ЦЕНТРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДЕНА

Решением Ученого совета
АНО ВО «Центральный университет»
«24» июня 2025 г.
Протокол №2

Рабочая программа дисциплины (модуля)
«Теория вероятностей. Основной уровень»

Направление подготовки: *02.03.01 Математика и компьютерные науки*

Направленность (профиль) подготовки: *Математика и искусственный интеллект*

Квалификация (степень) выпускника: *бакалавр*

Форма обучения: *очная*

Срок освоения программы: *4 года*

Год набора: *2025*

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 0215B0C000D1B3FEB44A37EE631E0C27D4
Владелец: Ивашкевич Евгений Васильевич
Действителен: с 13.01.2026 до 13.04.2027

Электронный документ

Москва
2025

Содержание

1. **Краткая характеристика дисциплины (модуля)** 3
2. **Перечень планируемых результатов обучения** 5
3. **Тематический план** 6
4. **Содержание дисциплины (модуля)** 6
5. **Учебно-методическое обеспечение** 7
6. **Материально-техническое обеспечение** 7
7. **Методические и оценочные материалы** 9

1. Краткая характеристика дисциплины (модуля)

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Теория вероятностей. Базовый уровень» составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», профиль «Математика и искусственный интеллект», утвержденный приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 807 от 23.08.2017 года.

Изучение дисциплины (модуля) «Теория вероятностей. Основной уровень» позволяет обучающемуся строить адекватные модели реальных процессов и обоснованно интерпретировать данные в условиях неполной информации. Кроме того, теория вероятностей является математическим фундаментом является математическим фундаментом для статистики, машинного обучения, эконометрики и анализа данных, обеспечивая инструменты для работы с неопределённостью.

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина (модуль) включена в учебный план по программе подготовки бакалавриата по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», профиль «Математика и искусственный интеллект» и входит в обязательную часть Блока 1, как дисциплина по выбору.

Дисциплина (модуль) изучается на 2 или 3 курсе в 3, 4 или 5 семестре на выбор. Доступна после изучения одной из дисциплин (модулей): «Основы математического анализа и линейной алгебры», или «Математический анализ» и «Линейная алгебра и геометрия», или «Математический анализ. Продвинутый уровень» и «Линейная алгебра и геометрия. Продвинутый уровень».

Цель изучения дисциплины (модуля): сформировать у обучающегося системное понимание основ теории вероятностей и развитие навыков построения и анализа вероятностных моделей для решения практических задач в условиях неопределённости.

Задачи изучения дисциплины (модуля):

— освоить аксиоматическую основу теории вероятностей и научиться строить вероятностные пространства для классических и прикладных задач;

— изучить понятие условной вероятности и научиться применять формулу полной вероятности и теорему Байеса для анализа гипотез и принятия решений;

— освоить основные распределения случайных величин и уметь вычислять их числовые характеристики в одномерных и многомерных задачах;

— развить навыки применения предельных теорем, включая закон больших чисел и центральную предельную теорему, для анализа сходимости и оценки вероятностей;

— научиться интерпретировать результаты вероятностного анализа и применять их при обработке данных и принятии решений в различных предметных областях.

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен:

знать:

— основные аксиомы теории вероятностей и понятие вероятностного пространства;

— классическую модель вероятности и примеры ее применения;

— условную вероятность, формулу полной вероятности и теорему Байеса;

— понятие независимости событий и случайных величин;

— основные характеристики случайных величин;

— основные распределения случайных величин и их свойства;

— закон больших чисел, центральную предельную теорему и другие основные теоремы теории вероятностей.

уметь:

— формулировать вероятностные задачи и проводить их анализ;

— применять теорему Байеса при решении вероятностных задач;

— вычислять основные числовые характеристики случайных величин;

— использовать вероятностные неравенства для оценки вероятностей случайных событий;

— решать задачи на сходимость случайных величин, в том числе с использованием закона больших чисел;

— проводить расчет и анализ вероятностей в многомерных вероятностных пространствах.

владеть:

— навыками применения вероятностных моделей к решению практических задач;

— навыками работы с моделями многомерных распределений;

— навыками построения и использования вероятностных моделей в условиях неопределенности;

— навыками интерпретации результатов вероятностного анализа;

— навыками применения вероятностных методов при анализе данных и принятии решений;

— навыками использования аппарата теории вероятностей для решения прикладных задач в различных предметных областях.

