины (модуля)** 3
2. **Перечень планируемых результатов обучения** 5
3. **Тематический план** 7
4. **Содержание дисциплины (модуля)** 8
5. **Учебно-методическое обеспечение** 9
6. **Материально-техническое обеспечение** 9
7. **Методические и оценочные материалы** 11

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Математический анализ. Часть 3» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», профиль «Программа двух дипломов НИУ ВШЭ и ЦУ «Прикладная математика и информатика», утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 807 от 23.08.2017 года.

Изучение дисциплины (модуля) «Математический анализ. Часть 3» позволяет исследовать и решать сложные прикладные задачи, где простые одно-мерные методы оказываются недостаточными, тем самым повышая их профессиональную компетентность и конкурентоспособность на научном и отраслевом рынках труда.

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина (модуль) включена в учебный план по программе подготовки бакалавриата по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», профиль «Программа двух дипломов НИУ ВШЭ и ЦУ «Прикладная математика и информатика» и входит в вариативную часть Блока 1, формируемую участниками образовательных отношений, как дисциплина по выбору.

Дисциплина (модуль) доступна для изучения на 3 или 4 курсе в 6, 7, 8 семестрах на выбор после успешного освоения дисциплин (модулей): «Математический анализ. Часть 1», «Математический анализ. Часть 2» и «Линейная алгебра и геометрия. Часть 1», «Линейная алгебра и геометрия. Часть 2» или «Математический анализ. Продвинутый уровень. Часть 1», «Математический анализ. Продвинутый уровень. Часть 2» и «Линейная алгебра и геометрия. Продвинутый уровень. Часть 1», «Линейная алгебра и геометрия. Продвинутый уровень. Часть 2».

Цель изучения дисциплины (модуля): формирование у студентов знаний анализа функций нескольких переменных, интегральных и дифференциальных методов в многомерных пространствах, а также подготовить их к самостоятельному использованию этих инструментов при решении задач в математической физике, геометрии, экономике и компьютерных науках.

Задачи изучения дисциплины (модуля):

- изучить дифференциальное исчисление функций нескольких переменных;
- оценить Сходимость и свойства функций, задаваемых рядами;
- освоить разложения в ряд Фурье и их обобщения;
- изучить основы многомерного дифференциального анализа на многообразиях;
- развивать навыки математической доказательности и построения моделей.

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

знать:

- основные свойства и условия сходимости рядов фурье;
- классификацию особенностей и характер поведения интегралов с параметрами;
- связь между преобразованием фурье и свёрткой, а также с линейными дифференциальными уравнениями;

уметь:

- строить и исследовать ряды фурье для периодических функций, в том числе с разрывами;
- применять критерии равномерной, абсолютной и точечной сходимости рядов фурье;
- вычислять интегралы с параметрами и проверять условия корректности перестановки пределов (лейбниц, теорема фубини и др.);

— выполнять прямое и обратное преобразование фурье для типичных функций**;**

владеть:

— навыками аналитического разложения функций в ряды фурье и применения ортогональных базисов;

— методикой анализа параметрически заданных интегралов, в том числе с осциллирующими и особенными ядрами;

— навыками использования преобразования фурье для анализа частотных характеристик сигналов.

2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

Компетенция	Содержание компетенции	Индикатор компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)
УК-1.	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1.	Знает методы поиска и анализа информации в области искусственного интеллекта, основные принципы критической оценки источников информации и их релевантности.
		УК-1.2.	Умеет критически оценивать источники информации и синтезировать данные из различных источников для решения задач, применять системный подход к анализу и решению комплексных проблем
		УК-1.3.	Имеет практический опыт работы с современными инструментами и технологиями для обработки информации, формулировании и структурировании задач на основе полученной информации
УК-2.	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1.	Знает действующие правовые нормы, регулирующие деятельность в области решения задач, основные методы и подходы к определению круга задач
		УК-2.2.	Умеет определять круг задач в рамках поставленной цели, выбирать оптимальные способы решения задач, учитывая имеющиеся ресурсы и ограничения
		УК-2.3.	Имеет практический опыт применения знаний о правовых нормах и ресурсах в реальных ситуациях, разработки и реализации решений в соответствии с установленными ограничениями
ОПК-1.	Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы прикладной и компьютерной математики	ОПК-1.1.	Знает основные методы и подходы к решению задач прикладной и компьютерной математики, включая алгоритмы, математическое моделирование и теорию оптимизации, а также современные инструменты и технологии, используемые в этой области
		ОПК-1.2.	Умеет анализировать и формулировать математические

