



Красота математики и её приложений

Немного

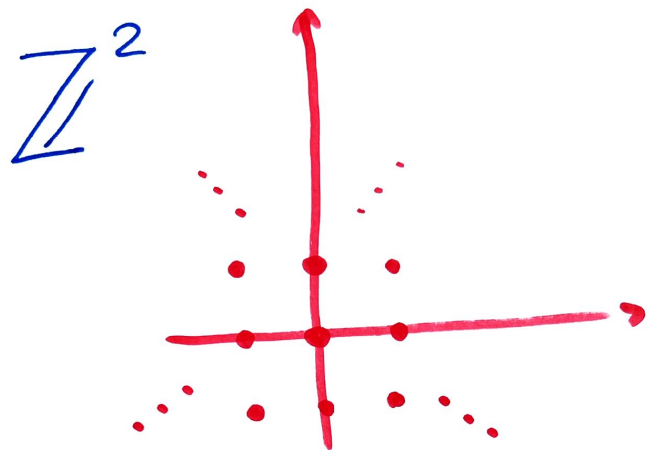
о

Катарсисах



Красота математики и её приложений

Решётки



$$\vec{e}_1 = (1, 0), \quad \vec{e}_2 = (0, 1)$$

$$\mathbb{Z}^2 = \left\{ c_1 \vec{e}_1 + c_2 \vec{e}_2 : c_1, c_2 \in \mathbb{Z} \right\}$$

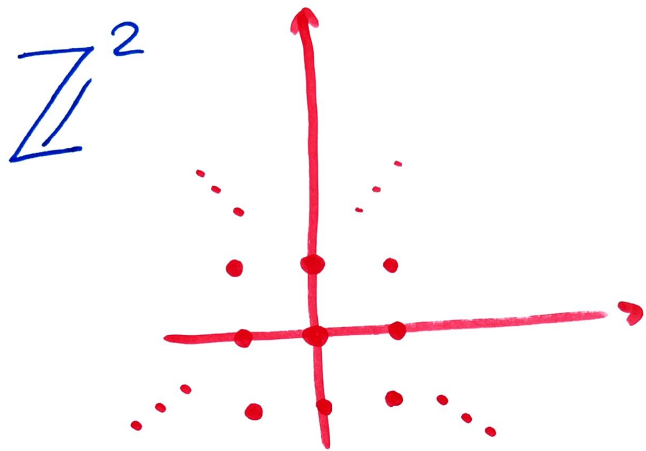
\vec{e}_1, \vec{e}_2 - базис

$\vec{v}_1 = (1, 1), \vec{v}_2$ - тоже базис



Красота математики и её приложений

Решётки



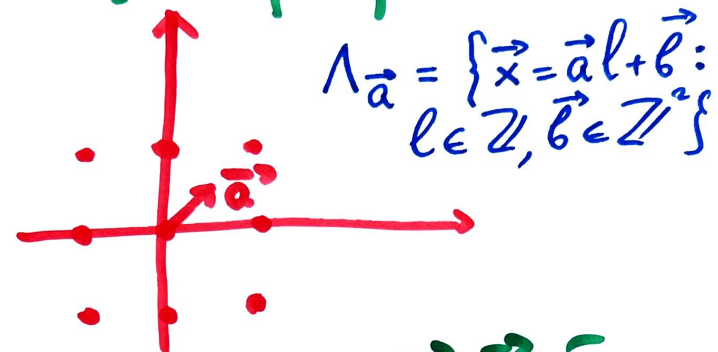
$$\vec{e}_1 = (1, 0), \quad \vec{e}_2 = (0, 1)$$

$$\mathbb{Z}^2 = \left\{ c_1 \vec{e}_1 + c_2 \vec{e}_2 : c_1, c_2 \in \mathbb{Z} \right\}$$

\vec{e}_1, \vec{e}_2 - базис

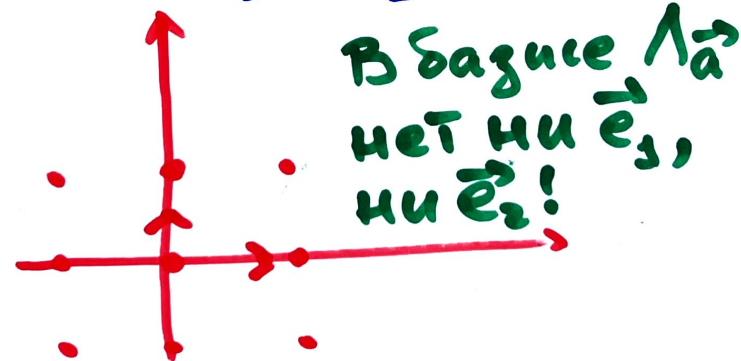
$\vec{v}_1 = (1, 1), \vec{v}_2$ - тоже базис