2. Перечень планируемых результатов обучения

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) при проведении учебных занятий в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками Университета и в форме самостоятельной работы обучающихся:

Компетенция	Содержание компетенции	Индикатор компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)
ОПК-1.	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1.	Знает основные концепции и теории в области математического анализа и смежных дисциплин; методы и подходы, используемые в различных областях математики
		ОПК-1.2.	Умеет применять математические методы для решения профессиональных задач
		ОПК-1.3.	Имеет практический опыт разработки и реализация математических моделей в профессиональной деятельности
ПК-1.	Способен формулировать задачи с математической точностью, обосновывать утверждения строго и анализировать полученные результаты в области математики и компьютерных наук	ПК-1.1.	Знает методы и подходы к формулированию задач, а также основные принципы математического доказательства и анализа результатов
		ПК-1.2.	Умеет корректно ставить и формулировать математические задачи, применять строгие методы доказательства и анализировать полученные результаты
		ПК-1.3.	Имеет опыт работы с задачами в области математики и компьютерных наук, включая применение математических методов для решения практических задач

3. Тематический план

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Трудоемкость, академические часы				ТКУ (текущий контроль успеваемости)
		Очная форма				
		Аудиторная работа		Контроль	Самостоятельная работа	
		Лекции	Семинары			
1	Основы вероятностного моделирования	6	12	2	18	Домашнее задание Контрольная работа Контест
2	Аксиоматика и непрерывные модели	8	12	2	26	Домашнее задание Контрольная работа Контест
3	Продвинутые темы и приложения	8	16	2	26	Домашнее задание Контрольная работа Контест
	Экзамен			**6**		
	Итого:	***42***	***60***	***12***	***76***	
Объем дисциплины (модуля) (в ак. ч.)		***190***				
Объем дисциплины (модуля) (в зач. ед.)		***5***				

4. Содержание дисциплины (модуля)

№п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Содержание дисциплины (модуля) по темам
1	Основы вероятностного моделирования	Комбинаторика Дискретное вероятностное пространство Условная вероятность Дискретные случайные величины
2	Аксиоматика и непрерывные модели	Аксиоматика Колмогорова Общее понятие случайной величины, абсолютно непрерывные случайные величины
3	Продвинутые темы и приложения	Характеристические функции Применение характеристических функций Гауссовские случайные величины и гауссовские векторы Условное математическое ожидание Стоимость под риском (VaR)

5. Учебно-методическое обеспечение

Университет располагает полным набором лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, включая продукты отечественного производства.

Каждый студент в течение всего периода обучения получает индивидуальный неограниченный доступ к электронно-библиотечной системе и электронной информационно-образовательной среде университета. Эти системы предоставляют возможность доступа к ресурсам из любой точки, где есть подключение к сети Интернет, как на территории университета, так и за его пределами.

Студентам обеспечен удаленный доступ к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Основная литература:

1. Прохоров, Ю. В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Ю. В. Прохоров, Л. С. Пономаренко. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 219 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-20239-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/583019.

2. Коган, Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / Е.А. Коган, А.А. Юрченко. — Москва : ИНФРА-М, 2024. — 250 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-16-015649-1. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.ru/catalog/product/2078388.

Дополнительная литература:

1. Хуснутдинов, Р. Ш. Теория вероятностей : учебник / Р. Ш. Хуснутдинов. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 175 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-005312-7. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.ru/catalog/product/1844322.

2. Ширяев, А. Н. Вероятность в теоремах и задачах (с доказательствами и решениями). Книга 1: Учебное пособие / Ширяев А.Н., Эрлих И.Г., Яськов П.А. - Москва :МЦНМО, 2014. - 648 с.: ISBN 978-5-4439-2082-5. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/969687.

6. Материально-техническое обеспечение

Университет располагает материально-технической базой, соответствующей действующим противопожарным правилам и нормам и обеспечивающей проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работ обучающихся, предусмотренных учебным планом.

Помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского (практического) типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Изучение дисциплины (модуля) обеспечивается в учебных аудиториях, оснащенных:

- столами и стульями;
- компьютерной техникой;
- механическими калькуляторами;
- специализированным оборудованием, включая демонстрационное оборудование.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, в том числе приспособленные для использования инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Обучающимся предоставляется доступ (в том числе удаленный) к ресурсам информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», электронным ресурсам (в том числе электронным библиотечным системам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам):

№	Наименование портала (издания, курса, документа)	Ссылка
1.	Научная электронная библиотека elibrary.ru библиотека	https://elibrary.ru/defaultx.asp
2.	База данных для IT-специалистов	https://habr.com
3.	База данных ScienceDirect	https://www.sciencedirect.com
4.	Официальный сайт Министерства науки и высшего образования Российской Федерации	https://minobrnauki.gov.ru/
5.	Федеральный портал «Российское образование"	https://www.edu.ru/
6.	Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"	http://window.edu.ru/
7.	Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов	http://school-collection.edu.ru/
8.	Федеральный центр информационно - образовательных ресурсов	http://fcior.edu.ru/

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), в том числе комплект лицензионного программного обеспечения, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Наименование ПО	Производство	Лицензионное / свободно распространяемое
Операционные системы:		
Microsoft Imagine (Windows Client, Server)	зарубежное	лицензионное
Браузеры:		
Яндекс.Браузер	отечественное	свободно распространяемое
Google Chrome	зарубежное	свободно распространяемое
Офисные приложения:		
Microsoft Imagine (Visio, OneNote)	зарубежное	лицензионное
TeXstudio	зарубежное	свободно распространяемое
Adobe Acrobat Reader	зарубежное	свободно распространяемое
Программное обеспечение для планирования и учета времени:		
Toggle app	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления проектами:		
Microsoft Imagine (Project)	зарубежное	лицензионное
Системы управления базами данных:		
Microsoft Imagine (SQL Server)	зарубежное	лицензионное
Системы резервного копирования (backup):		
Acronis Backup Advanced for HyperV	зарубежное	лицензионное
Справочно-правовые системы:		
КонсультантПлюс: справочно-правовая система	отечественное	лицензионное
Средства антивирусной защиты:		

Электронный документ

Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный Russian Edition	отечественное	лицензионное
Среды разработки:		
Visual Studio Code	зарубежное	свободно распространяемое
Bash (Unix shell)	зарубежное	свободно распространяемое
Anaconda	зарубежное	свободно распространяемое
Robotic Operating System	зарубежное	свободно распространяемое
CopelliaSim	зарубежное	свободно распространяемое
Google Colaboratory	зарубежное	свободно распространяемое
Пакеты программных средств и библиотек:		
AutoPsy	зарубежное	свободно распространяемое
Interactive Disassembler (IDA)	зарубежное	свободно распространяемое
Системы управления библиографической информацией:		
Zotero	зарубежное	свободно распространяемое
Сервисы и службы:		
Bind	зарубежное	свободно распространяемое
Docker	зарубежное	свободно распространяемое

7. Методические и оценочные материалы

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе изучения дисциплины (модуля) «Теория вероятностей. Основной уровень» в рамках текущего контроля успеваемости используются такие виды учебной работы, как лекция, семинары и домашние задания, контест, контрольные работы, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся по заданию преподавателя, направленные на развитие навыков профессиональной лексики, закрепление практических профессиональных компетенций, поощрение инициатив.

Лекция – систематическое, последовательное, монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекций рекомендуется вести конспект лекций: кратко и схематично фиксировать основные идеи, выводы и обобщения лекции; выделять важные мысли, ключевые слова и термины. Необходимо отметить вопросы или материалы, которые вызывают затруднения, и попытаться найти ответы в рекомендованной литературе. Если разобраться в материале не удается, следует сформулировать вопрос и задать его преподавателю на консультации или во время семинарского (практического) занятия.

Семинар – это форма учебной деятельности, проводимая в учебном заведении под руководством преподавателя, где студенты активно участвуют в обсуждениях, практических заданиях и других формах взаимодействия.

Для успешной подготовки к семинару рекомендуется заранее ознакомиться с темой занятия и основными материалами, чтобы иметь возможность активно участвовать в обсуждении. Также полезно подготовить вопросы и идеи для обсуждения, что поможет глубже понять материал и продемонстрировать заинтересованность.

Контест – интерактивная платформа с заданиями разного уровня сложности и автоматической проверкой результатов.

Контест позволяет оперативно оценивать усвоение материала и выявлять пробелы в знаниях через тесты и практические задачи. Такой формат способствует регулярной самопроверке и повышает мотивацию к изучению дисциплины.

Контрольная работа – письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время.