			задачи, применять соответствующие методы и алгоритмы для их решения, а также интерпретировать и представлять результаты в понятной и доступной форме
		ОПК-1.3.	Имеет практический опыт работы над проектами или исследованиями в области прикладной и компьютерной математики, включая участие в конкурсах, олимпиадах или научных публикациях, где были решены актуальные и значимые задачи
ПК-1.	Способен формулировать задачи с математической точностью, обосновывать утверждения строго и анализировать полученные результаты в области математики и компьютерных наук	ПК-1.1.	Знает методы и подходы к формулированию задач, а также основные принципы математического доказательства и анализа результатов.
		ПК-1.2.	Умеет корректно ставить и формулировать математические задачи, применять строгие методы доказательства и анализировать полученные результаты.
		ПК-1.3.	Имеет опыт работы с задачами в области математики и компьютерных наук, включая применение математических методов для решения практических задач
ПК-2.	Способен решать типовые задачи профессиональной деятельности в области искусственного интеллекта, опираясь на информационную и библиографическую культуру, используя информационно-коммуникационные технологии и учитывая основные требования информационной безопасности	ПК-2.1.	Знает основы информационной и библиографической культуры, а также принципы информационной безопасности и применения информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности
		ПК-2.2.	Умеет эффективно использовать информационно-коммуникационные технологии для решения стандартных задач профессиональной деятельности, учитывая требования информационной безопасности
		ПК-2.3.	Имеет опыт работы с информационными ресурсами и технологиями в области искусственного интеллекта, включая соблюдение норм информационной безопасности

3. Тематический план

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Трудоемкость, академические часы				ТКУ (текущий контроль успеваемости)
		Очная форма				
		Аудиторная работа		Контроль	Самостоятельная работа	
		Лекции	Семинары			
1.	Ряды Фурье. Элементы функционального анализа	14	14	2	60	Домашнее задание Контрольная работа
2.	Интегралы, зависящие от параметра и специальные функции	16	16	4	60	Домашнее задание Контрольная работа Коллоквиум
	Зачет с оценкой			4		Итоговая работа
	Итого:	***30***	***30***	***10***	***120***	
Объем дисциплины (модуля) (в ак. ч.)		***190***				
Объем дисциплины (модуля) (в зач. ед.)		***5***				

4. Содержание дисциплины (модуля)

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание дисциплины (модуля) по темам
1.	Ряды Фурье. Элементы функционального анализа	Элементы функционального анализа: метрические пространства, нормированные пространства Элементы функционального анализа: евклидовы пространства Ряды Фурье по ортогональным системам. Тригонометрические ряды Фурье Сходимость тригонометрического ряда Фурье Суммирование ряда Фурье методом средних арифметических Приближение функций многочленами и тригонометрическими многочленами Полнота системы функций Различные виды сходимости ряда Фурье
2.	Интегралы, зависящие от параметра и специальные функции	Определённый интеграл с параметром Несобственный интеграл с параметром: равномерная сходимость Непрерывность интеграла с параметром. Интегрирование и дифференцирование интеграла по параметру. Часть 1 Непрерывность интеграла с параметром. Интегрирование и дифференцирование интеграла по параметру. Часть 2 B-функция и Г-функция Эйлера Интеграл Фурье Преобразование Фурье. Свертка

5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Основная литература:

1. Пантелеев, А. В. Математический анализ : учебное пособие / А. В. Пантелеев, Н. И. Савостьянова, Н. М. Федорова. — Москва : ИНФРА-М, 2023. — 502 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/1077332. - ISBN 978-5-16-016008-5. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.ru/catalog/product/1898119

2. Математический анализ : учебное пособие / О.И. Воронин, В. А. Жулего, С. М. Демидов [и др.]. ; под ред. А. М. Попова. - Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2024. - 224 с. - ISBN 978-5-9729-1720-4. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.ru/catalog/product/2171787

Дополнительная литература:

1. Пергунов, В. В. Математический анализ: расширенный курс лекций : курс лекций / В. В. Пергунов. – 2-е изд., стер. – Москва : ФЛИНТА, 2025. – 224 с. – ISBN 978-5-9765-5743-7. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.ru/catalog/product/2216038