Центрировки



1. $\vec{a} = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$: \vec{a}, \vec{e}_2 базис

2. $\vec{a} = (\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$: $2\vec{a} - \vec{e}_1 = (0, \frac{2}{3})$
 $3\vec{a} - \vec{e}_2 - \vec{e}_1 = (\frac{1}{2}, 0)$



Красота математики и её приложений

Многомерье

$$\mathbb{Z}^n, \vec{a} = \left(\frac{a_1}{q}, \dots, \frac{a_n}{q} \right)$$

$$\Lambda_{\vec{a}} = \left\{ \vec{x} = \vec{a}l + \vec{b} : \begin{array}{l} l \in \mathbb{Z} \\ \vec{b} \in \mathbb{Z}^n \end{array} \right\}$$

Дефект $d(\vec{a})$

Может быть любым

B^n -шар А что, если

$$\Lambda_{\vec{a}} \cap B^n = \{0\}?$$

Тогда

$$d(\vec{a}) \leq c \frac{n}{\min} \cdot (\max)^2$$



Красота математики и её приложений

Многомерье

$$\mathbb{Z}^n, \vec{a} = \left(\frac{a_1}{q}, \dots, \frac{a_n}{q} \right)$$

$$\Lambda_{\vec{a}} = \left\{ \vec{x} = \vec{a}l + \vec{b} : \begin{matrix} l \in \mathbb{Z} \\ \vec{b} \in \mathbb{Z}^n \end{matrix} \right\}$$

Дефект $d(\vec{a})$

Может быть любым

B^n -шар А что, если

$$\Lambda_{\vec{a}} \cap B^n = \{0\}?$$

Тогда

$$d(\vec{a}) \leq c \frac{n}{\min} \cdot (\min \max)^2$$

Т. Минковского.

Если Ω -выпуклое,
симметричное и
 $V(\Omega) > 2^n$, то $(\Omega \cap \mathbb{Z}^n) \setminus \{0\} \neq \emptyset$

Системы общих представителей

20 школьников

5 комби

5 геома

5 ТЧ

...

18 предметов

Минимальная команда для олимпиады?



Красота математики и её приложений

Катарсис 1 (индуцированный)

Теорема Минковского
для $X = \mathbb{B}^n$ (1)

+
жадный алгоритм оценки
сверху размера "команды"
(2)

$$=$$
$$(\Lambda_{\vec{a}} \cap \mathbb{B}^n = \{0\}) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (d(\vec{a}) \leq c \frac{n}{\min} (\min \min)^2)$$



Красота математики и её приложений

Катарсис 1 (индуцированный)

Теорема Минковского
для $X = \mathbb{B}^n$ (1)

+
табличный алгоритм оценки
сверху размера "команды"
(2)

$$\begin{aligned} &= \\ &(\Lambda_{\vec{a}} \cap \mathbb{B}^n = \{0\}) \Rightarrow \\ &\Rightarrow (d(\vec{a}) \leq c \frac{n}{\ln n} (\ln \ln n)^2) \end{aligned}$$

Катарсис 2 (линейный)

(1) + (2)
+ вероятностный
метод (!)

$$\begin{aligned} &= \\ &\exists \vec{a}: \Lambda_{\vec{a}} \cap \mathbb{B}^n = \{0\} \\ &\text{и } d(\vec{a}) \geq c \frac{n}{\ln n} (\ln \ln n)^2 \end{aligned}$$



Красота математики и её приложений

Суперкатарсис
(Тоже личный)

Проблема Борсука
(“разрезаем тортики
на части меньшего
диаметра”)

Верхние оценки
числа частей в \mathbb{R}^n
 \leq тоже (!!!)
оценка размера
“команды”



Красота математики и её приложений

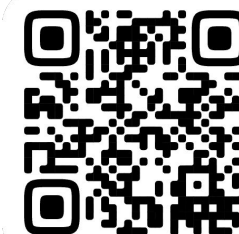
Ботайте,
грузья мои,
Ботайте!

 Подключайтесь, чтобы ничего не пропустить!



Полезные ссылки

samcs.ru/ba_links



Абитуриенты ФПМИ

t.me/fpmi_abitu