Цель контрольной работы – получить специальные знания по одной или нескольким темам дисциплины и продемонстрировать навыки их практического применения.

Домашнее задание – набор задач по темам недели.

При работе над домашними заданиями важно внимательно ознакомиться с требованиями и сроками выполнения. Рекомендуется разбивать задания на этапы, чтобы избежать перегрузки и лучше усвоить материал. Использовать различные источники информации, включая учебники и онлайн-ресурсы, для более глубокого понимания темы.

Бонусные баллы — это оценки, которые студенты могут получить за выполнение дополнительных заданий.

Формат бонусных баллов позволяет студентам улучшить общую оценку по дисциплине (модулю) и стимулирует углубленное изучение материала.

Самостоятельная работа – работа студентов, направленная на углубленное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины (модуля).

В процессе самостоятельной работы студенты взаимодействуют с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя. Задачи студента включают работу с конспектами лекций (обработка текста), повторное изучение учебных материалов планов и тезисов ответов, изучение дополнительных тем, выполнение учебно-исследовательских заданий и другое.

Система оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

Критерии получения уровня и оценивания сформированности компетенций по дисциплине (модулю) «Теория вероятностей. Основной уровень»

Оценивание уровня учебных достижений, обучающихся по дисциплине (модулю), осуществляется в виде текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) осуществляется в форме ***экзамена***, при этом проводится оценка компетенций, сформированных по дисциплине.

Для оценивания текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации используется десятибалльная шкала оценивания, которая соотносится с традиционной пятибалльной шкалой следующим образом, если иное не указано в силлабусе дисциплины:

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
10	Отлично	Студент полностью владеет знаниями, изложенными в рабочей программе, и глубоко осмысляет дисциплину. Он самостоятельно и логически последовательно отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее важном. Умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя ключевые моменты и устанавливая причинно-следственные связи. Четко формулирует ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты дисциплины (модуля) с практическими задачами.
9	Отлично	
8	Отлично	

Десятибалльная оценка	Пятибалльная оценка	Общая характеристика результата обучения по дисциплине (модулю)
7	Хорошо	Студент обладает знаниями предмета почти в полном объеме рабочей программы и самостоятельно, логически последовательно и всесторонне отвечает на все вопросы, акцентируя внимание на наиболее значимых моментах. Он умеет анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать, конкретизировать и систематизировать изученный материал, выделяя его ключевые аспекты и устанавливая причинно-следственные связи. Формулирует свои ответы, уверенно интерпретирует результаты анализов и других исследований, а также решает сложные ситуационные задачи. Студент хорошо знаком с методами исследования, необходимыми для практической деятельности, и умеет связывать теоретические аспекты предмета с практическими задачами.
6	Хорошо	
5	Удовлетворительно	Студент обладает базовыми знаниями по дисциплине, но испытывает трудности при самостоятельных ответах и использует неточные формулировки. В ходе ответов он допускает ошибки, касающиеся сути вопросов. Студент способен решать только самые простые задачи и владеет лишь минимальным набором методов исследования.
4	Удовлетворительно	
3	Не сдан	Студент не овладел обязательным минимумом знаний по предмету и не может ответить на вопросы, даже если преподаватель задает дополнительные наводящие вопросы.
2	Не сдан	
1	Не сдан	

Дисциплина (модуль) «Теория вероятностей. Основной уровень» оценивается следующим образом:

Активность	Вес	Количество	Описание
Домашние задания	15%	14	Набор задач по темам недели
Контрольная работа	30%	3	Письменная работа с набором задач, которые нужно решить за ограниченное время
Контест	15%	3	Интерактивные задания разного уровня сложности с автоматической проверкой результатов
Экзамен	40%	1	Письменная или устная работа над заданием, направленным на проверку полученных знаний и навыков по дисциплине (модулю)

В рамках изучения дисциплины (модуля) возможно получение бонусных баллов.

Формула расчёта итоговой оценки по дисциплине (модулю) «Теория вероятностей. Основной уровень»: «0,15 х среднее за домашние задания + 0,3 х среднее за контрольные работы + 0,15 х среднее за контест + 0,4 х экзамен».

Текущий контроль успеваемости обучающихся по дисциплине (модулю)

Примерные домашние задания

Домашнее задание 1.