6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- механическими калькуляторами;
- специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том

числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

№	Наименование портала (издания, курса, документа)	Ссылка
1.	Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека	https://elibrary.ru/defaultx.asp
2.	База данных для IT-специалистов	https://habr.com
3.	База данных ScienceDirect	https://www.sciencedirect.com
4.	Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации	https://minobrnauki.gov.ru/
5.	Федеральный портал «Российское образование"	https://www.edu.ru/
6.	Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	http://window.edu.ru/
7.	Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов	http://school-collection.edu.ru/
8.	Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов	http://fcior.edu.ru/

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модуле), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Наименование ПО	Производство	Лицензионное / свободно распространяемое
Операционные системы:		
Microsoft Imagine (Windows Client, Server)	зарубежное	лицензионное
Браузеры:		
Яндекс.Браузер	отечественное	свободно распространяемое
Google Chrome	зарубежное	свободно распространяемое
Офисные приложения:		
Microsoft Imagine (Visio, OneNote)	зарубежное	лицензионное
TeXstudio	зарубежное	свободно распространяемое
Adobe Acrobat Reader	зарубежное	свободно распространяемое
Программное обеспечение для планирования и учета времени:		
Toggle app	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления проектами:		
Microsoft Imagine (Project)	зарубежное	лицензионное
Системы управления базами данных:		
Microsoft Imagine (SQL Server)	зарубежное	лицензионное
Системы резервного копирования (backup):		
Acronis Backup Advanced for HyperV	зарубежное	лицензионное
Справочно-правовые системы:		
КонсультантПлюс: справочно-правовая система	отечественное	лицензионное
Средства антивирусной защиты:		
Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition	отечественное	лицензионное
Среды разработки:		
Visual Studio Code	зарубежное	свободно распространяемое
Bash (Unix shell)	зарубежное	свободно распространяемое
Anaconda	зарубежное	свободно распространяемое
Robotic Operating System	зарубежное	свободно распространяемое

CopelliaSim	зарубежное	свободно распространяемое
Google Colaboratory	зарубежное	свободно распространяемое
Пакеты программных средств и библиотек:		
AutoPsy	зарубежное	свободно распространяемое
Interactive Disassembler (IDA)	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления библиографической информацией:		
Zotero	зарубежное	свободно распространяемое
Сервисы и службы:		
Bind	зарубежное	свободно распространяемое
Docker	зарубежное	свободно распространяемое

7. Методические и оценочные материалы

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Математический анализ. Часть 3» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекция, семинары, домашние задания, контрольные работы, коллоквиум, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

Лекция – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удается, следует сформулировать вопрос и задать его преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

Семинар — это форма учебной деятельности, проводимая в учебном заведении под руководством преподавателя, где студенты активно участвуют в обсуждениях, практических заданиях и других формах взаимодействия.

Для успешной подготовки к семинару рекомендуется заранее ознакомиться с темой занятия и основными материалами, чтобы иметь возможность активно участвовать в обсуждении. Также полезно подготовить вопросы и идеи для обсуждения, что поможет глубже понять материал и продемонстрировать заинтересованность.

Домашнее задание – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал, использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

Контрольная работа – письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время.

Цель контрольной работы - получить специальные знания по одной или нескольким темам дисциплины (модуля) и продемонстрировать навыки их практического применения.

Коллоквиум – устные ответы на вопросы, список которых известен студенту заранее.

В процессе подготовки к коллоквиуму необходимо проанализировать учебные материалы, ознакомившись с лекциями, учебниками и дополнительными источниками, акцентируя внимание на ключевых темах. Рекомендуется создать структурированные

конспекты, выделяя основные идеи, термины и формулы.