1. Найдите мощность пространства элементарных исходов при броске двух игральных костей и вычислите вероятность события, состоящего в том, что сумма очков равна 7;
2. С помощью комбинаторики определите количество способов выбрать 3 книги из 10 и найдите вероятность того, что среди выбранных — две определённые;
3. В дискретном вероятностном пространстве заданы события A и B: P(A) = 0,4, P(B) = 0,5, P(A ∩ B) = 0,2; найдите P(A ∪ B), P(¬A), P(A \ B);
4. Систематическое устройство работает в двух режимах: нормальном (вероятность 0,8) и аварийном (0,2); вероятность отказа в нормальном режиме — 0,05, в аварийном — 0,6; найдите полную вероятность отказа системы;
5. В условиях предыдущей задачи система отказалась; найдите вероятность того, что она находилась в аварийном режиме, применив формулу Байеса;
6. Дискретная случайная величина X принимает значения 0, 1, 2 с вероятностями 0,2, 0,5, 0,3; найдите M[X] и D[X];
7. Закоммитьте решения в виде Markdown-файла в ветку feature/hw1-probability и создайте Merge Request с описанием применённых формул.

Домашнее задание 2.

1. Проверьте, задаёт ли функция F(x) = 0 при x < 0, F(x) = x/2 при 0 ≤ x < 2, F(x) = 1 при x ≥ 2 корректную функцию распределения; если да — найдите плотность f(x);
2. Случайная величина X имеет плотность f(x) = c·x на отрезке [0][3]; найдите константу нормировки c, функцию распределения F(x), математическое ожидание и дисперсию;
3. Докажите, что функция f(x) = (1/√(2π))·e^(−x²/2) удовлетворяет аксиомам вероятности и задаёт стандартное нормальное распределение;
4. Случайная величина X распределена равномерно на [a][b]; выведите общие формулы для M[X], D[X] и P(c < X < d), где a < c < d < b;
5. Найдите вероятность того, что непрерывная случайная величина X с экспоненциальным распределением (λ = 0,2) примет значение больше 10;
6. Постройте график плотности и функции распределения для одного из рассмотренных распределений с помощью Python или вручную;
7. Закоммитьте решения и графики в ветку feature/hw2-continuous и создайте Merge Request с пояснением свойств непрерывных случайных величин.

Домашнее задание 3.

1. Найдите характеристическую функцию φ(t) для случайной величины X ~ N(0, 1) и покажите, что она равна e^(−t²/2);
2. Используя свойства характеристических функций, выведите распределение суммы двух независимых нормальных случайных величин;
3. Докажите, что линейное преобразование гауссовского вектора также является гауссовским; приведите пример двумерного нормального распределения и найдите его маргинальные распределения;
4. Для двумерной абсолютно непрерывной случайной величины с совместной плотностью f(x,y) найдите условное математическое ожидание M[X | Y = y] и поясните его смысл как прогноза;
5. Пусть портфель имеет нормальное распределение доходности со средним 5% и стандартным отклонением 10%; найдите VaR на уровне доверия 95% за один день;
6. Объясните, как условное математическое ожидание используется в прогнозировании и оценке рисков; приведите пример из финансовой сферы;
7. Закоммитьте решения, выводы и интерпретацию в ветку feature/hw3-applications и создайте Merge Request с описанием практического применения теории.

Примерные задания для контеста

Контест 1.

Задание 1 (Комбинаторика)

Сколькими способами можно выбрать 3 книги из 10, если порядок не важен?

Ответ: 120

Проверка умения применять формулу сочетаний: C(10,3) = 10! / (3!·7!)

Задание 2 (Дискретное вероятностное пространство)

Брошены две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма очков равна 8. Ответ округлите до трёх знаков после запятой.

Ответ: 0.139

Использование классической схемы: 5 благоприятных исходов из 36

Задание 3 (Условная вероятность)

Известно: P(A) = 0.6, P(B) = 0.5, P(A ∩ B) = 0.3. Найдите P(A|B).

Ответ: 0.6

Формула: P(A|B) = P(A ∩ B) / P(B)

Задание 4 (Формула полной вероятности)

Детали поступают с двух станков: с первого — 70%, со второго — 30%. Брак: 2% и 5% соответственно. Найдите вероятность того, что случайно выбранная деталь бракованная. Ответ введите в виде десятичной дроби.

Ответ: 0.029

P = 0.7·0.02 + 0.3·0.05

Задание 5 (Дискретные случайные величины)

Дискретная случайная величина X задана распределением:

X: 1, 2, 3

P: 0.2, 0.5, 0.3

Найдите математическое ожидание M[X].

Ответ: 2.1

M[X] = 1·0.2 + 2·0.5 + 3·0.3

Контест 2.

Задание 1 (Аксиоматика Колмогорова)

Функция F(x) задана как:

F(x) = 0 при x < 0,

F(x) = x/4 при 0 ≤ x ≤ 4,

F(x) = 1 при x > 4.

Является ли F(x) функцией распределения? Введите 1, если да, 0 — если нет.

Ответ: 1

Проверка: неубывающая, непрерывная слева, lim → 0 и 1

Задание 2 (Плотность распределения)

Случайная величина X имеет плотность f(x) = c·x на отрезке [0][2]. Найдите константу нормировки c.

Ответ: 0.5

$\int_0^2 c \cdot x \, dx = 1 \rightarrow c = 1/2$

Задание 3 (Равномерное распределение)

X ~ U[2][8]. Найдите P(3 < X < 6).

Ответ: 0.5

(6−3)/(8−2) = 3/6 = 0.5

Задание 4 (Экспоненциальное распределение)

Время ожидания автобуса имеет экспоненциальное распределение с λ = 0.1 (в мин$^{-1}$). Найдите вероятность того, что придётся ждать более 10 минут.

Ответ: 0.368

P(X > 10) = e^(−0.1·10) ≈ e^{-1} ≈ 0.3679

Задание 5 (Нормальное распределение)

$X \sim N(5, 4)$. Найдите $P(3 < X < 7)$, используя стандартное нормальное распределение. Ответ округлите до трёх знаков.

Ответ: 0.683

$P(-1 < Z < 1) \approx 0.6827$

Контест 3.

Задание 1 (Характеристическая функция)

Найдите значение характеристической функции стандартного нормального распределения при $t = 1$. Ответ введите как число с точностью до трёх знаков.

Ответ: 0.607

$\varphi(t) = e^{(-t^2/2)}$, $\varphi(1) = e^{(-0.5)} \approx 0.6065$

Задание 2 (Применение характеристических функций)

Пусть X и Y — независимые случайные величины, $X \sim N(1, 4)$, $Y \sim N(2, 9)$. Найдите дисперсию $X + Y$.

Ответ: 13

$D[X+Y] = D[X] + D[Y] = 4 + 9$

Задание 3 (Гауссовские векторы)

Двумерный вектор (X, Y) имеет многомерное нормальное распределение с матожиданием (0, 0) и ковариационной матрицей:

[[4][2],

[2][9]]

Найдите коэффициент корреляции между X и Y.

Ответ: 0.333

$\rho = \mathrm{cov}(X,Y) / (\sigma_x \cdot \sigma_y) = 2 / (2 \cdot 3) = 1/3$

Задание 4 (Условное математическое ожидание)

Пусть (X, Y) — двумерный нормальный вектор, где $M[X|Y=y] = 2y + 1$. Чему равно условное ожидание $M[X|Y=3]$?

Ответ: 7

Подстановка: $2 \cdot 3 + 1 = 7$

Задание 5 (Стоимость под риском, VaR)

Доходность портфеля за день имеет нормальное распределение: $\mu = 0$, $\sigma = 1000$ рублей. Найдите VaR на уровне доверия 95% (используйте z_{0.95} ≈ 1.645). Ответ введите как положительное число.

Ответ: 1645

$VaR = z \cdot \sigma = 1.645 \cdot 1000$

Примерные задания для контрольной работы

1. Пространство элементарных исходов состоит из 10 равновероятных исходов; событие A содержит 4 исхода, событие B — 6, их пересечение — 2; найдите $P(A \cup B)$ и $P(\neg A)$.
2. В ящике 3 белых и 7 чёрных шаров; наудачу извлекают 2 шара; найдите вероятность того, что оба шара — белые, используя классическую схему.
3. Прибор работает в двух режимах: основной (вероятность 0,7) и резервный (0,3); вероятность отказа в основной режиме — 0,08, в резервном — 0,35; найдите полную вероятность отказа прибора.
4. В условиях предыдущей задачи прибор отказал; найдите вероятность того, что он работал в резервном режиме, применив формулу Байеса.
5. Случайная величина X имеет плотность $f(x) = c \cdot x$ на отрезке [0][4]; найдите константу c, функцию распределения $F(x)$ и математическое ожидание $M[X]$.
6. Случайная величина $X \sim N(2, 16)$; найдите $P(-2 < X < 6)$, используя таблицу стандартного нормального распределения; ответ округлите до трёх знаков.