Самостоятельная работа – работа студентов, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине (модуле) «Математический анализ. Часть 3»

Оценивание уровня учебных достижений, обучающихся по дисциплине (модулю), осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) осуществляется в форме ***зачета с оценкой***, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом, если иное не указано в силлабусе дисциплины:

Десятибалльная оценка	**Пятибалльная оценка**	**Оценка за зачет**	**Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)**
10	Отлично	Зачтено	Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину. Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами.
9	Отлично	Зачтено	
8	Отлично	Зачтено	
7	Хорошо	Зачтено	Студент обладает знаниями предмета почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на
6	Хорошо	Зачтено	

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Оценка за зачет	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
			наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами.
5	Удовлетворительно	Зачтено	Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине (модулю), но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Студент способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования.
4	Удовлетворительно	Зачтено	
3	Не сдан	Не зачтено	Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы.
2	Не сдан	Не зачтено	
1	Не сдан	Не зачтено	

Дисциплина (модуль) «Математический анализ. Часть 3» оценивается следующим образом:

Активность	Вес	Количество	Описание
Домашнее задание	15%	14	Форма проверки знаний, при которой студент отвечает на вопросы преподавателя в устной форме, демонстрируя свои знания и понимание темы
Коллоквиум	20%	1	Устные ответы на вопросы, список которых известен студенту заранее
Контрольная работа	30%	2	Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время
Зачет с оценкой	35%	1	Итоговая работа - письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время, возможен дополнительный устный экзамен

Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модуле) «Математический анализ. Часть 3»: «0,15× среднее за домашнее задание + 0,2 ×коллоквиум + 0,3 × среднее за контрольные работы + 0,35 × зачет с оценкой».

Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модуле)

Примерные домашние задания

1. **Коэффициенты Фурье** – для функции

$f(x)=\{0,1,-\pi\le x<0,0\le x\le\pi,$

запишите её 2\pi\)-периодическое продолжение, найдите коэффициенты \(a_{n},b_{n} и запишите ряд Фурье. Проверьте полученный ряд в точке разрыва (теорема Дирихле).

2. **Сходимость ряда Фурье** – докажите, что если $f\in C1(R)$ и периодична, то её ряд Фурье сходится к f равномерно на R. Оформите доказательство, используя интеграл Дирихле и оценку остаточного члена.

3. **Прямое и обратное преобразование Фурье** – найдите прямое преобразование Фурье функции

$g(t)=t2+a21,a>0,$

а затем полученный образ верните обратно, проверив формулу Параллель-Поля (парсевская теорема).

4. **Интеграл с параметром** – вычислите

$I(\alpha)=\int 0\infty x2+1\cos(\alpha x)dx,\alpha\in R,$

используя теорему о дифференцировании под знаком интеграла (правило Лейбница) и известный интеграл $\int 0\infty e-x\cos(\beta x)dx$.

5. **Фубини и перестановка пределов** – покажите, что при $\Re p>0$, $\Re q>0$ справедливо

$\int 0\infty\int 0\infty xp-1yq-1e-(x+y)dxdy=\Gamma(p)\Gamma(q)=\int 0\infty tp+q-1e-tdt.$

Обоснуйте возможность менять порядок интегрирования (теорема Фубини).

6. **Резидуа и параметрический интеграл** – при помощи метода вычетов найдите

$J(a)=\int -\infty\infty x2+b2eiaxdx,a,b>0.$

Укажите, какие полюса учитываются, и выведите окончательную формулу.

7. **Применение Фурье к краевой задаче** – решите задачу Дирихле на отрезке $[0,\pi]$ для уравнения

$u''(x)+\lambda u(x)=f(x),u(0)=u(\pi)=0,$

где $f(x)=x(\pi-x)$. Представьте решение в виде ряда синусов Фурье и найдите коэффициенты λ, при которых решение существует.

Примерные задания для коллоквиума

1. Перечислите три базовых свойства коэффициентов Фурье (через запятую).
2. Как называется условие, обеспечивающее равномерную сходимость ряда Фурье к функции в точке разрыва? (одно слово)
3. Запишите формулу преобразования Фурье для функции $f\in L1(R)$.
4. Как называется теорема, позволяющая менять порядок интегрирования в двойном интеграле при абсолютной сходимости? (одно слово)
5. Что такое «резидуум» в контексте интегралов Фурье? (одно слово)
6. Укажите тип сингулярности функции $\Gamma(z)$ в точке $z=0$. (одно слово)
7. Как называется связь между преобразованием Фурье и свёрткой? (одно слово)
8. Какой принцип гарантирует, что $\|Ff\|L2=\|f\|L2$? (одно слово)
9. Запишите условие (коротко), при котором можно дифференцировать под знаком интеграла $F(\alpha)=\int abf(x,\alpha)dx$.
10. Назовите физический закон, который часто выводят из уравнения теплопроводности с помощью преобразования Фурье. (одно слово)

Примерные задания для контрольной работы

1. **Ряды Фурье**

а) Для функции $f(x)=|x|$ на $[-\pi,\pi]$ найдите коэффициенты $a0,an,bn$.