7. Докажите, что функция φ(t) = e^(–2t²) является характеристической функцией некоторого распределения; определите, какому нормальному распределению она соответствует.

8. Двумерный вектор (X, Y) имеет многомерное нормальное распределение с матожиданием (1, 2) и ковариационной матрицей [[9][3], [3][4]]; найдите коэффициент корреляции между X и Y.

9. Для гауссовского вектора (X, Y) известно, что M[X | Y = y] = 0,6y + 1,5; найдите условное математическое ожидание M[X | Y = 5].

10. Доходность портфеля за день имеет нормальное распределение: среднее 0, стандартное отклонение 2000 рублей; найдите стоимость под риском (VaR) на уровне доверия 95% (используйте z_{0,95} ≈ 1,645); ответ введите как положительное число.

Задания для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

№ п/п	Задание	Ответ	Компетенция
1	В компании 4 сотрудника из 10 имеют высокую квалификацию. Какова вероятность, что случайно выбранный сотрудник — квалифицированный?	0,4	ОПК-1
2	Как называется подход к оценке вероятности события, при котором все возможные исходы считаются равновероятными и вероятность — это доля благоприятных исходов?	классическая вероятность	ОПК-1
3	Вероятность сбоя поставки у поставщика A — 0,5, у поставщика B — 0,6. Сбои происходят независимо. Какова вероятность, что сбой произойдёт у обоих?	0,3	ОПК-1
4	Вероятность банкротства компании возрастает до 0,8, если уже произошло снижение выручки. Как называется такая вероятность?	условная вероятность	ОПК-1
5	В проекте 10 независимых этапов, каждый из которых имеет 30% шанс задержки. Каково ожидаемое число задержек?	3	ОПК-1
6	Среднее число сбоев сервера — 2 в день. Какова вероятность, что в течение дня не будет сбоев? (распределение Пуассона)	0,135 / e^{-2}	ОПК-1
7	Вероятность нарушения контракта при наличии аудита — 0,2. Вероятность аудита — 0,5, вероятность нарушения — 0,4. Зависит ли нарушение от аудита?	нет	ПК-1
8	Средний ущерб при нарушении договора при условии наличия страхования составляет 50 тыс. руб. Что означает это значение?	среднее	ПК-1
9	Как называется функция, описывающая вероятность каждого возможного уровня убытков в рамках анализа рисков?	функция вероятности / pmf	ОПК-1
10	Как называется математический инструмент, позволяющий восстановить распределение убытков по результатам их преобразования?	характеристическая функция	ОПК-1
11	Какой параметр в модели риска отвечает за средний уровень ожидаемых потерь?	μ	ОПК-1
12	Доход проекта равномерно распределён в диапазоне от 2 до 6 млн руб. Как называется такое распределение?	равномерное	ОПК-1
13	Как называется модель, в которой несколько экономических показателей (доход, затраты, риски) совместно подчиняются нормальному распределению?	гауссовский вектор	ОПК-1

14	При анализе большого числа мелких рисков общий ущерб приближённо следует нормальному распределению. Как называется это свойство?	центральная предельная теорема	ОПК-1
15	Как называется показатель, определяющий максимальные ожидаемые потери при заданном уровне доверия (например, 95%)?	стоимость под риском / VaR	УК-2
16	Как называется свойство оценки риска, если в среднем она не занижает и не завышает реальный уровень угрозы?	несмещённость	ОПК-1
17	Какой критерий используется для проверки, зависит ли факт нарушения договора от типа поставщика?	хи-квадрат / chi-square	ПК-1
18	Доход от инвестиций X ~ N(0, 1), расходы Y ~ N(0, 4), независимы. Какое распределение имеет чистая прибыль X + Y?	N(0, 5)	ОПК-1
19	В модели оценки рисков известно, что ожидаемый ущерб зависит от уровня подготовки персонала: M[ущерб подготовка] = 0,8×подготовка + 1. Как называется эта зависимость?	условное математическое ожидание	ОПК-1
20	Как называется формальная система, лежащая в основе современной теории вероятностей и используемая при обосновании моделей рисков?	аксиоматика Колмогорова	ОПК-1