б) Укажите, к чему сходится ряд в точке $x=0$ и объясните, почему (теорема Дирихле).

2. **Сходимость и оценка**

а) Доказать, что если f непрерывна и кусочно-гладка, то ряд Фурье сходится к f равномерно.

б) Вывести неравенство Парсеваля для частичных сумм ряда Фурье и пояснить его смысл.

3. **Интегралы с параметром**

а) Вычислить $I(\lambda)=\int 0\infty 1+xx\lambda-1dx$ при $\Re\lambda\in(0,1)$ (использовать бета-функцию).

б) Объяснить, при каких условиях можно переставить порядок интегрирования в двойном интеграле $\int 0\infty\int 0\infty e-(x+y)xp-1yq-1dxdy$.

4. **Фурье-преобразование и резидуа**

а) С помощью метода вычетов найдите $J(\omega)=\int -\infty\infty x2+a2ei\omega xdx$, $a>0$.

б) Приведите формулу обратного преобразования и проверьте, что $F-1\{J(\omega)\}=\pi e-a|x|/a$.

5. **Применение к краевой задаче**

а) Решить задачу Дирихле для уравнения $u''(x)-u(x)=\sin 2x$ на $[0,\pi]$, используя разложение $u(x)=n=1\sum\infty cn\sin nx$.

б) Вычислить первые три коэффициента cn и написать приближённую форму решения.

6. **Дополнительный вопрос (по выбору)**

– Оценить размер остаточного члена ряда Фурье функции $f(x)=x2$ после N\)-х членов и указать, как быстро растёт порядок сходимости при увеличении \(N.

Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

№ п/п	Задание	Ответ	Компетенция
1	Перечислите аксиомы, определяющие метрическое пространство.	Неотрицательность, симметрия, неравенство треугольника	УК-1
2	Благодаря какому свойству системы функций находятся коэффициенты Фурье?	Ортогональность / Ортонормированность	ОПК-1
3	Какие требования признака Дирихле гарантируют сходимость ряда?	Кусочно-гладкость / Ограниченная вариация	ОПК-1
4	Как классифицируются виды сходимости функциональных последовательностей?	Поточечная, равномерная, в среднем	УК-1
5	Что связывает равенство Парсеваля в контексте нормы функции?	Норма функции и сумма квадратов коэффициентов	ОПК-1
6	В каком методе анализа данных используется спектральное разложение?	PCA / Анализ главных компонент	ПК-1
7	Запишите интегральное определение преобразования Фурье.	F(ω)=∫f(t)e^{-iωt}dt	ОПК-1
8	Чему равно преобразование Фурье от свертки двух функций?	Произведению преобразований	ОПК-1

9	Какое ограничение накладывается на функцию для существования интеграла Фурье?	Абсолютная интегрируемость / L^1	УК-2
10	При каком условии допускается дифференцирование интеграла по параметру?	Равномерная сходимость производной подынтегральной функции	ОПК-1
11	Какое свойство интеграла гарантирует непрерывность предельной функции?	Равномерная сходимость интеграла	ОПК-1
12	Каким несобственным интегралом задается Гамма-функция?	∫₀^∞ x^{z-1}e^{-x}dx	ОПК-1
13	Выразите B-функцию через Гамма-функции Эйлера.	B(p,q)=Γ(p)Γ(q)/Γ(p+q)	ОПК-1
14	Какие программные пакеты применяются для символьного вычисления рядов?	SymPy / Mathematica / Maple	ПК-2
15	Что означает полнота ортогональной системы в гильбертовом пространстве?	Равенство нулю функции, ортогональной всей системе	ОПК-1
16	В каких пределах берется интеграл для Эйлерова интеграла первого рода?	От 0 до 1	УК-2
17	Как преобразование Фурье интерпретируется в обработке сигналов?	Переход из временной области в частотную	ПК-1
18	Какое уравнение математической физики решается методом Фурье?	Уравнение теплопроводности / Волновое	ОПК-1
19	Какой метод суммирования использует средние арифметические частичных сумм?	Метод Фейера	УК-1
20	Как определяется норма в пространстве интегрируемых функций L^2?	Корень из интеграла квадрата модуля функции	ОПК-1